初學數理便覽

小數　大數

漠 渺 埃 塵 沙 纖 微 忽 絲 毫 釐 分 · 一 十 百 千 一万 十万 百万 千万 一億 十億 百億 千億 一兆 十兆 百兆 千兆 一京 十京 百京 千京 一垓 十垓 百垓 千垓 一秭 十秭 百秭 千秭

諸等表

週	日	時	分	秒
1	7	168	10080	604800
	1	24	1440	86400
		1	60	3600
			1	60

里	町	間	尺
1	36	2160	12960
	1	60	360
		1	6

町	反	畝	歩
1	10	100	3000
	1	10	300
		1	30

斤	両	目
1	40	160
	1	4

度	分	秒
1	60	3600
	1	60

尋常位	一	分	厘
利息位	一	割	分

度分秒ノ符号ハ ○ノ如ク用ユ

曲尺一尺ハ鯨尺八寸
鯨尺一尺ハ曲尺一尺二寸五分

鯨尺ハ通常裁縫ニ用ユルモノナリ

精數表

精數ハ如何ナル數ニテモ除シ尽スヲ得サル者ナリ左ノ精數表ハ約分ホ凡テ等數ヲ省クニ要用ナル者ニシテ約スヘキ両數ノ内一數精數ナル片ハ約スル丁能ハス然レ圧他ノ一數其精數ノ若干倍ナル片ハ其精數ヲ以テ約スル丁ヲ得ルナリ

1759	1607	1459	1297	1151	1009	857	709	577	439	311	191	79	2
1777	1609	1471	1301	1153	1013	859	719	587	443	313	193	83	3
1783	1613	1481	1303	1163	1019	863	727	593	449	317	197	89	5
1787	1619	1483	1307	1171	1021	877	733	599	457	331	199	97	7
1789	1621	1487	1319	1181	1031	881	739	601	461	337	211	101	11
1801	1627	1489	1321	1187	1033	883	743	607	463	347	223	103	13
1811	1637	1493	1327	1193	1039	887	751	613	467	349	227	107	17
1823	1657	1499	1361	1201	1049	907	757	617	479	353	229	109	19
1831	1663	1511	1367	1213	1051	911	761	619	487	359	233	113	23
1847	1667	1523	1373	1217	1061	919	769	631	491	367	239	127	29
1861	1669	1531	1381	1223	1063	929	773	641	499	373	241	131	31
1867	1693	1543	1399	1229	1069	937	787	643	503	379	251	137	37
1871	1697	1549	1409	1231	1087	941	797	647	509	383	257	139	41
1873	1699	1553	1423	1237	1091	947	809	653	521	389	263	149	43
1877	1709	1559	1427	1249	1093	953	811	659	523	397	269	151	47
1879	1721	1567	1429	1259	1097	967	821	661	541	401	271	157	53
1889	1723	1571	1433	1277	1103	971	823	673	547	409	277	163	59
1901	1733	1579	1439	1279	1109	977	827	677	557	419	281	167	61
以下略之	1741	1583	1447	1283	1117	983	829	683	563	421	283	173	67
	1747	1597	1451	1289	1123	991	839	691	569	431	293	179	71
	1753	1601	1453	1291	1129	997	853	701	571	433	307	181	73

符号

$+$ 加符ニシテ正ナリ $a+b$ ハ a ニ b ヲ加フルヲ示ス

$-$ 減符ニシテ負ナリ $a-b$ ハ a ヨリ b ヲ減スルヲ示ス

$\times$ 或 $\cdot$ 乘符ニシテ $a\times b$ 或 $a\cdot b$ ハ共ニ a ニ b ヲ乘スルヲ示ス又符ナク ab モ同シ

$\div$ 或 $:$ 除符ニシテ $a\div b$ 或 $a:b$ ハ共ニ a ヲ b ニテ除スルヲ示ス又 $\frac{a}{b}$ モ同シ

$=$ 等符ニシテ其左右ニアル數相等キヲ示ス $a=5$ ハ a ノ数五ナルヲ示ス

$\sim$ 差符ニシテ $a\sim b$ ハ a ト b トノ間ニアル差ヲ示ス

$<$ 及 $>$ 不等ノ符ニシテ $a<b$ a ヨリ b ハ大 $a>b$ a ヨリ b ハ小

$\sqrt{\ }$ ハ開方根ニシテ $\sqrt{a}$ ハ a ヲ平方ニ開クナリ $\sqrt[3]{a}$ ハ a ヲ立方ニ開クヲ示ス

a^2 ハ a ノ平方ナリ a^3 ハ a ノ立方ナリ

$a^{\frac{1}{2}}$ ハ $\sqrt{a}$ ニシテ a ヲ平方ニ開クナリ

$a^{\frac{1}{3}}$ ハ $\sqrt[3]{a}$ ニシテ a ヲ立方ニ開クナリ

a^{-1} ハ $\frac{1}{a}$ ニシテ a ヲ以テ一ヲ除スルナリ

a^{-2} ハ $\frac{1}{a^2}$ ニシテ a 自乘ヲ以テ一ヲ除スルナリ

$a^{-\frac{1}{2}}$ ハ $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ニシテ a ノ平方根ヲ以テ一ヲ除スルナリ

$a^{-\frac{1}{3}}$ ハ $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ニシテ a ノ立方根ヲ以テ一ヲ除スルナリ

a^0 ハ a^{1-1} 即 $\frac{a}{a}$ ニシテ一ナリ故ニ某數ノ零乘ハ皆一ナリ

? ハ疑問ノ符ナリ　∞ ハ無窮大ヲ示ス

$\therefore$ ハ故ニト云符ナリ　$\because$ ハ如何トナレハト云符之

$\perp$ 垂線ノ符　$\parallel$ 平行線ノ符　$\angle$ 角ノ符　R∟ 直角

⌒ 弧線ノ符　$\triangle$ 三角ノ符　$\square$ 方形ノ符

平面求積

自乘表

5	6	7	8	9
25	36	49	64	81
125	216	343	512	729
625	1296	2401	4096	6561
3125	7776	16807	32768	59049
15625	46656	117649	262144	531441
78125	279936	823543	2097152	4782969
90625	1679616	5764801	16777216	43046721
53125	10077696	40353607	134217728	387420489
65625	60466176	282475249	1073741824	3486784401

初學數理便覽

自乘表

一乘	1	2	3	4	5	6	7	8	9
二乘	1	4	9	16	25	36	49	64	81
三乘	1	8	27	64	125	216	343	512	729
四乘	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561
五乘	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049
六乘	1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441
七乘	1	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969
八乘	1	256	6561	65536	390625	1679616	5764801	16777216	43046721
九乘	1	512	19683	262144	1953125	10077696	40353607	134217728	387420489
十乘	1	1024	59049	1048576	9765625	60466176	282475249	1073741824	3486784401

曲尺一尺ハ鯨尺八寸
鯨尺一尺ハ曲尺一尺二寸五分

鯨尺ハ通常裁縫ニ用ヰルモノナリ

度分秒ノ符号ハ ° ′ ″ ヲ用ヰ

大數

十万 百万 千万 一億 十億 百億 千億 一兆 十兆 百兆 千兆 一京 十京 百京 千京 一垓 十垓 百垓 千垓 一秭 十秭 百秭 千秭

度	分	秒
1	60	3600
	1	60

斤	両	目
1	40	160
	1	4

町	反	畝	歩
1	10	100	3000
	1	10	300
		1	30

里	町	間	尺
1	36	2160	12960
	1	60	360
		1	6

尋常位	一	分	厘
利息位	一	割	分

符号

+ 加符ニシテ正ナリ $a+b$ ハ a ニ b ヲ加フルヲ示ス

− 減符ニシテ負ナリ $a-b$ ハ a ヨリ b ヲ減スルヲ示ス

× 或 · 乘符ニシテ $a\times b$ 或 $a\cdot b$ ハ共ニ a ニ b ヲ乘スルヲ示ス又符ナク ab モ同シ

÷ 或 : 除符ニシテ $a\div b$ 或 $a:b$ ハ共ニ a ヲ b ニテ除スルヲ示ス又 $\frac{a}{b}$ モ同シ

= 等符ニシテ其左右ニアル數相等キヲ示ス $a=5$ ハ a ノ數五ナルヲ示ス

～ 差符ニシテ $a\sim b$ ハ a ト b トノ間ニアル差ヲ示ス

< 及 > 不等ノ符ニシテ $a<b$ ハ a ヨリ b ハ大 $a>b$ ハ a ヨリ b ハ小

√ 開方根ニシテ $\sqrt{a}$ ハ a ヲ平方ニ開クナリ $\sqrt[3]{a}$ ハ a ヲ立方ニ開クヲ示ス

a^2 ハ a ノ平方ナリ a^3 ハ a ノ立方ナリ

$a^{\frac{1}{2}}$ ハ $\sqrt{a}$ ニシテ a ヲ平方ニ開クナリ

$a^{\frac{1}{3}}$ ハ $\sqrt[3]{a}$ ニシテ a ヲ立方ニ開クナリ

a^{-1} ハ $\frac{1}{a}$ ニシテ a ヲ以テ一ヲ除スルナリ

a^{-2} ハ $\frac{1}{a^2}$ ニシテ a 自乘ヲ以テ一ヲ除スルナリ

$a^{-\frac{1}{2}}$ ハ $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ニシテ a ノ平方根ヲ以テ一ヲ除スルナリ

$a^{-\frac{1}{3}}$ ハ $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ニシテ a ノ立方根ヲ以テ一ヲ除スルナリ

a^0 ハ a^{1-1} 即 $\frac{a}{a}$ ニシテ一ナリ故ニ某數ノ零乘ハ皆一ナリ

? ハ疑問ノ符ナリ ∞ ハ無究大ヲ示ス

∴ ハ故ニト云符ナリ ∵ ハ如何トナレハト云符ナリ

⊥ 垂線ノ符 ∥ 平行線ノ符 ∟ 角ノ符 R∟ 直角

⌒ 弧線ノ符 △ 三角ノ符 □ 方形ノ符

平面求積

正方形ノ面積ハ其方辺ノ自乘ナリ

凡テ平行四辺形ノ面積ハ底ト高ノ相乘ナリ

凡テ三辺形ノ面積ハ底ト高ノ相乘ノ二分一ナリ

又三辺形ノ三辺ヲ知リテ其面積ヲ求ムルニハ下式ノ如シ 三辺ヲ a b 及 C トシ三辺ノ和半ヲ S トス

$$面積=\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-C)}$$

不等四辺形ニ於テ四辺ヲ知ルトキハ其面積ヲ得ル能ハズト雖モ其形方形ニ近ケレハ各對辺和半相乘シテ面積トスルモ可之

整多辺形積率

三辺	=0,4330127
五辺	=1,7204774
六辺	=2,5980762
七辺	=3,6339124
八辺	=4,8284271
九辺	=6,1818242

皆辺ノ自乘ニ其率ヲ乘シテ積ヲ得ルナリ

1759	1607	1459	1297	1151	1009	857	709	577	439	311
1777	1609	1471	1301	1153	1013	859	719	587	443	313
1783	1613	1481	1303	1163	1019	863	727	593	449	317
1787	1619	1483	1307	1171	1021	877	733	599	457	331
1789	1621	1487	1319	1181	1031	881	739	601	461	337
1801	1627	1489	1321	1187	1033	883	743	607	463	347
1811	1637	1493	1327	1193	1039	887	751	613	467	349
1823	1657	1499	1361	1201	1049	907	757	617	479	353
1831	1663	1511	1367	1213	1051	911	761	619	487	359
1847	1667	1523	1373	1217	1061	919	769	631	491	367
1861	1669	1531	1381	1223	1063	929	773	641	499	373
1867	1693	1543	1399	1229	1069	937	787	643	503	379
1871	1697	1549	1409	1231	1087	941	797	647	509	383
1873	1699	1553	1423	1237	1091	947	809	653	521	389
1877	1709	1559	1427	1249	1093	953	811	659	523	397
1879	1721	1567	1429	1259	1097	967	821	661	541	401
1889	1723	1571	1433	1277	1103	971	823	673	547	409
1901	1733	1579	1439	1279	1109	977	127	677	557	419
以下略之	1741	1583	1447	1283	1117	983	829	683	563	421
	1747	1597	1451	1289	1123	991	839	691	569	431
	1753	1601	1453	1291	1129	997	853	701	571	433

$\sin A = \cos(90^\circ - A)$
$\cos A = \sin(90^\circ - A)$

$\sin A = \sin(180^\circ - A)$
$\cos A = -\cos(180^\circ - A)$

$\sin(90^\circ + A) = \cos A$
$\cos(90^\circ + A) = -\sin A$

$\sin(180^\circ + A) = -\sin A$
$\cos(180^\circ + A) = -\cos A$

$\sin(360^\circ - A) = -\sin A$
$\cos(360^\circ - A) = \cos A$

$\sin(-A) = -\sin A$
$\cos(-A) = \cos A$

$\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A$
$= 4\cos^3 A - 3\cos A$

$\frac{\sin A - \sin B}{\sin A + \sin B} = \tan\frac{1}{2}(A-B)$

$\cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2\cot A}$

$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A}$

$\cos A = \frac{1}{\sec A}$

$\tan A = \frac{1}{\cot A}$

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$

$\cot A = \frac{1}{\tan A}$

$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

$\sec A = \frac{1}{\cos A}$

$\sec A = \tan A \operatorname{cosec} A$

$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$

$\operatorname{cosec} A = \cot A \sec A$

$\sqrt{\operatorname{vers} A} = 1 - \cos A$

八線變化公式

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$
$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^n + b^n = a + b$ } ニ トナ リ 除 テ ス
$a^n - b^n = a - b$ } ト ス レ ハ

$a^n + b^n = a + b$ 及 $a - b$
リルヲ除ニ
ナサカステ
$a^n - b^n = a + b$ 及 $a - b$
ナヘ除ニ
リキステ

n ヲ奇數ニスレハ
n ヲ偶數ニスレハ

方程式公式

$\sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{2}}$

代數分解公式

數學連數公式

初級 $= a = l - (n-1)d$ 或 $\frac{2s - nl}{n}$ 或 $\frac{2s - n(n-1)d}{2n}$

末級 $= l = a + (n-1)d$ 或 $\frac{2s - na}{n}$ 或 $\frac{2s + n(n-1)d}{2n}$

總數 $= s = \frac{1}{2}n\{2a + (n-1)d\}$ 或 $\frac{1}{2}n\{2l - (n-1)d\}$ 或 $\frac{1}{2}n(a+l)$

差數 $= d = \frac{l-a}{n-1}$ 或 $\frac{2(s - na)}{n(n-1)}$ 或 $\frac{2(nl - s)}{n(n-1)}$

級數 $= n = \frac{l-a}{d} + 1$ 或 $\frac{2s}{a+l}$

幾何學連數公式

初級 $= a = \frac{l}{r^{n-1}}$ 或 $\frac{s(r-1)}{r^n - 1}$ 或 $rl - (r-1)s$

末級 $= l = ar^{n-1}$ 或 $\frac{a + (r-1)s}{r}$ 或 $\frac{(r-1)sr^{n-1}}{r^n - 1}$

總數 $= s = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ 或 $\frac{rl - a}{r - 1}$ 或 $\frac{l(r^n - 1)}{(r-1)r^{n-1}}$

倍數 $= r = \sqrt[n-1]{\frac{l}{a}}$ 或 $\frac{s - a}{s - l}$

級數 $= n = \frac{\log l - \log a}{\log r} + 1$

九行二辺ノ和ニ其平方ヲ得ル

円周率 $= 3.1415926 = \pi$

ノ十又名円九其円
如三径ヲ周二径径
シトトク率六ハヲ
三周ナ余三一
百トリト個個
五ノ之ナ一ト
十比ヲルロス
五ハルル即一ル
ト百トナ五片

円積率 $= 0.7855981 = \frac{\pi}{4}$

ナ個即ハ個ハ率円
リトキ一ヒ者ヲ積
ス円余ハニ四率
ル径ト五シ分ハ
円ヲナ三テシ円
積一ル九零タ周

方斜率 $= \sqrt{2} = 1.1414213$

倍率ハ円周ニ円ヲ積二辺
ル円限ニ円ヲ積ハ辺ノ辺
ナ積即依径衆ハ円ノ平
リハチテニシ円円径倉平
半四径円円径自線行
長分或周積自衆距四
径円ハ率ヲ衆ヲ得ニ離辺
トノ周ヲ得ニ離ヲ形
半積ヲ衆ル円ヲ衆ノ
短ハ径シナ積衆シ面
径半意円リ率シテ積
ト径ニ周又ヲテ得ハ
ノ自求ヲ円衆得ハ平
相衆メ得径シル平
衆ニ得ルア或ナ行
ニ円ニ或リハヲ二
円積シハ円半辺
周率径周径ノ和
率ヲトヲ自半
ヲ衆周求衆ニ
衆ストムニ其
シベノル円平
テシ比ニ周

$$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$$
$$\sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$$
$$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$$
$$\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$\sin(A+B)+\sin(A-B)=2\sin A\cos B$$
$$\sin(A+B)-\sin(A-B)=2\cos A\sin B$$
$$\cos(A+B)+\cos(A-B)=2\cos A\cos B$$
$$\cos(A+B)-\cos(A-B)=-\sin A\sin B$$

$$\sin A+\sin B=2\sin\tfrac{1}{2}(A+B)\cos\tfrac{1}{2}(A-B)$$
$$\sin A-\sin B=2\cos\tfrac{1}{2}(A+B)\sin\tfrac{1}{2}(A-B)$$
$$\cos A+\cos B=2\cos\tfrac{1}{2}(A+B)\cos\tfrac{1}{2}(A-B)$$
$$\cos A-\cos B=-2\sin\tfrac{1}{2}(A+B)\sin\tfrac{1}{2}(A-B)$$

$$\sin A=\cos(90^\circ-A)$$
$$\cos A=\sin(90^\circ-A)$$
$$\sin A=\sin(180^\circ-A)$$
$$\cos A=-\cos(180^\circ-A)$$

$$\sin(90^\circ+A)=\cos A$$
$$\cos(90^\circ+A)=-\sin A$$
$$\sin(180^\circ+A)=-\sin A$$
$$\cos(180^\circ+A)=-\cos A$$

$$\sin(360^\circ-A)=-\sin A$$
$$\cos(360^\circ-A)=\cos A$$
$$\sin(-A)=-\sin A$$
$$\cos(-A)=\cos A$$

$$\sin 2A=2\sin A\cos A \qquad \cos 2A=2\cos^2 A-1=1-2\sin^2 A$$
$$\sin 3A=3\sin A-4\sin^3 A \qquad \cos 3A=4\cos^3 A-3\cos A$$
$$\sin A=2\sin^2\tfrac{1}{2}A$$

$$\frac{\sin A+\sin B}{\sin A-\sin B}=\frac{\tan\frac{1}{2}(A+B)}{\tan\frac{1}{2}(A-B)}$$

$$\frac{\sin A+\sin B}{\cos A+\cos B}=\tan\tfrac{1}{2}(A+B) \qquad \frac{\sin A-\sin B}{\cos A+\cos B}=\tan\tfrac{1}{2}(A-B)$$

$$\tan 2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A} \qquad \cot 2A=\frac{\cot^2 A-1}{2\cot A}$$

$$\tan(A+B)=\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B} \qquad \tan(A-B)=\frac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$$