ISSN 0386-9555

数学史研究

（通 巻 115 号）

1987年10月～12月

目 次

古 典 資 料

藤井与右衛門家『稿本』 …… 1

論 説

百川治兵衛に関する新資料
藤 井 与 右 衛 門 家 算 稿 …… 金 子 勉 …… 9

関孝和、李善蘭と自然数累乗の和に関する公式 …… 沈 康 身 …… 21

沈康身教授の論文を読む …… 平 山 諦 …… 37

資 料

法道寺和十郎の著作について …… 王 青 翔 …… 41

講 座

バビロニアの代数・中国の句股法 …… 黒 田 孝 郎 …… 43

落 穂 集 …… 66

図 書 …… 69

会 報 …… 71

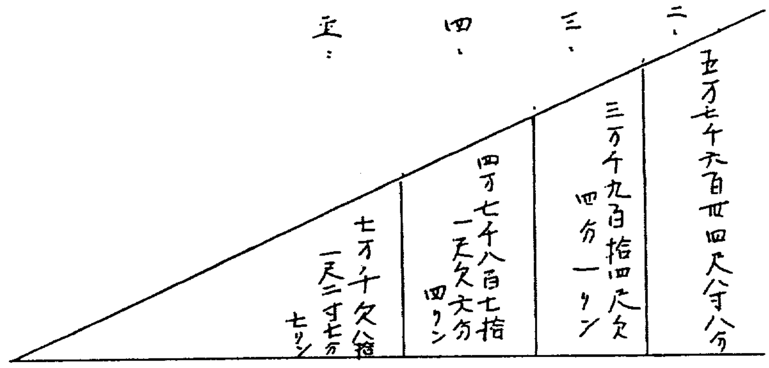
編 集 後 記 …… 91

日 本 数 学 史 学 会

古典資料

藤井与右衛門家「稿本」

右弐番の所五間引則弐番目尺数六万九千八百拾三尺九寸を同地通り拾八丈六尺三寸ニ割候へハ一丈ニ付三千七百四拾七尺三寸九分一リンつゝニ当ル　扨又五間の丈尺ハ三丈弐尺五寸　是ニ右一丈の当リ尺を掛候へハ壱万弐千百七拾九尺欠弐分也　是分と弐番目尺高の内を引候へハ五万七千六百卌四尺八寸八分弐番書付　扨又一三四五番ニ尺数を積り候時ニハ惣尺高の内を弐番目ニ書付たる分と引候へハ弐拾壱万六千百四拾五尺壱寸弐分を一三四五番の知行百四拾九万石ニ割候へハ拾万石ニ付壱万四千五百欠六尺三寸八分三リンつゝ　是を一三四五番それそれの知行ニ懸尺数を書へし　堀普請場ハ此絵図のごとくハかりにハあるへからす　自然ハ畝谷あらハ土を勘定して渡スへし



地獄操
被過問様

米六百五拾石　壱匁ニ付五升つゝ
此銀拾三貫目
内
米　一匁ニ三升つゝ
此銀
米　一匁ニ四升つゝ
此銀

米　　一匁ニ五升つゝ
此銀
米　　一匁ニ七升つゝ
此銀
右本高の内をそれぞれの相場ニ割付可給由といゝかけられし時ニハ上の付紙の通り能々念を入仕分則付紙ニして可越也　直々書付候事あるへからす　自然かきそんしなとしてハ算の下手の様ニ見ゆる也

右当を尋にハ
本高の相場を中に見れハあふ
跡先なれハにけ問くれハ

此故ゝろを分別してあふへき物あふよしきものを見たつる　是ハ小高の相場の事也　本高の相場ニハ百めニ付五石一匁ニ三升四升五升七升なれハ三升よりもたかく七升よりもやすきゆへにあふへきもの也　扨又高の相場跡ちかけれハ銀大分不足先ニちかけれハこめ大分不足あるへし

口伝

米余ハ高ク売　銀子ハ易ク買へといふ事也

右地組ニハ

相場の高を合テ見れハ一斗九升(二毛六弗)則本高六百五十石を一斗九升ニ割候へハ銀三貫四百廿一匁欠五リン六毛　是を四所ニ書付それぞれの相場をかけれハ米合六百五十石銀合拾三貫六百八拾四匁弐分一リン欠四弗　此六百八拾四匁二分壱リン四弗の多キふんを欠ス時には右口伝を以テやすき米を買也

同いかほとの指引を見るニハ

米三升相場を以テ同銀を割候得ハ一石ニ付卅三匁三分三リン三毛三弗　同七升の相場を以テ銀を割候へハ一石ニ付十四匁弐分八リン五毛七弗　当時ニ三升の相場の方を七升の相場へうるハ一石買候へハ拾九匁欠四リン七毛七弗欠ル　則此欠リノ分を左ニ立テ縦銀六百八拾四匁弐分一リン欠四弗を割候へハ米三拾五石九斗二升欠九夕三升相場の所を欠シ七升相場の所をよし候へハ銀高ニて六百八拾四匁弐分一リン欠四弗欠ルナリ

小口延外輪

六尺五寸間三間四方の畳　ハヾ壱尺五寸にして延ス時ニハ三間四方の分数ハ

三八欠二五在リ　是を一五の声を以テ割候へハ弐拾五丈三尺五寸ニ延ス也

平目延外輪

五寸四方の鉄をハ、三寸あつさ弐分にして平目延ス時ニハ弐丈八寸三分三リンニ成　是ハあつさとハ、をかけ合テ六の声　則此音ヲ以テ五寸六分の分数ハ壱二五を割候へハ見ゆる也

小口四方外輪

六尺ニ三尺の分数一八此所を四方ニ直シ四尺弐寸四分二リン六四　是ハ大形ニ割目安をあてかひ右一八算に立目安も割れたるも同声ニなるやうニすへし

針外輪

ふとさ三リン廻りの針割音七欠三壱弐五(二八一二)
同弐リン半廻りの針割音　八八三弐四五
同弐リン廻りの針割音三壱二五

右の音を以テ大鉄の分数を割候へハそれぞれのふとさにして長ク延ル　是を重て針の寸ニ切り何本ニ分る　扨亦不切ニ何本ニ直ス時には針の寸を割音に重てかけ其音を以テ大鉄をハる　割音の作りやうハ丸物の小口直シニ同断　針のふとさハ右音ハかりニハあるへからす　如何ほとに成共用在次第ニすへし

右の声を用

壱寸四方の鉄を三輪廻りの針ニ直シ針かね長さ拾四丈(二尺)二寸弐分二リン　ニ延す　是を壱寸弐分つゝニ切り千百八拾五本と二分二リンの切ニ在リ

同声を以テ

六尺五寸間弐間六方の鉄をふとさ三輪廻りの針かねニ直シ候得ハ三億百弐拾四万弐百弐拾弐丈二尺弐寸弐分二リン　是を一寸弐分の針ニ直シ弐百六拾億欠三百八拾五万千八百五拾一本と一寸弐リンの切ニ在り　同針かねを六尺五寸間一間ニ直シ候得ハ四億八百欠七万千百拾一間七寸弐分二リン在り
同六拾間壱町ニ直シ八拾万欠千百八拾五町拾一間欠七寸二分二リン
同三拾六町一理ニ直シ弐万弐千弐百五拾五理五町拾一間欠七寸弐分二リン
右の道日本長さ何通張を見候へは陸奥そとの浜より長門のふしの浜迄三拾六町道ニて九百廿七理半道在り　則此音にて割候得ハ弐拾三通より九百廿弐理半五町十一間七寸二分二リン迄

材木延ちゝめ

八拾本　長さ四間(五)ニ四寸(五)角在り
直シ百五拾六本一間也
是を長サ五間ニ五寸角木を八拾の方ニ小材木何本とるを見るにハ長さ五間ニ六尺五寸をかけ三丈弐尺五寸　扨又五寸を懸合スれハ廿五ニ成ル　二五三二五の音を懸合テ八一二五の分数ニ成ル　是に八拾本をかけ候へハ六五の分数也　扨亦小材木のふとさ四寸懸合すれハ四々の十六也　此壱六の声を以テ右六五大材木の分数を割候へハふとさ四寸角ニて長さ四百欠六丈弐尺五寸に成ル　是をなん本ニするにハ四百欠六丈弐尺五寸を六尺五寸ニ割六百廿五間　是を右小材木の長サ四間ニ切候へハ百五拾六本一間ニ成ル

平目入物外輪

升目壱斗三升入
此入ものうちのり九寸三分三リン(一)一六方成ハ豆腐のことく外のり九寸五分六リン二六方あつさ弐分三リン一(不要)　かわ底ふた共ニ同　是ハ五寸六方の鉄を升物壱斗三升入の直シ何ほとの入ものに候やといかけられ如此指定ルナリ　一斗三升入の分数八壱二五此内のり九寸三分三リン二六六方　五寸六方の鉄の分数ハ壱二五ナリ　五尺六寸ニハ、九寸三分三リン二ナリ　あつさ弐分二リン九三ナリ
是を仕立るニハ右升目外輪ニて何寸六方をきわめ六方のかわふたそこをつき立何尺と延シあつさをかけて右一二五の分数ニあハせそのあつさを見てあいた分とかわそこふた釘指を重て長ク延シそのかハの厚さのうち釘指ほと取てうすくする　此延シハかわに四つそこふたニ八つ合テ二所也　釘をハうたさるといへ共入ものニ作り立かはそこふたいつれも右ニ在之内のりのかねニて究ニ付てみちかし　就之如此延ス　此外長み成共□
□事あるへからす

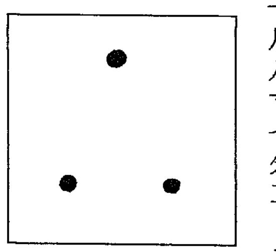
烏算

九万九千九百九拾九羽烏九万九千九百九拾九国の内一ケ国ニ付九万九千九百九拾九里つゝ里の数在り　此里々ニてハ右の烏一羽ニ付九声つゝ一通りの鳴声の数合八拾九誂(九)八百九拾八万(七)一千(三)億欠欠欠弐百七十九万九千九百九拾一声　是ハ鳴声をからすの数に九の音を懸テ扨又さと国をかけ両様を左

右ニ立テかけ候へハ鳴声ニ成ル

雨の算　但雨落勘定より出ス

千理四方ニ三百誂降也(町)　但壱寸八分七リンの雨落ニ三粒ふる様つもる也
町ニ直シ四万八千丈四方
間ニ直シ弐百八拾八万間四方
丈尺ニ直シ百八拾七万弐千丈四方
十八万七千弐百丈．壱万八千七百廿丈
千八百七拾弐丈四方　百八拾七丈二尺
十八丈七尺二寸　一丈八尺七寸　分
一尺八寸七分二リン　壱寸八分七リン二



何理ニ四拾八をかけ何町ニ成
何町ニ六の音を懸何間ニ成
何間ニ六五をかけ何丈ニ成
然共卅六町一理の時ニハ何理ニ卅六をかける
よくよく道をさたむへし　扨又四拾八町道何理をはやく丈ニ直ス時ニかけ声一八七二　卅六町道ニハ一四欠四
但三粒より上へハ百あかりニすへし

同雨落望の方より出ス

千五百理四方此雨六千七百廿八誂四百十七万二千八百億粒也
是ハ望の方算の上手成ニ付六ケ敷問かける
五寸四方の雨落ニ三拾粒降つもりニて千五百理四方ニハ如何程ふり候やと堂時には五寸四方の分数ハ五々廿五此二五の声を以テ三拾粒を割候得ハ壱寸四方ニ付壱粒二歩つゝニ当
右の道丈尺ノ末ハ七寸四分八リン八四方の分数五六欠七四四是に右の一粒二歩をかけ七寸四分八リン八四方の雨六拾七粒二八四一七二八ふる　是を小にして如右上へ百(上り?)より絵図ニハしるすにおよハす

四土用の鼠親弐疋ニて壱年中多成也

三月ニ親弐疋　合四拾八疋
四　拾弐疋　合弐百拾六疋
三　七十二疋　合八百六十四疋

二　四百卅二疋　　合二千五百九十二疋
一　弐千五百九十二疋　　都合三千七百廿二疋
但三月の親二疋ともに小高を合するニハ上の声をかける

右四十用鼠の長ハ五寸在り子細ハ拾合舛の深サの寸也　然共日本は小国又は寒国なる故ニかほそし　さりながら算ニハ長五寸ニしたつる　扨又人ニより鼠の数すくなきなとゝ不審あらハ古流ニハ一疋ニ付拾弐疋つゝ生せまた親をも子うむ度々ニ数ニ入たる故ニ多シ　当流にハ男鼠を引前かと数ニ入たる親をもせんぐりニすて数ニ入さると可答　□の声をも六の声を用也

同廿日鼠親弐疋壱年中ニ多なる也

正月廿日親二疋
八　十弐疋　　合弐兆欠卅壱万千八(九)百九拾一億三百六(三)拾三万六千八百卅二疋
七　七十二疋　　合六百七拾七万欠六百六拾三億七百七十七万八千九百四十四疋
六　四百卅二疋　　合壱百六拾九万弐千六百六拾五億九百四十四万四千七百卅六疋
五　弐千五百九十二疋　　合三拾七万六千壱百四十七億九百八十七万六千六百欠八疋
四　壱万五千五百五十二疋　　合七万八千三百六十四億一百六十四万欠九百六拾疋
三　九万三千三百十二疋　　合壱万五千六百七十二億八百卅二万八千一百九十二疋
三　五十五万九千八百七十二疋　　合三千欠四十七億四百九十五万弐千七百欠四疋
二　三百卅五万九千三(二)百卅弐疋　　合五百八十億欠四百七十五万弐千八百九十疋
〇　二億欠十五万五千三百九十二疋　　合一百欠八億八百卅九万壱千一百六十八疋
九　十二億欠九十三万二千三百五十二疋　　合廿億欠壱百五十五万三千九百廿疋
八　七十二億五百五十九万四千百十二疋　　合三億六百九十五万一千五百五十弐疋
七　四百卅五億三百五十六万四千六百七十二疋　　合六百七十一万八千四(二)百六(六)十四疋
六　弐千六百十二億一百卅八万八千欠卅弐疋　　合一百廿壱万三千欠五十六疋
五　壱万五千六百七十二億八百卅二万八千一百九十二疋　　合廿壱万七千七百廿八疋
四　九万四千欠卅六億九百九十六万九千一百五十二疋　　合三万八千八百八十疋
三　五十六万四千二百廿一億九百八十一万四千九百一十二疋　　合六千九百一十弐疋
二　三百卅八万五千三百卅一億八百八十八万九千四百七十二疋　　合二千弐百廿四疋
一　弐兆欠卅壱万一千九百九十一億三百卅三万六千八百卅二疋　　合弐百一十六疋
正月廿日親弐疋共ニ
都合弐兆九百廿四万九千弐百六拾七億五百廿万欠四千九百八十八疋

十尺
丈ニ直シ　七拾三万一千弐百卅壱億六百八十八万欠百廿四丈
五(六)尺五寸
間ニ直シ　壱百拾弐万四千九百七十一億八百二十七万一百拾三間半二尺二寸五分
六十間
町ニ直シ　壱万八千七百四十九億五百卅万欠四千六百一十八町半町三間半二尺一寸五分
三十六町
一里ニ直シ　五百廿億欠八百廿一万欠二千九百欠六里欠弐町半町三間二尺二寸五分

此四ケ条々の内末三ケ条ハ百河治兵衛直シ候て見申候　自然人の彌望なとの時ニハ丈尺ハかりさたすへし

拾壱天界広さ
十一天目上の□天界中すミ
壱　七百五拾四万五千九百八拾九億七百九十三万一千四百九拾六丈三尺欠九分
二　六百廿八万八千三百廿四億八百廿七万六千弐百四十六丈九尺二寸四分二リン
三　五百廿四万欠弐百七十億欠六百八十九万六千八百七十二丈四尺三寸六分八リン
四　四百卅六万六千八百九拾二億二百四十壱万四千欠六拾丈欠三尺六寸四分
五　三百六十三万九千欠七十六億八百六十七万八千三百丈欠欠三尺
六　三百欠三万弐千五百六十四億欠五拾六万五千二百五十丈欠二尺五寸二分一リン
七　二百五十弐万七千一百卅六億一十三万七千七百欠八丈五尺四寸四分
八　弐百一十万欠五千四(九)百四十七億一百六十一万四千七百五十七丈壱尺二寸
三地獄上界
九　百七拾五万四千九百五十六億欠五十壱万二千二百九十七丈六尺
三地獄中界娑婆界
十　百四十六万弐千四百六十三億三百七拾六万欠二百四十八丈
右丈尺を六尺五寸一間ニ直シ
弐百廿四万九千九百四十三億六百五十五万四千二百廿七間半一尺二寸五分
六十間一町ニ直シ
三万七千四百九十九億欠六十万欠九千二百卅七町欠七間半一尺二寸五分
三十六町一理ニ直シ
千欠四拾一億六百四十万欠五千五(八)百卅七(十二)理欠五町七間半一尺二寸五分
天上より十一界目下の□の三地獄下界

十一　百廿壱万八千七百一十九億四百八十万夊弐百夊六丈六尺六寸六分六りン

右拾壱天界は円輪金玉也　はらいてんは外輪□□□んへ中の輪也
日月は東西の輪に□り付人間ニ墨付を為見分也　知程に無界ニ在之諸
生千草万木迄も佛の□□□　右ニ付テ有佛ニ□　一界成共天上を望事
肝要也

	廿日鼠長		仁　長
一	壱尺弐寸九分	一	弐丈五尺八寸
二	一尺夊七分四りン七	二	弐丈壱尺五寸
三	八寸九分五りン六	三	一丈七尺九寸一分六りン
四	七寸四分六りン四	四	一丈四尺九寸三分
五	六寸弐分弐りン	五	一丈二尺四寸四分一りン六
六	五寸壱分八りン四	六	一丈夊三寸六分八りン
七	四寸三分弐りン	七	八尺六寸四分
八	三寸六分	八	七尺二寸
九	三　寸	九	六　尺
十	二寸五分	十	五　尺
十一	二寸八りン	十一	四尺一寸六分六りン

右拾壱天同尺諸生弐割高下在りと御仏の被極申候此界の曲尺ニ直シ如
此其界の□尺□□鼠弐寸五分人の長五尺つゝ在り

主な書きかえ
之→の　遣→け　寿→す　年→ね　や→也　越→を
流→る　ゟ→より　登→と　本→ほ　連→れ　乃→の
礼→れ　志→し　ト→分・歩　（昭和六十二年二月十四日受理）
（金子勉　書写）

論　　説

百川治兵衛に関する新資料

藤井与右衛門家算稿

金　子　　勉

Ⅰ　はじめに

後掲の資料は，新潟県佐渡郡金井町大字泉藤井与右衛門家（当主武夫氏）に所蔵されている．昭和56年7月，知人の同町本間彦十郎氏を介してその内容の照会があり，本間氏のコピーを得，同年8月18日藤井家を採訪し，現物を確認したが，現在までのところ，この資料（以下『稿本』と呼ぶ）の前後の欠落部分を補う資料や，これに直接関連しそうな資料は見つかっていない．

したがって，この『稿本』の全容，成立年，稿名，原本か写本かなどいずれも直接知ることができないが，百川治兵衛に関する新しい資料と考え，取りあえずこの現存部分を紹介し，若干の考察をも付記しておきたい．

Ⅱ　藤井与右衛門家『稿本』

（別掲）

Ⅲ　考　　察

1.　百川治兵衛に関する新資料とする根拠

「同廿日鼠親弐疋壱年中ニ多成也」の項の末尾に

此四ケ条々の内末三ケ条ハ百河治兵衛直シ候て見申候　自然人の彌望なとの時ニハ丈尺ハカリさたすへし

とあるのが，百川治兵衛に関する新しい資料とする根拠である．

佐渡には，『百川流算盤練習帳』をはじめ『百川積り算用』『百川流算法記』『百川算盤　全』など多くの写本（以下これらを百川流算書[1]と呼ぶことにする）が残っているが，『諸勘分物第二巻』の他には，どの写本にも治兵衛の名のあるもの，あるいは治兵衛から出た経緯を示すような記事のあるものは，これまで見つかっていないからである．

周知のように，『諸勘分物第二巻』には

是よりも早き延様虎巻ニ有之（太皷成の木の項）

此割様は別ものに有之(日積りの項)

と記した部分があるから，治兵衛には『諸勘分物』以外に算稿があることは明白であり，この『稿本』が治兵衛のもの(直筆か写本かは別)として存在しても不思議ではない．

2. 成立の時代と藤井与右衛門家

“末の三ケ条はどれも百河治兵衛(自身)が換算してみたものである”というからには，少なくとも，この『原本』は治兵衛が生きた時代元和・寛永の頃の成立としなければなるまい．事実，この『稿本』そのものは，古文書に詳しい田中圭一氏(佐渡高校教諭・県史編纂主任)によれば，字体や紙の大きさ[2]からみて，寛永頃のもの，どんなにおそくとも慶安時代(1648〜1652)を下ることはあるまいという．

一方，所蔵している藤井与右衛門家の成立は延享元年(1744)であるが，実は，同家は同村の藤井与左衛門の分家である．当時の与左衛門には実子がなく，島内の国府から養子をもらったが，後に実子が生れたので，与左衛門家は養子に譲り，実子とともに延享元年に与右衛門家を興したと伝えられている．その初代は宝暦4年(1754)に没しており，戒名は鉄翁宗樹居士である．当主の武夫氏は8代目である．

与左衛門家については，まだ直接採訪の機会を得ていないが，何度かの電話連絡によって，現在のところ，『稿本』の欠落部分や，関連資料は見つかっていないこと，過去帳には，寛永3年12月の覚岸妙性信女があることがわかっている．したがって，少なくとも与左衛門家は治兵衛の時代には存在していることであり，与右衛門家の分家の事情や，この『稿本』が与右衛門家の古文書箱の中から見つかったことなどから考えれば，分家前には与左衛門家にあったものとみるのが自然であろう．もっとも，最初から藤井家になければならない必然性はいまのところ見出されない．与右衛門家は3代目与右衛門の時代(寛政)に名主を務めており[3]，逗留者などもあったと伝えられているから，あるいは，そんな時代に入手したことがあってもよいことである．いずれ詳しい調査が必要であるが，その経緯がどうであっても，この『稿本』が百川治兵衛に関する重要な算資料であることに変りはない．

3. 内容についての若干の考察

(1) まず，烏算，鼠算，雨の算，登坂普請[4]，拾壱天界広さ などの項目に注目したい．これらは，いずれも，これまでの百川流算書には見られない項目であること，また，従来，烏算，鼠算，日本国中に一度にふる雨の量 はそれぞれ寛永4年，同8年，同18年の『塵劫記』をもってその初見とされてきたが，この稿本の成立年によっては，その事情は違ってくるかもしれないこと，さらには，『算用記』や『割算書』以外の算書の存在を考えなければならないことなど，問題を提起してくれるからである．

(2) この『稿本』を著すのに，治兵衛はある程度既存の算書(や知識)を参考にしたことは，この後の考察などからも明らかであるが，それが何であるかはよくわからない．例えば，『塵劫記』から烏算や鼠算を得たとしても，彼の没年を寛永15年とする限り[5]，雨の算について 日本国中に一度にふる雨の量 を参考にすることは不可能である．雨の算が彼の創作でない限り『算用記』や『割算書』以外にその資料を求めなければなるまい．

このことは，下平和夫，平山諦，戸谷清一氏等がそれぞれの立場で『算用記』や『割算書』より古い算書が存在する(あるいは存在した)にちがいないと指摘していることに対する一つの傍証を与えるものといえよう．それは，『塵劫記』に烏算や鼠算のヒントを与えるものであったかも知れない．

(3) さらに，烏算では，一羽の鳴声の数は少いが，烏，国，里の数は『塵劫記』よりはるかに多く，したがって，声数の合計もずい分大きくなっている．鼠算では，『塵劫記』の年間12回に対し，『稿本』では「四土用鼠」[6]や「廿日鼠」の名を借りて，年間4回，18回の2例をあげており，前者では計算の原理を理解させ，後者では思いきり大きな数に持ち込んでいる．四土用鼠の名や廿日鼠を登上させたのは治兵衛の工夫かどうかわからないが，とにかく，治兵衛の工夫になる部分が多いことは間違いない．それは「四土用鼠」の項で

人ニより鼠の数のすくなきなと，不審あらハ，古流ニハ一疋ニ付拾弐疋つゝ生せ，また親をも子うむ度々ニ数に入たる故に多シ，当流にハ男鼠を引，前かと[7]数ニ入たる親をもせんぐり[8]ニすて，数ニ入さると可答□[9]の声をも六の声を用也

とあることからも察せられる．『塵劫記』では　2×7^n　とするのに対し，『稿本』では　2×6^n　としていることもさることながら，さらに注意しなければならないのは，『塵劫記』形を「古流」と称していることである．元和８年(1622)成稿の『諸勘分物第二巻』における「ふくべ成」の容積計算でも

乍去　か様の直シやうハ古流ニて入すこしふとし

と記している．この両者の「古流」を並列的に考え得るとすれば，鼠算は元和の頃にはすでに「古流」と称する程に早くから知られたことになりはしまいか．

また，『塵劫記』形を古流と称する治兵衛自身が大数の数え方について

都合二詠九百廿四万九千弐百六拾七億五百廿万欠四千九百八十八疋

のように記しているところをみると，古流と称する部類の算書の存在をより確かにしてくれるように思われる．

(4)　いま少し『稿本』の数値などをみよう．πは3.2（針外輪），1升桝は $5\times5\times2.5$ 寸^3 の京桝（平目入物外輪，廿日鼠）で，ともに『諸勘分物第二巻』と同様である．桝の容量は『算用記』『割算書』とも同じであり，これらは　$4.9\times4.9\times2.7$ 寸^3 の今桝（新京桝）と古桝（京桝）とをのせている『塵劫記』とよく比較されていることは周知のところである．

１里については，雨の算で48町１里で計算しながら，36町１里のことにも言及し，以後鼠算や針金の長さ，拾壱天界広さでは36町１里のみを扱っている．『算用記』『割算書』『諸勘分物第二巻』『塵劫記』いずれも36町１里である．

加えて，「地獄揲」[10]「地組」[11]「自然」[12]や「拾壱天界広さ」における種々の文言などの古さ加減，各項の書き振りも，少なくとも『諸勘分物第二巻』に比べて洗練さに欠けていることなどを考慮すれば，この『稿本』の成立年は『諸勘分物第二巻』のそれを下ることはないと思われる．

(5)　この『稿本』が治兵衛の直筆か写本かについても一考してみる．治兵衛の直筆と考えられる『諸勘分物第二巻』の筆跡と比較すると

四　八　欠　石　尺

など大きな差異が見られるが，同一人でも，改まって書いたものと書きなぐ

ったもの，執筆の時点の違い（何年も間隔があるとき）などによって，異筆のように思われることがあるから，素人には筆跡による判断のみでは危険な場合がある．したがって，文章の欠落部分や数値の誤記などにもその資料を求めてみる．

文章については，①同雨落望の方より出スの最後の「如右上へ百より絵図ニハ」の部分，②四土用鼠の「右四土用鼠の長ハ五寸在リ　子細ハ拾合舛の深サの寸也　然共……五寸ニしたつる」の部分，③材木延ちゝめの「八拾本長サ四間ニ四寸角在リ」の部分などがあげられる．①では「絵図」の前に欠落があるか，少なくとも「百より」は「百上り」とするところに違いない．本人ならこんな書き方や誤記はしないであろう．②は文意がはっきりしない．四土用鼠は普通のどぶ鼠のこととすれば，長さは５寸位でよいとしても，それなら拾合桝の「深さ」ではなく「広さ(口)」である．単に深さと広さの書き違いとすれば「然共………」は無理して書くことのない部分であろう．深さを生かせば，2.5寸で廿日鼠の長さになる．廿日鼠の項で，その総数「都合弐詠九百………八十八疋」の丈尺は１疋2.5寸で計算している．その根拠は稿本の最後にある廿日鼠長と仁(人)長の所にはあるが，総数の丈尺計算以前には全く説明がない．四土用鼠の項で廿日鼠の長さを説明するのはやや不自然ではあるが「子細は……」の前に廿日鼠の長さの説明があったのではないか．③では「長さ五間ニ五寸角」とすべきところである．『諸勘分物第二巻』にも全く同じ問題があり，そこには正しく記されている．雨の計算で「町」を「丈」に，廿日鼠の項で「六尺五寸」を「五尺五寸」と記す程度は著者のミスとみるとしても，「百河」[13]については，やや気になるところである．

数値の誤記については，多少あたってみて気付いたものは復刻文の各右側に◯書きで正しいと思われる数値を記入してみたが，それだけでも相当の数になる．これをすべて治兵衛自身の書き誤りや計算違いとするには，あまりにも多すぎる気がする．したがって，この『稿本』は一応，著者治兵衛以外の人による写本であると考えたい．

次に，弗についてふれて，この拙稿を一応終ることにする．

(6)　百川流の特色の一つといえる欠・弗(弁)については，藤原松三郎氏が

『明治前日本数学史第１巻』で，百川治兵衛の『諸勘分物』と百川忠兵衛の『新編諸算記』との内容比較の中で取り上げて以来，これまでに何人かの人が（何度か）論じてきている．私も「弗および欠について」（『亀井算研究ノート』(4)　『月刊珠算界』１９６４年６月号）で論じた．そこでは，佐渡の史料関係では『佐渡風土記』正保４年（１６４７）の条に，火事による焼失金銀の記事に「弗」がはじめて見え，算書関係では『百川流算盤帳』（天明８年）に弗・欠を見ているが，岩木拡氏が「百川治兵衛と百川流算法の沿革」の中で寛永・正徳等の年号のある古い百川流算盤帳を見ることがあると記していることから，佐渡では寛永の頃には「弗」は使われていたと推定した．ただし，これだけから，治兵衛が弗を使ったか否かを推論するのは危険であり，いずれ，慶長・元和等の資料を得て検討する日のくることを期待するとも記した．

また，『従弐桁九桁迄割懸算盤帳』（安政３年）を例に，弗と違うように見える字を弁とみ立てて，大修館の『大漢和辞典』（諸橋轍次）によって，

> 弁と拚は音と意味が，拚と拂とは意味から相通ずるものがあることを認めれば，
>
> 弗 → 拚 → 弁
>
> が考えられる．このことを考慮すれば，弁の字は単に弗の字の最初の横棒が一本たりないと云う意味での弗や，単なる誤記と云うよりは，むしろ，弁は弗に通ずることを知って弁と書いたとみる方が妥当ではないかと思う．

とした．

しかし，今回，この『稿本』に遭遇したのを機会に，「右地組ニハ」に２字，「同いかほとの指引を見るニハ」に５字ある弗位の文字(『亀井算研究ノート』のＡ『従弐桁九桁迄割懸算盤帳』で弁とした文字に酷似している）について再検討した結果，これらの文字は，いずれも「弗」そのものであると判断した．以下に，Ｂ『算盤稽古帳』（安政２年）　Ｃ『算盤帳』　Ｄ『百川小割並積算割方』Ｅ『百川積り算用』（文政９年）[14] および佐渡の史料として極めて貴重なＦ『佐渡国略記』を例に，「弗」とする論拠を述べてみる．なお，Ｆは最近上下２巻本（約１５２０頁）に活字復刻された[15]が，２ケ年余その作業に携わる機会を得たことも，上の結論を得るのに少なからず影響していることを付記しておきたい．なお，Ａ～Ｆ等の資料は「註」の次にまとめる．

さて，Ａ→Ｂ→Ｃ→Ｄ→Ｅ　の順に一べつすれば，大略見当がつくと思うが，念のため若干説明を加えよう．まず，Ｂを左側から右側へ見てゆけば，いずれも弗であることはすぐわかる．左から６番目はすでに従来Ａで弁としたものに近いが，これも（左の数値を直したことからも）弗であることは間違いない．ＤとＥは書名は異なるが両者は同一の稿本からの写本である．この資料は種々の算用の項の前にある「算盤帳」の部分の同じ内容の一頁であることに注目したい．このＤとＥの関係はＣにみられる．

つぎに，$F_1 \to F_2 \to F_3 \to F_4 \to F_5 \to F_6$　を見る．F_1は正保４年に弗が使われていた例．F_2は３か所に「御拂」があり，F_3にも「御拂米」がある．したがって，同じ行の上から２字目は間違いなく弗，F_4，F_5にはその変形がある．これまで見てくれば，F_6は「御拂米」と「御拂」である．後者の手編を除けば「弁」に見ちがえるが，もちろん「弗」である．これで，「拂の代りの拚，弗ではなく弁」などとは云えなくなった．また，仮りに変形が粗末だとしても弗から弁になることがあっても，弁から弗にはならない．同一紙面の隣の行同志で同じ単位を表す文字を書き分ける必要もない．資料Ａの「通計八拾壱匁弐厘五毛七弗」は中段の９個の商の合計である[16]．このことも同一単位に２文字を使用しないことを示す材料である．

ちなみに，『算法亀井抄　中』（山田市郎兵衛板）「第十三　橋入目さん」終りから８行目の毛位の次の字も「弗」であり「本つ」つまり「ホツ」と読むことも当然であろう．

さて，『稿本』の成立年は不明ではあるが，前述の推測が許されるならば，「弗」は少なくとも元和の頃には使われており，百川治兵衛も「弗」を使っていたといってよいことになる．

なお，この「弗」は「ホツ」ではなく「フツ」ではないか，という人があったが，もともと弗や拂には漢音のフツ，呉音のホツの両者があり，佛にもフツ，ホツ（ともに漢音）がある．釈迦の高弟の一人「シャーリプトラ」を「舎利弗」とかき「シャリホツ」と読む例をあげれば，ホツでもよいことになる．

上記の『算法亀井抄』の「本つ」や毛位の次は「弗（ホツ）」以外知らないという佐渡の古老（昭和38年頃70才台）たちの言に従い「ホツ」とするのが妥当である．

註

1) 佐渡では「百川流」は数学の代名詞のごとく呼ばれている．ここで云う百川流算書の内容は，算盤帳の一部，『塵劫記』に近い求積問題，『地方覚』（奉行所役人の必読書）からの引用部分，年貢計算，日用諸算等様ざまである．いずれにも「弗」と「欠」がみられる．『諸勘分物第二巻』のごく一部を含むものもある．

2) 縦約36㎝横約49.5㎝の紙を巻紙状につないである．

3) 同家の伝承，『金井町史』にも資料がある．

4) 『稿本』の最初の部分，項目名が欠けているので，仮称

5) 『佐渡国略記』（舟崎文庫蔵），『佐渡風土記』（岩木文庫蔵）

6) 土用は春夏秋冬各1回である．普通のどぶ鼠（いえ鼠）は80日位で親になることから，80×4＝320 より四土用→年間4回としたものであろう．廿日鼠についても，20×18＝360 から18回を設定したものであろう．

7) 前廉　前述

8) 先繰　あとからあとから

9) 法としたいが，字は仗か．

10) 棵（ワ・摘む）にみえるが，稞（クワ・むぎ，穀のよいもの）のつもりであろう．地獄棵は種々の穀物，ここでは種々の相場の米の意味であろう．

11) 地割・田分・門組などともいう．農民の所持地は生産力に差異があるので，一定年限ごとに交換して，貢租負担や土地利用を平均化すること．ここでは，相場の異なる米を平均化する計算法のことであろう．

12) 古語では「万一」（まんいち）の意，なお，彌望は特に望む意．

13) 『諸勘分物第二巻』「弟子状」（従来，算道免許状と称されたもの，私はその形式から，『亀井算研究ノート』以来，弟子状と呼んでいる）はいずれも「百川治兵衛」の署名と花押がある．

14) Bは相川町年寄甲賀佐助の孫晋之助旧蔵書，当人も同見習を務めている．

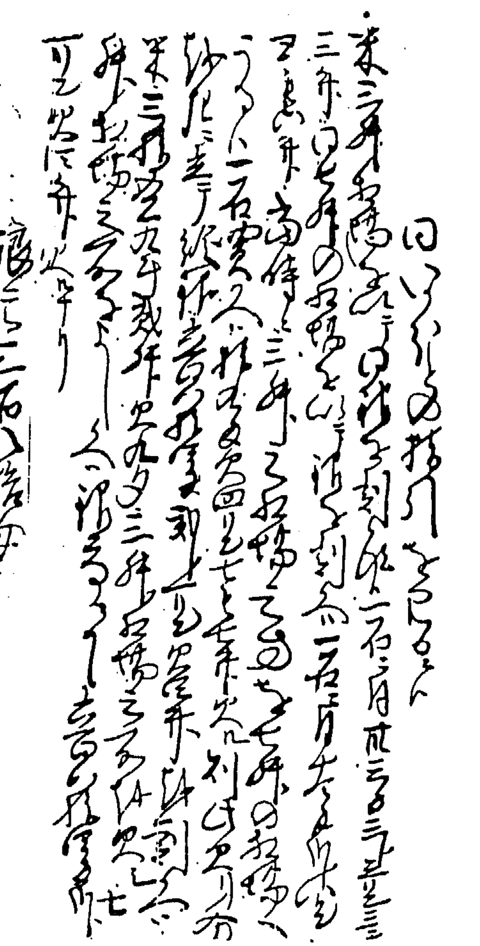
Cは古川家旧蔵書，先祖は宝暦年間，流人として佐渡へ流され，鉱山で働き，振矩師を務め，2代の養子も絵図師を務めている．これは文化年間の写本と考えられる．Dは金井町松林家蔵，Eは河原町諏訪町（佐和田町）伊藤徳蔵蔵書，Eは真光寺村（同左）本間氏（東福城主本間佐渡守一族の子孫）旧蔵書，

15) 県立佐渡高等学校創立90周年記念出版（同校同窓会刊）

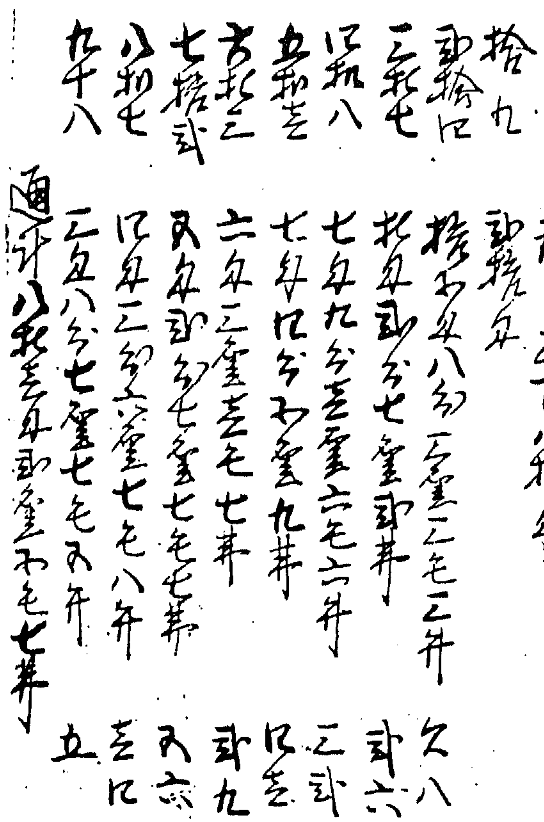
16) 算盤帳の形式　例えば　銀高三百八拾匁を弐拾四で割ると商が拾五匁八分三厘三毛三弗で余りは欠八．

―――― 弗に関する資料 ――――

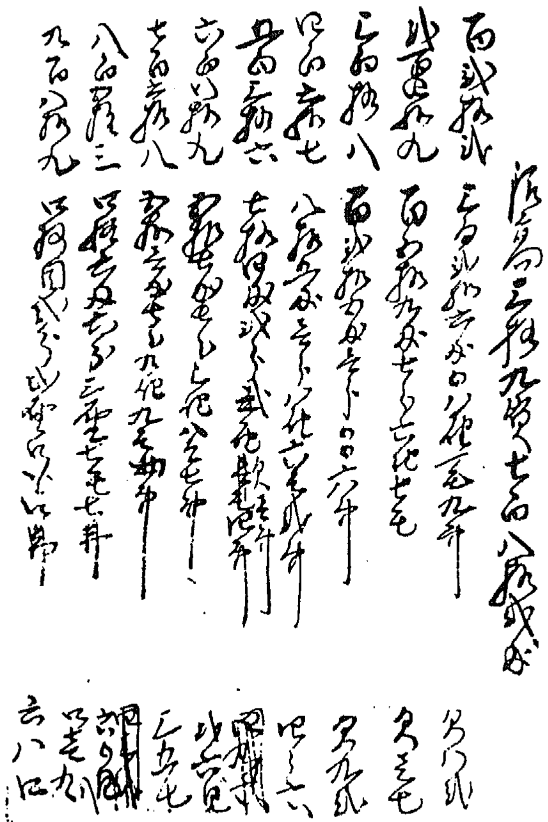
〔稿本〕



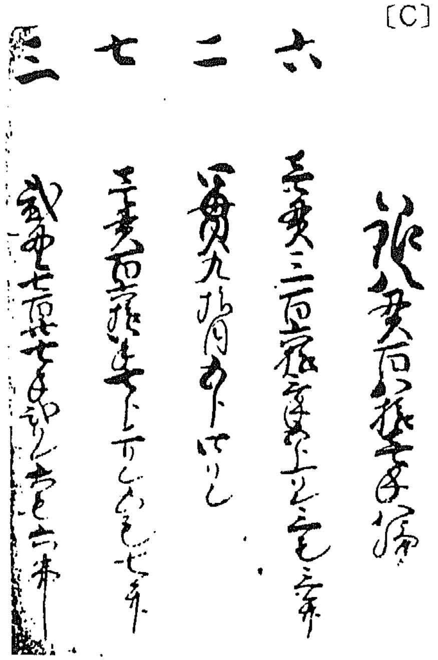
〔A〕



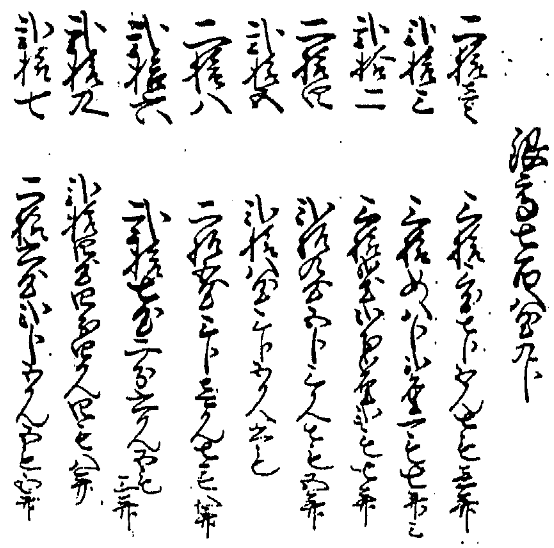
〔B〕



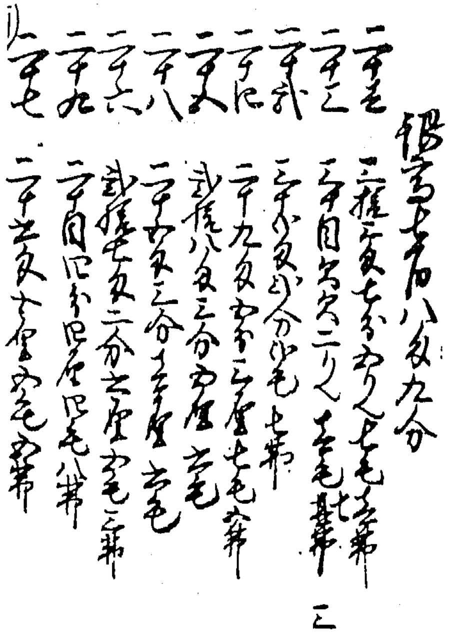
〔C〕



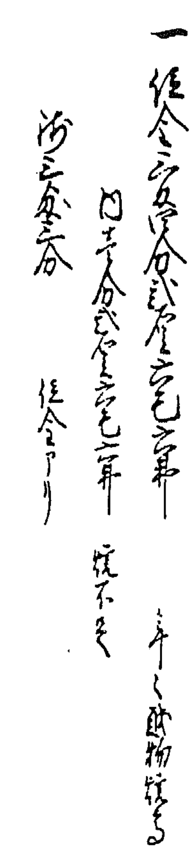
〔D〕



〔E〕

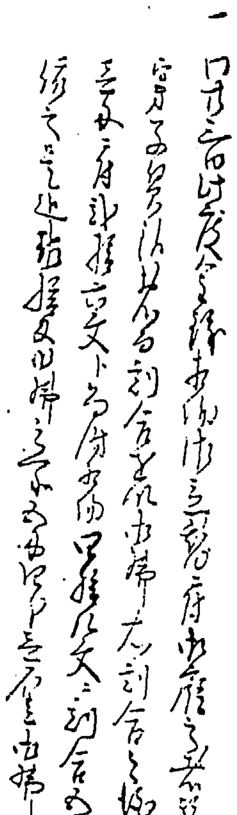


〔F_1〕



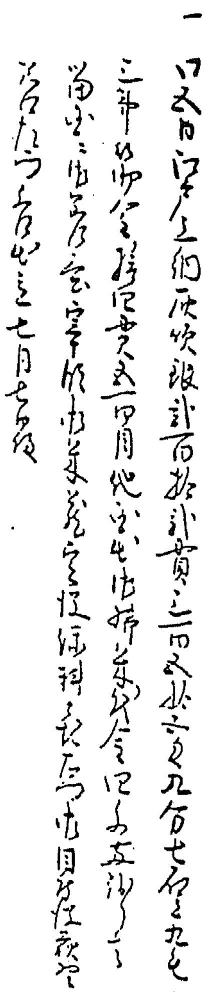
（正保四年）

〔F_2〕



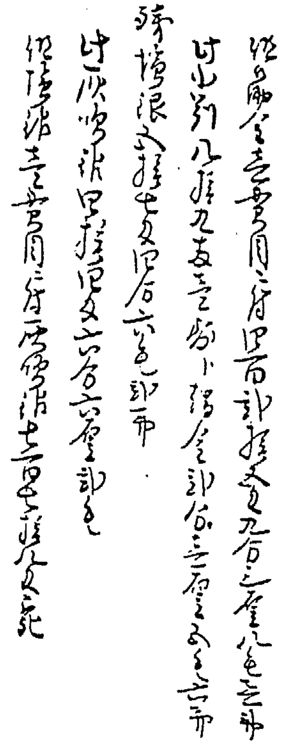
（元文三年）

〔F_3〕



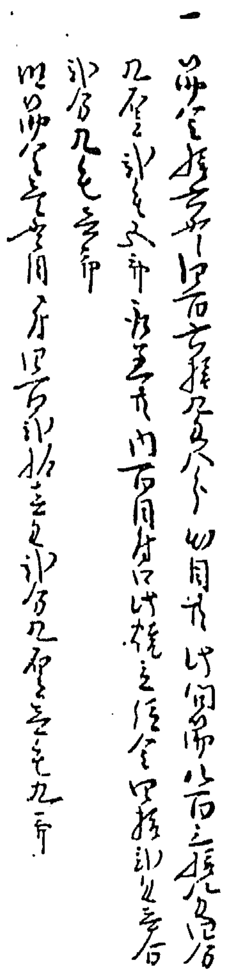
（同右）

〔F_4〕



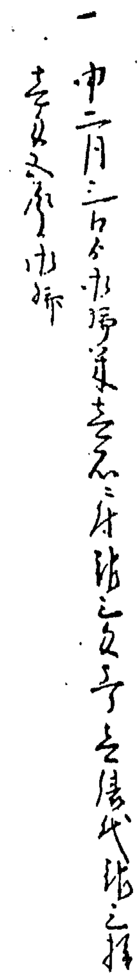
（元文四年）

〔F_5〕



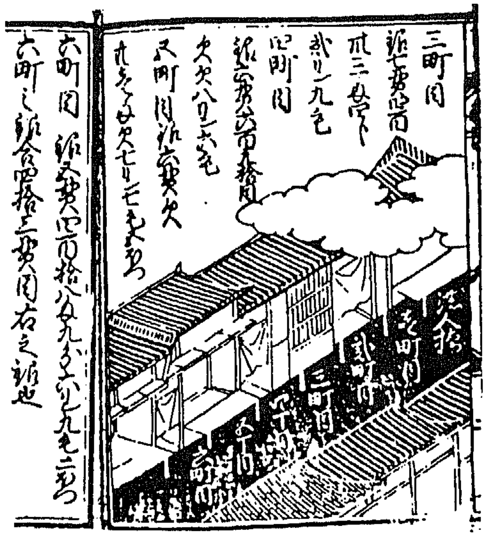
（元文五年）

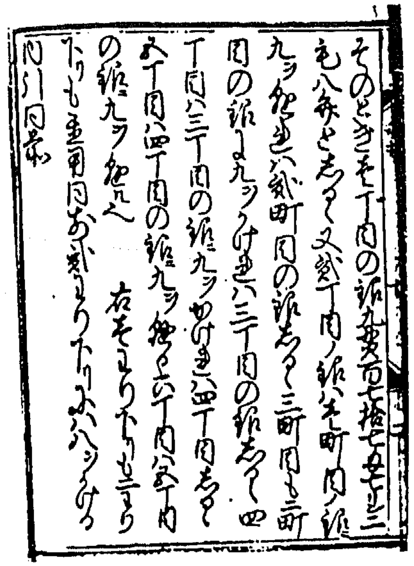
〔F_6〕



（同右）

〔算法亀井抄〕





「第十三橋入目さん」の一部
上の頁には「本つ」，下の頁
には「弗」がみえる．

(昭和 62 年 2 月 14 日受理)

論　　説

関孝和、李善蘭と自然数累乗の和に関する公式

杭州大学数学系　沈　康　身

1. 問題の提起

公式を以て自然数累乗の初めの n 項の和

$$\sum_{r=1}^{n} r^p \quad (p\text{が自然数})$$

を表すのは従来中国及びその他の国における数学家に重視されている．

古代ギリシア　紀元前六世紀にピタゴラス学派が自然数の初めの n 項和公式（$p=1$）

$$1+2+3+\cdots\cdots+n=\frac{n}{2}(n+1)$$
$$=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n \qquad (1)$$

を案出した可能性がある．*その公式は遅くともアルキメデス（Archimedes. B.C. 287〜212）の『コノイドと球について』（Conoids and Spheroids）という書の初頭における系にすでに記載されている．**

ピタゴラス学派は奇数の初めの n 項和公式

$$1+3+5+\cdots\cdots+2n-1=n^2 \qquad (2)$$

をも案出している．***『コノイドと球について』の命題 2 の系には自然数の 2 乗の初めの n 項の和を求める公式が記載されている．この公式は

$$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$
$$=\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{6}n \qquad (3)$$

に相当する．その原始文献は次のとおりである．

$$(n+1)n^2a^2+a(a+2a+3a+\cdots\cdots+na)$$

---

* T. L. Heath, Greek Mathematics, Oxford, 1921, vol 1, p. 76
** T. L. Heath, The Works of Archimedes, Cambridge, 1897, p. 105
*** T. L. Heath, Greek Mathematics, Oxford, 1921, vol. 1, p. 77

$= 3\{a^2 + (2a)^2 + (3a)^2 + \cdots\cdots + (na)^2\}$

紀元100年に，ピタゴラス学派に属するニコマコス(Nicomachus of Gerasa)は『算術入門』(Introductio Arithmatica)の第2節において

$1^3 = 1,$

$2^3 = 3 + 5,$

$3^3 = 7 + 9 + 11,$

$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$ ＊

と述べている．これらによって，公式(2)を利用して，自然数の3乗のn項和を求める公式

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots\cdots + n^3 = \left[\frac{n}{2}(n+1)\right]^2$$

$$= \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2 \quad ＊＊ \qquad (4)$$

をえる．実際には『算術入門』にはこの結果が現われてこない．

東洋　紀元七世紀にインドのブラーマグプタの数学著にはすでに自然数の累乗の初めのn項和の公式がある＊＊＊(p=1, 2, 3)．

ギリシア，インドの数学の影響の下で，紀元十世紀から十一世紀にかけての間，イスラムの数学家アル・カルキ(al-Karkhi)＊＊＊＊に著われた『代数，AL-Fakhri』にあきらかに公式(4)が記載されている．もう一人のイスラム数学家アル・カシ(al-Kashi, ?-1429)の著した『算術論』(1427)＊＊＊＊＊

＊ T. L. Heath. Greek Mathenatics, Oxford, 1921, vol. p.109-110

＊＊ n^3がn個の連続した奇数の和と推想できる．もし初項を$2x+1$と記すと，末項が$2x+2n-1$となる．このn個数の和が$(2x+n)n$となる．したがって，$x=\frac{1}{2}(n^2-n)$がある．すなわち，このn個の奇数はn^2-n+1，$n^2-n+3, \cdots\cdots, n^2+n-1$，である．したがって
$1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+r^3 = 1+(3+5)+(7+9+11)+\cdots\cdots+(\cdots\cdots r^2-r-1)$
そういう奇数列について，項数からその和は$1+2+3+\cdots\cdots+r = \frac{1}{2}r(r+1)$を考えて，公式(2)から公式(4)が考えられる．

＊＊＊ A. K. Bag, Mathenatics in Ancient and Medieval India, Delhi, 1979, p.182

＊＊＊＊ OOT. L. Heath, Greek Mathematcs, Oxford, 1921, p.109

＊＊＊＊＊ A. . pajymoBcka 主催： . . AL-Kawu, K AP METUKA, Mockba, 1956, p.205

(全，五巻)の第五巻第七章には算術法則五十条が載せてある，そのうちのの第14法則は自然数の4乗の初めのn項の和を求めることである．彼が挙げた例は1から4乗までのものであったが，論述した法則は一般的な場合に適用している，すなわち

$$\left\{\frac{1}{5}[(1+2+3+\cdots\cdots+n)-1]+(1+2+3+\cdots\cdots+n)\right\}(1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2)$$

すなわち

$$1^4+2^4+3^4+\cdots\cdots+n^4 = \frac{1}{5}n^5+\frac{1}{2}n^4+\frac{1}{3}n^3-\frac{1}{30}n \qquad (5)$$

である．

紀元一世紀，『九章算術』が完成された時代では，中国は算術級数公式(1)を錐形差といっている．紀元六世紀に完成された『張邱建算経』には公式(1)における初項，末項，和，公差の互換について詳しく研究されて，一般的法則も提出されている．

中国の伝統的数学には，高階等差級数の和を求めることが垛積術とよばれている．十三世紀に楊輝は『詳解九章算法』(1261年)の商功章に最初「垛」(推積)という術語を用いた．それは公式(3)に当たる．彼はこの著作に，問題を設けて，答えて，術を立てる．「菓子一垛，下方十四個，問計幾何」．答曰「一千一十五個」．術曰，「下方加一，乗下方，為平積；又加半為高，以乗下方，為高積，如三而一」．

また，楊輝は公式(1)を広げて，公式(1)の初めのn項の和を新数列の一般項として，

$$1+3+6+\cdots\cdots+\frac{n}{2}(n+1) = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2) \qquad (6)$$

を提出して，それを三角垜と称した．彼も公式(2)をも広げた．すなわち，

初項が$m>1$からはじめて，

$$m^2+(m+1)^2+(m+2)^2+\cdots\cdots+n^2$$

$$= \left[(m^2+n^2+mn)+\frac{1}{2}(n-m)\right]h \div 3$$

$$h = n-m+1 \qquad (7)$$

を得た．

楊輝より二百年早く，沈括(1031〜1095年)は『夢渓筆談』第18巻に上に述べたものよりもっと一般的な垛積公式(沈括はそれを隙積という)を

提出した．もし垜の上，下底がそれぞれ $a\times b$ と $c\times d$ であり，　高さが h 個であれば，沈括はこの場合に対して，

$$a\times b+(a+1)(b+1)+(a+2)(b+2)+\cdots\cdots+c\times d=$$
$$=[(2b+d)a+(2d+b)c]h\div b+(c-a)h\div 6 \qquad (8)$$

を得た．明らかにして公式(2)，(6)，(7)はすべて公式(8)の特別の場合である．

楊輝よりやや遅く，元時代の朱世傑は『四元玉鑑』（1303年）に続いて楊輝の三角垜和を求める公式を広げて，前の数列の初めの n 項和を本数列の一般項として，一つ一つ新たに命名して，

菱草垜；1，2，3，……，n

三角垜；1，3，6，10，……，$\frac{1}{2}n(n+1)$

撒星形垜；1，4，10，20，……，$\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

三角撒星形垜；1，5，15，35，……，$\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3)$

三角撒星更落一形垜；1，6，20，50，……，$\frac{1}{120}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$

朱世傑はそれぞれの和を求める公式を提出している．それらの公式の中には，

$$1+4+10+\cdots\cdots+\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)=\sum_{r=1}^{n}\binom{r+2}{3}=\binom{n+3}{4} \qquad (9)$$

$$1+5+15+\cdots\cdots+\frac{1}{24}n(n+1)(n+2)(n+3)=\sum_{r=1}^{n}\binom{r+3}{4}=\binom{n+4}{5} \qquad (10)$$

$$1+6+20+\cdots\cdots+\frac{1}{120}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)=\sum_{r=1}^{n}\binom{r+4}{5}=\binom{n+5}{6} \qquad (11)$$

事実には，朱世傑によって広げられた一系列の三角垜の各項（斜めにみると）

1，1；1，2，1；1，3，3，1；1，4，6，4，1；………

は賈憲三角形となる．賈憲は北宋時代の人で，約十一世紀五十年代前後にくらしていたのである．楊輝は『詳解九章算法』に賈憲「開方作法本源図」を引用して，この図には各項の構造の規則がある．それは

$$(n+1)^p=\binom{p}{0}n^p+\binom{p}{1}n^{p-1}+\binom{p}{2}n^{p-2}+\cdots\cdots+\binom{p}{r}n^{p-r}+\cdots\cdots$$
$$+\binom{p}{p-1}n+\binom{p}{r} \qquad (12)$$

に当たる．

西ヨーロッパ　　西ヨーロッパは十七世紀から自然数累乗の初めの n 項和の一般的に表わす式を探究しはじめた．ベルヌーイ（Jacobi Bernoulli，1654～1705年）はそれについて成果を得た．彼の遺作 "Ars Conjectandi"（1713年）には

$$\sum_{r=1}^{n}r^p=\frac{1}{p+1}\sum_{j=0}^{p}\beta_j\binom{p+1}{j}n^{p+1-j}$$

ただし　$\beta_0=1$，$\beta_1=\frac{1}{2}$，　$\beta_2=\frac{1}{6}$，　$\beta_3=0$，　$\beta_4=-\frac{1}{30}$，

$\beta_5=0$，　$\beta_6=\frac{1}{42}$，　$\beta_7=0$，　$\beta_8=-\frac{1}{30}$，　…………　(13)

β_i（$i=1, 2, 3,$ ………）

世間ではベルヌーイ数とよばれている．

ベルヌーイは自然数の p 乗の初めの n 項和が n の $p+1$ 乗の多項式（常数項が欠ける）であると思っている．彼はそれを

$$\sum_{r=1}^{n}r^p=S(n)=a_0n^{p+1}+a_1n^p+a_2n^{p-1}+\cdots\cdots+a_pn \qquad (14)$$

と記している．ただし

$$\sum_{r=1}^{n+1}r^p=S(n+1)=a_0(n+1)^{p+1}+a_1(n+1)^p+a_2(n+1^{p-1}+\cdots\cdots$$
$$+a_p(n+1)$$

$$S(n+1)-S(n)=(n+1)^p$$
$$=a_0[(n+1)^{p+1}-n^{p+1}]+a_1[(n+1)^p-n^p]+a_2[(n+1)^{p-1}-n^{p-1}]+$$
$$+\cdots\cdots$$

を二項式に広げて，係数を比較して，

$a_0=\frac{1}{p+1}$，　$a_1=\frac{1}{2}$，　$a_2=\frac{1}{6}\cdot\frac{p}{2}$，　$a_3=0$，　$a_4=\frac{p(p-1)(p-2)}{720}$，

$a_5=0$，　………

を得た．

奇数標号係数が a_3 からすべてゼロであるので，彼は

$$S(n)=\frac{n^{p+1}}{p+1}+\frac{1}{2}n^{p}+\beta_2\frac{p}{2!}n^{p-1}+\beta_4\frac{p(p-1)(p-2)}{4!}n^{p-3}+$$
$$+\beta_6\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)(p-4)}{6!}n^{p-3}+\cdots\cdots$$

とする．それは公式 (13) なのである．

2.　関孝和の業績

関孝和（1642?～1708）は字が子豹，号が自由亭で，日本国群馬県の人．彼は数学上の傑出した貢献で，日本の人々に算聖とよばれている．彼の著述は多く，その中の，『括要算法』*（四巻）（1712年に初版）の第一巻が『垜積総術』である，この書には自然数の累乗の初めの n 項和の公式（$p=1$，2，3，……，n）及びその導き出す過程を記している．関孝和は中国的伝統数学に通じて，幾何，代数，数論等の分野にすべて渉猟して，重要な成果を得た．関孝和の生きていた時代はちょうど中国の明時代の末，清時代の初頭で，中国数学が不景気のころであった．彼は青は藍より出でて藍よりも青しというようになった．累乗の和を求める公式はその中の一つの例である．

『垜積総術』は漢文で，使われている術語，たとえば，垜積，招差，纍，演段，**等級，自乗（平方），再乗（立方），三乗方（4乗），実，法，実如法一，通分内子等の意味は中国数学とまったく一致している．彼も中国の数字の記し方を使って，筆順が縦，横，正負が厳密に算木の記数法によって記している．

関孝和はベルヌーイより先に自然数の p 乗の初めの n 項の和が n の $p+1$ 乗多項式（常数項が欠ける）ということを考慮していた．また，関はこの多項式 (14) における各項の係数 a_0，a_1，a_2，……，a_p が賈憲・三角形の第 $p+1$ 層の係数に相応的関係があると考えている．『垜積総術』に記載されている十種類の演段から，彼が次の関係式を知っていたと推知できる．すなわち，

---

*　平山諦，下平和夫，広瀬秀雄編著『関孝和全集』，大阪，1974年．

**　演段は中国数学における用語で，清時代の李鋭跋李治『益古演段』に「所謂演者，演立天元，段者，以条段求之也」といっている．

$$(p+1)\,S(n)=n^{p+1}+G\binom{p+1}{1}n^{p}+G_2\binom{p+1}{2}n^{p-1}+\cdots\cdots+$$
$$+G_p\binom{p+1}{p}n \qquad (15)$$

$n=1$ のとき

$$p+1=1+G_1\binom{p+1}{1}+G_2\binom{p+1}{2}+\cdots\cdots+G_p\binom{p+1}{p} \qquad (15.1)$$

それから，次の一系列の公式を得る．すなわち，

$p=1$ のとき　$2=1+G_1\binom{2}{1}$，　$G_1=(2-1)\div 2$　（15.1.1）

$p=2$，　$3=1+3G_1+3G_2$，

$G_2=[3-(1+3G_1)]\div 3$　（15.1.2）

$p=3$，　$4=1+4G_1+6G_2+4G_3$，

$G_3=[4-(1+4G_1+6G_2)]\div 4$　（15.1.3）

$p=4$，　$5=1+5G_1+10G_2+10G_3+5G_4$，

$G_4=[5-(1+5G_1+10G_2+10G_3)]\div 5$　（15.1.4）

関の原文に対照して，以上に述べた公式を説明してみよう．

原文は公式(13)の左辺（$p=1$，2，3，……，11）に対応する数列を中国数学の名称で命名して，

$p=1$　圭垜，　$p=2$　方垜，　$p=3$　立方垜，

$p=4$　三乗垜，　$p=5$　四乗垜，　…………，

$p=11$　十乗垜．

毎一種垜の求和はすべて詳しい導き出しがある．

原　　　文	現　代　訳
圭垜演段	自然数の初めのn項の和の導き方
置基数自乗，得数与一箇相消得式	二項式二次展井，其中常数項為0，取係数，0，$\binom{2}{1}\binom{2}{0}$，0，2，1
置圭垜原法（$p+1=2$）　内減一級数（$(\binom{2}{0})$），余一為実．以二級数（$(\binom{2}{1})$）為法．実如法而一，得二分之一為加，是為逐乗二級之取	（15.1.1）式

数（G_1）也．	

又如

原　　　文	現　　代　　訳
平方垜演段	自然数の初めのn項の和の導きだし方
置基数再自乗，得数与一箇相消得式．	二項式三次展　，其中常数項為0，取係数．　0，$\binom{3}{2}$，$\binom{3}{1}$，$\binom{3}{0}$，0，3，3，1．
置二級数（$\binom{3}{1}=3$），取二分之一（G_1），得一箇二分箇之一．一級数（$\binom{3}{0}$）二位相併，共得二箇二分箇之一．通分内子得五，寄位．置平方垜原法三（$p+1$），以分母二相乗得六．内減寄位，余一為実．置三級数（$\binom{3}{2}=3$）以分母二相乗得六為法．実如法而一，得六分之一為加，是逐乗三級之取数（G_2）也．	（15.1.2）式

原著には，$G_3=0$を得たあとで，続いて三乗垜演段がある．それには“置基数四自乗之得数与一箇相消得式（0，5，10，10，5，1）．置二級数(5)，取二分之一（G_1），得二箇二分箇之一．置三級数（10），取六分之一（G_2），得一箇三分箇之二，四級取数空（G_3），一級数(1)三位以遍通術求同分母六，通分内子得三十一，寄位．置三乗方垜原法五（$p+1$），以分母六相乗，得三十，以減寄位，余一為実．置四級数(5)以分母六相乗得三十為法，実如法而一得三十分之一為減，是逐乗五級之取数（G_4）也．”

明らかにして，原作にいわれた計算は公式（15.1.4）なのである．

$G_4=-\dfrac{1}{30}$が得られる．

関孝和は以上のようにして，十乗方垜までに演段して，それぞれG_1，G_2，G_3，……，G_{11}の値を得て，『垜積総術』にそれらの値を下の表に記入している．下の表には，アラビア数字を使うことにした．

											1	1	基数	原法 $p+1$	
										0	2	1	圭	2	1
									0	3	3	1	平	3	2
								0	4	6	4	1	立	4	3
							0	5	10	10	5	1	三乗	5	4
						0	6	15	20	15	6	1	四乗	6	5
					0	7	21	35	35	21	7	1	五乗	7	6
				0	8	28	56	70	56	28	8	1	六乗	8	7
			0	9	36	84	126	126	84	36	9	1	七乗	9	8
		0	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	八乗	10	9
	0	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	九乗	11	10
0	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1	十乗	12	11
	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	1	1	級　数		
	0	$\frac{1}{66}$	0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{42}$	0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	1	取数 G_i		p
	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	序号 i		

上の表にあるG_iの値に対応する賈憲三角形数をかけると，

$G_i\binom{p+1}{i}=(p+1)a_i$となる．

関孝和は和を求める公式(14)中にある11種類垜のa_iの表を与えている．

										0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	圭　垜	1
									0	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	平方垜	2
								0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	立方垜	3
							0	$\frac{1}{30}$	0	$\frac{10}{30}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{6}{30}$	三乗方垜	4
						0	0	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{2}{12}$	四乗方垜	5
					0	$\frac{1}{42}$	0	$\frac{7}{42}$	0	$\frac{21}{42}$	$\frac{21}{42}$	$\frac{6}{42}$	五乗方垜	6
				0	0	$\frac{2}{24}$	0	$\frac{7}{24}$	0	$\frac{14}{24}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{3}{24}$	六乗方垜	7
			0	$\frac{3}{90}$	0	$\frac{20}{90}$	0	$\frac{42}{90}$	0	$\frac{60}{90}$	$\frac{45}{90}$	$\frac{10}{90}$	七乗方垜	8
		0	0	$\frac{3}{20}$	0	$\frac{10}{20}$	0	$\frac{14}{20}$	0	$\frac{15}{20}$	$\frac{10}{20}$	$\frac{2}{20}$	八乗方垜	9
	0	$\frac{5}{66}$	0	$\frac{33}{66}$	0	$\frac{66}{66}$	0	$\frac{66}{66}$	0	$\frac{55}{66}$	$\frac{33}{66}$	$\frac{6}{66}$	九乗方垜	10
0	0	$\frac{10}{24}$	0	$\frac{33}{24}$	0	$\frac{44}{24}$	0	$\frac{33}{24}$	0	$\frac{22}{24}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{2}{24}$	十乗方垜	11
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	序号 i	p

この表に並べられている数値によってすぐ $p=1$ から $p=11$ までの各種のの和を求める公式が書き出せるのだろう．

たとえば，$p=7$ の場合では

$$\sum_{r=1}^{n} r^7 = a_0 n^8 + a_1 n^7 + a_2 n^6 + a_3 n^5 + a_4 n^4 + a_5 n^3 + a_6 n^2 + a_7 n$$

$$= \frac{3}{24} n^8 + \frac{12}{24} n^7 + \frac{14}{24} n - \frac{7}{24} n^4 + \frac{2}{24} n^2$$

$$= \frac{1}{8} n^8 + \frac{1}{2} n^7 + \frac{7}{12} n^6 - \frac{7}{24} n^4 + \frac{1}{12} n^2$$ となる．

3.　李善蘭の業績

李善蘭（1811～1882年）は字が壬叔，号が秋紉であり，浙江海寧の人，

清時代の著名な数学家，天文学家で，中国近代数学，天文学の先駆である．彼は中国数学に精通したのみではなくて，イギリス人のワイリ（Alexander Wylia）と『代微積拾級』（Elias Loomis），『代数学』（De Morgan）を共訳したのである．前者は日本人福田によって翻訳，解釈され，後者は塚本明毅によって翻訳されて，両方とも明治５年（1872）のことで，一時に東亜において最初の数学解析の教科書となってしまった．李善蘭は著作がかなり多く，代表できるのは『則古昔斎算学』である．その中にある『垜積比類』四巻は中国では元時代の朱世傑以来のもう一つの傑作である．第一巻には三角垜の和を求める公式があって，その中で元垜，一乗垜，二乗垜，………について，李善蘭はそれぞれ下のとおりに定義している．

元　（1，1，1，………，1）；

一乗垜は元を積み重ねて（1，2，3，……，n）；

二乗垜は一乗垜を積み重ねて，（1，3，6，……，$\binom{n+1}{2}$）；

三乗垜は二乗垜を積み重ねて，（1，4，10，……，$\binom{n+2}{3}$）；

四乗垜は三乗垜を積み重ねて，（1，5，15，……，$\binom{n+3}{4}$）；

そして，この四種類の垜の和の求める公式（(2)，(3)，(9)，(10)と同じ）を与えた．続いて，李善蘭は三角垜の和を求める一般的公式を与えた．この一般的公式はそのときまでなかったものであった．彼は明確に「凡有高（n）求積者，置高，以高逓加一，累乗之，加至本乗垜数（p）乗之而止，為実．如一，二，三諸数連乗至視本乗垜数多一（$p+1$）而止，為法．実如法而一」と指摘している．それは

$$\sum_{r=1}^{n} \binom{r+p-1}{p} = \binom{n+p}{p+1} = \frac{n(n+1)(n+2)\cdots\cdots(n+p)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdots\cdots (p+1)}$$

なのである．

第２巻には乗方垜の和を求める公式がある．その中の元垜，一乗方垜，二乗方垜，……について，李善蘭はそれぞれ定義している，すなわち，

太垜は単数を積み重ねてできる，（1，1，1，…，1）；

元垜は根数を積み重ねてできる，（1，2，3，…，n）；

一乗方垜は平方を積み重ねてできる，（1，2^2，3^2，……，n^2）；

二乗方垜は立方を積み重ねてできる，（1，2^3，3^3，4^3，…，n^3）；

三乗方垜は三乗方垜を積み重ねてできる．（1，2^4，3^4，…，n^4）；

四乗方垜は四乗方垜を積み重ねてできる．（1，2^5，3^5，…，n^5）；

李善蘭はそれぞれ以上の各種乗方垜の和を求める公式を与えてきた，そして，それぞれ詳しく導き出してきた．ここでは，李善蘭は創見がある．すなわち，「m 乗垜の初めの n 項の和が m 個の $m+1$ 乗三角垜の初めの n 項の和である」という．

一乗垜に関して，李善蘭は

“有方一，隅一，方以層数為高（r），隅以層数減一為高（$r-1$）各以三角二乗垜求积求入之．” それはすなわち

$$\sum_{r=1}^{n} r^2 = \underbrace{\sum_{r=1}^{n}\binom{r+1}{2}}_{方} + \underbrace{\sum_{r=1}^{n}\binom{r}{2}}_{隅} \quad *$$

なのである．

公式(6)から

$$\sum_{r=1}^{n} r^2 = \binom{n+2}{3} + \binom{n+1}{3} = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1) \qquad (3)$$

を得た．

二乗垜については，李善蘭は“有方一，廉四，隅一，方以層数為高（r），廉以層数減一為高（$r-1$），隅以層数減二為高（$r-2$），各以三角三乗垜求積求入之．”

それは，すなわち，

$$\sum_{r=1}^{n} r^3 = \underbrace{\sum_{r=1}^{n}\binom{r+2}{3}}_{方} + 4\underbrace{\sum_{r=1}^{n}\binom{r+1}{3}}_{廉} + \underbrace{\sum_{r=1}^{n}\binom{r}{3}}_{隅}$$

なのである．

公式(9)から

$$\sum_{r=1}^{n} r^3 = \binom{n+3}{4} + 4\binom{n+2}{4} + \binom{n+1}{4} = \left[\frac{n}{2}(n+1)\right]^2 \qquad (4)$$

を得た．

---

* $\sum_{r=1}^{n}\binom{r+1}{2}+\sum_{r=1}^{n}\binom{r}{2}=\sum_{r=1}^{n}\frac{r(r+1)}{2}+\sum_{r=1}^{n}\frac{(r-1)r}{2}$ ここには，前後両項はすべて三角二乗垜で，前者が r 層，後者は $r-1$ 層ある．

李善蘭にいわれた四乗方垜の和を求めるのは“有方一，甲廉二十六，乙廉六十六，丙廉二十六，隅一．方以層為高，甲廉以層減一為高，乙廉以層減二為高，丙廉以層減三為高，隅以層減四為高．各以三角五乗垜求積術入之．”といっている．

それはすなわち，

$$\sum_{r=1}^{n} r^5 = \sum_{r=1}^{n}\binom{r+4}{5} + 26\sum_{r=1}^{n}\binom{r+3}{5} + 66\sum_{r=1}^{n}\binom{r+2}{5} + 26\sum_{r=1}^{n}\binom{r+1}{5} + \sum_{r=1}^{n}\binom{r}{5}$$

なのである．

続いて，李善蘭は完整的に自然数累乗の初めの n 項の和を求める方法を叙述している．すなわち「五乗方垜以上に一廉を増して，各廉の係数が『乗方垜各廉表』に述べられているとおりであって，残った方法がこれから推測できる」と．それは，

$$r^p = \sum_{r=1}^{p} L_{p,i}\binom{r+p-i}{p} \qquad (16)$$

ただし

$$\sum_{r=1}^{n} r^p = \sum_{r=1}^{n}\sum_{i=1}^{p} L_{p,i}\binom{r+p-i}{p} = \sum_{i=1}^{p} L_{p,i}\binom{n+p+1-i}{p+1} \qquad (17)$$

なのである．

その中に，係数 $L_{p,i}$ が李善蘭によって作られた「乗方垜各廉表」に記さている．上に引用された二つの例には，二乗方垜（$p=3$），三乗方垜（$p=4$）はその表に $L_{3,i}$，$L_{4,i}$ がそれぞれ 1，4，1； 1，11，11，1 である．そして，李善蘭はその表の中に第 p 層 $L_{p,i}$ の「作表法」を与えた．すなわち“造表法：毎格（第 p 層）視上層（第 $p-1$ 層）左右二格，係左斜下第幾行，右格係右斜第幾行．各依行数倍之，相併即本格数．”

それはすなわち

$$L_{p,i} = i\,L_{p-1,i} + (p-i+1)\,L_{p-1,i-1} \qquad (18)$$

である．

乗方垜各廉表

p	乗方 ＼ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	元	1											
2	一乗方	1	1										
3	二乗方	1	4	1									
4	三乗方	1	11	11	1								
5	四乗方	1	26	66	26	1							
6	五乗方	1	57	302	302	57	1						
7	六乗方	1	120	291	2416	291	120	1					
8	七乗方	1	247	4293	15619	15619	4293	247	1				
9	八乗方	1	502	14608	88234	156190	88234	14608	502	1			
10	九乗方	1	1013	47840	455192	1310354	1310354	455192	42840	1013	1		
11	十乗方	1	2036	152637	2203488	973824	15724248	973824	2203488	152637	2036	1	

4. 評価と結論

以上に自然数累乗の初めのn項の和を求める公式の発展の歴史を簡単的に紹介した．東洋の数学家はこの研究について，目立つ功勲がある，関孝和，李善蘭の業績が特に著しい．関孝和の公式(15)がベルヌーイの公式(13)とまったく一致して，関の数G_iもよばれているベルヌーイ数と完全に同じである．しかし，時間的には関はベルヌーイより早く自分の成果を発表している．公式を導き出したことについては，二人の構想が同じであるが，関孝和の算法的仕組みが簡潔であり，中国数学におけるプロセスを持っている．賈憲三角形の各層の係数によって，プロセス公式(14.1)に従って，その前にある各数によって順序にその次の数を得る．ベルヌーイはこれまでにはまだ考えていなくて，ただ一つのセットの数値を与えてきただけであって，正，負，大，小が不規則で，推測しにくいのである．

中国伝統数学は独立に一つの体系になって，関孝和も李善蘭も中国数学をのばさせた，気を使った人である．二人の著述『垜積総術』と『垜積比類』とは文字通りである．

『楊輝算法』（『算法通変本末』，『田畝比類乗除捷法』，『続摘奇算法』の合刻本（1378年）はかって日本に伝わったが，関孝和は寛文元年（1661）に一部を写して，* 真剣に研究していた．『算法通変本末』に載せている問題には垜積術についてのはただ二つある．すなわち，「三角垜底面七個，問積幾何」，「四隅垜底層六個，問積幾何」である．その問題のうしろに答え，術がついている．『垜積総術』に問題を設けた語気が楊輝と同じである．すなわち，「今有三角衰垜，底子三個，問積幾何.」，「今有平方垜，底子三個，問積幾何」* であり，その答え方も問題の述べ方も楊輝と一致している．関孝和はただこれだけにしたがって，完整的に自然数の累乗の和の公式を導き出したのである．

李善蘭は関孝和より二世紀遅い時代の人である．関孝和の考えたのは自然数のp乗の初めのn項の和がnに関する$p+1$乗多項式であって，賈憲三角形を借りて，結果を得るのである．これに対して，李善蘭は別の方法を案出して，それがp個の三角垜の和であると考慮して，三角垜の和を求める公式を

＊　中国科学院自然科学史研究所蔵写本．

使用して，結果を得ることであった．関・李の成果は同じで重要な国際的意義がある．それは中国三国時代の数学先駆劉徽のいったとおりに，道は違うが，行き着く所は同じである．『周易，系辞下』に「天下同帰而殊途，一致而百慮」といってあるが，中国数学と和算とはその共通の哲学思想基礎がある．

関孝和に作られた係数 G_i はベルヌーイより早く，李善蘭が考えた方垜和，すなわち同階三角垜の和は Worpitzky（1883年）* 研究するより早かった．関も李ともに東洋においてすぐれた数学の業積を残し，人々に尊敬されている．日本人の中には公式(13)にある係数の名を「関――ベルヌーイ数」と名づけている.** われわれも公式(16)を"李善蘭――Worpitzky の公式"と命名した方がよいと思う．

（昭和60年9月12日受理）

王青翔　訳

---

*　J. W. Riordaw. An Introduction to Combinatorial. Analysis. 1964. p. 236.

**　日本学士院『明治前日本数学史』1979. 第2巻 p. 160.

***　中国では垜積術を探究する詳して専門書，たとえば『詳解九章算法』，『四元玉鑑』は当時すべて日本に伝わっていなかった．（日本学士院『明治前日本数学史』第一巻 pp. 16－29，第5巻　p. 425.）

論　説

沈康身教授の論文を読む

平　山　　諦

沈教授は本誌109号（1986年）で「秦九韶の大衍総数術と関孝和の諸約術」なる論文を発表した．その中で，秦九韶（1202～1261）の『数書九章』（1247年稿成る，1842年宜稼堂本の中で初めて刻刊）の大衍総数術（大衍求一術とも言う）と，関孝和（1640～1708）の諸約之法を比較され「関孝和の諸約の術が中国によったのはいうまでもない」と結論している．

藤原松三郎は『明治前日本数学史』巻二172頁で『数書九書』はわが国に入った形跡はない，と述べている以上は，沈教授は『数書九章』を見た，と言うことは憚っているようである．実際，今日まで，『数書九章』がわが国に入った証拠はまだ見出されない．

秦九韶の大衍求一術と関孝和の剰一術が同じであることは三上義夫がすでに次の英文の著書で述べている．

Y. Mikami, Development of mathematics in China and Japan. Leipzig 1913.

更に，『増修日本数学史』131頁の頭注にも「拾遺諸約之法による．ただし，剰一術は宋の秦九韶の大衍求一術と全く同一なり．拙著『和漢数学発達史』（英文）を見よ．（三上）」と記している．

この三上の説に対して，藤原松三郎は孝和の剰一術は中国から伝わった証拠はないと反対している．藤原の論文を引用して後，私は三者の立場を明らかにしたいと思う．

藤原松三郎は東北数学雑誌第40巻（1939）に「和算史の研究」なる論文を掲げ，その中の一節，和算と中国数学との交渉で次の如く言う．（言葉遣いは現代風に改めた）

「翦管術と楊輝算法．和算における翦管術は関孝和の遺編・括要算法（宝永6年1709序，正徳2年1712刊）及び拾遺諸約之法（天和3年1683）に現われたのが最初である．翦管術とは現今の言葉でいえば，

$x \equiv a \pmod{m_1}$ ，$x \equiv a_2 \pmod{m_2}$ ，……，$x \equiv a_n \pmod{m_n}$

の解法である．其原型は孫子算経の「今有物不知其数，三三数之賸二，五五数之賸三，七七数之賸二，問物幾何」なる問題であって，その一般の解法は

宋の秦九韶の『数書九章』（淳祐７年1247)に大衍求一術の名の下に与えられていることは周知の事実である．林鶴一は，

「実に両一及び翦管は関流の最高免許別伝及び印可において之を見る．もと関孝和の発明とせらるるも，中国数学より来れるものなるべし．中国にては大衍求一術或は単に求一術ともいう」（和算研究集録上巻741頁）

と述べられている．また三上義夫氏は「関孝和の業蹟と京坂の算家並に中国の算法との関係」（東洋学報第22巻，昭和９年，97〜99頁）なる論文の結語において次の如く記るされている．

「関孝和の剰一術並に翦管術の如きは，宋の秦九韶の数書九章に接したや否やは姑く措き，中国の算法に基き考案したものであったろう．翦管というのも中国で稀に用いられた術語であり，同じ意味に使っておるのである．故に関孝和が何らかの中国の算法を基礎とした事は疑われないが，前に明かにした以外には如何なる経路に依って中国の算法に接したかを知り難いのである．（藤原脚注，三上氏は東洋学報第16巻，昭和元年，頁445で剰一術は多分唐の宣明暦に関する算法から得たものであろうと思われると述べていられる）

三上氏は共立社の輓近高等数学講座における東西数学史（昭和3年）頁114〜115で，

「剰一術は中国から伝わったものであるに相違ない．……『数書九章』には翦管の名称は見えぬけれども，此書より稍々後れて出た宋の楊輝の著書中に見えている．翦管と言う術名さえ伝わっているのであるから，その術が伝わったことに何らの疑いもない．和算家が翦管術の術語を用いたのは『楊輝算法』に拠ったと言うよりも，宣明暦に関する何等かの文書から採ったものではあるまいかとも思われる．」

と論ぜられている．

これに対して余は次の如く主張したいのである．

関孝和の翦管術はその名称と共に楊輝算法から得たものである．併しその根抵をなす剰一術は中国から伝わったという痕跡は未だ発見されない．」

（以上，32行は藤原の論文からの引用）

アンダーラインは太文字で印刷してある．藤原は次にこの主張の論拠を述べている．まず，『楊輝算法』を関孝和は奈良のお寺で写したことをあげている．その中に「翦管五問」とあるが，そのうちの一問を次のように述べている．

「物不知総数，只云，三三数之剰二，五五数之剰三，七七数之剰二，問本総数幾何．（孫子）

答曰，二十三．

解題，俗名，秦王暗点兵，猶覆射之術，或過一百五数，須於題内云知．翦管術曰，三数剰一，下七十，題内剰二，下百四十，五数剰一，下二十一，題内剰三，下六十三，七数剰一，下十五，題内剰二，下三十，三位併之，得二百三十三，満一百五数去之，減両個一百五，余二十三，為答数」

このように『楊輝算法』には翦管術の解法は述べているが，その基礎になる剰一術の解法はない．この問題の剰一術は簡単であるから，試索的に知られるものとして，これから剰一術を案出したことは関孝和の偉大な点で，剰一術は孝和の発見と見る，と藤原は結んでいる．剰一術も中国から伝えたということに対する何らかの論拠も未だ発見されぬ，とも述べている．

以上の如く，藤原松三郎は『数書九章』はわが国に入った証拠がないから，これを無視した．これに対して，三上義夫，沈康身教授の両人は，『数書九章』には剰一術そっくりの大衍求一術がある．これが何らかの方法でわが国に入ったものではないか，と主張するのである．藤原，三上，沈教授の歴史観の相違に過ぎない．

前にあげた三上の英文の著書『和漢数学発達史』は中国名をローマ字で綴ってあるのでわかりにくいから，藤原も十分には調査しなかったことを付記しておく．そのほかの三上義夫の論文では，『数書九章』の内容を具体的に述べたものは見当らなかった．とにかく三上がこの説を発表したのは1913年（大正２年）のことであった．

最初に述べた数個の翦管術を解くには，剰一術を何度も解かねばならない．これを斎藤尚中（1773〜1844）はただ一回の解法ですます方法を考えた．（明治前日本数学史巻四82頁，巻五279頁）

この方法は会田安明の三回忌（文政二年1819)にものした渡辺一の『謹鷹算法』に述べてある．それによると，渡辺の門人斎藤尚中が二重翦管術を解いたが，渡辺は三重，四重などの翦管術に拡張したとある．

35頁14行に藤原の脚注として，三上氏は剰一術は多分唐の宣明暦から云々，……とあるが，建部賢弘の『研幾算法』（天和３年1683)第49問は「今有宣明暦見行草，不知積年，……」とあって，宣明暦の積年を求める問題である．見行草とは作暦の基本数値の計算である．建部の凡例には「第四十九問，本書云宣明授時大衍紀元統天五暦共問之．今因出題数，而以宣明暦法術之，是則翦管術也．……翦管術（第四十九問）右師伝之秘訣也．別書載之」とある．

数値の問題であるから，宣明暦法を以て術した．これすなわち剪管術なり．剪管術は師関孝和から伝わったものである．建部の説明によると，この問題はほかの暦書にもあった．関孝和も研究していた．宣明暦は唐の徐昂が長慶2年（822年）に作るところ，わが国で最も長期間採用された暦である．

建部が計算した宣明暦の積年とは上元からの積年である．上元とは七曜（日，月と木，火，土，金，水の七つの天体）が赤道の虚9度に集って動き始めた時を仮定して暦元としている．この計算を藪内清は次の著に述べている．

藪内清著『隋唐暦法史の研究』昭和19年

この著の58頁に次の如く述べている．

「然らば，隋唐諸暦の上元は如何にして求められたか，というに，年月の長さのみを以て不定方程式を解き，五星の常数は予め除外されている．基準となる上元歳は常に前11月甲子朔夜半冬至に始まるが，下限年の前11月朔及び冬至は甲子夜半と必ずしも合致しない．いま甲子夜半より数えて，実測による下限年の前11月朔及び冬至の日時を夫々a及びbとすれば，上元積年xに対し，

（1歳の日数）x－（1月の日数）$y=b-a$，

（1歳の日数）$x-60z=b$

なる連立不定方程式を解き，此等を満足するxの中，予定せる上元歳の干支に適合するものを以て所求の上元積年を得ることが出来る．清の張敦仁の求一算術巻下に，麟徳，大衍の諸術につき，此種の計算による解法が示されている．此の算法は大衍求一術と称せられ，宋の秦九韶の数書九章において始めて詳述されたが，その片鱗はすでに晉代の算書孫子算経に見えている．新城博士の計算に従えば，更に漢代に溯るものと言わねばならぬ．」

不定方程式の二番目は干支60を入れて作ったものである．新城博士云々は，新城新蔵著『東洋天文学史研究』を指す．

藪内清のこの著は昭和19年1月の出版である．藪内は戦前，戦中も度々仙台に来て調査した．藤原松三郎とも会っているから，最初に掲げた藤原の論文を知っている筈である．大衍求一術とか数書九章のことはそれから取ったものであろう．

建部の伝える所によって，関孝和もまた宣明暦法の剰一術を研究したことは明らかである．われわれは三上義夫，沈康身教授の主張を裏づける所の資料の出現を望んで止まない．

（昭和61年9月1日受理）

資　　料

法道寺和十郎の著作について

王　　青　翔

広島の和算家法道寺和十郎は日本数学史上，遊歴算家としてよく知られている．彼は文政三年に広島の鍛冶屋の家に生れ，幼い頃から算学を好み，後に梅園に従って内田五観の門に入った．彼は九州等の地方に出て，算学を教授し，同時に，数多くの和算書及び草稿を撰した．下平和夫氏の1964年の調査で，法道寺和十郎の著作をたくさん見ることができるようになった．下平和夫氏は「法道寺和十郎の著書について」（『数学史研究』第2巻第9号，1964年4－6月）という論文に法道寺の著書の中で年紀のあるものを公表しているが，ここで，日本学士院図書館所蔵の，簡単に見ることのできる法道寺和十郎の著作のリストをならべて，下平和夫氏により公表された資料に補っておきたい．

円内容円術解	（田口）
円壔穿去円術後編	（田口）
円理還源式并解	岡本則録所蔵 日本学士院写
観術（法道寺授法，土屋修蔵編）	（土屋）
算法鈎垂術初問続編	（宮坂）
算法鈎垂図解初問	（宮坂）
鈎題（法道寺閲，石黒信基編）	（石黒）
算学捷解（自筆，写）	（田口）
算法正平術（自筆，写）	（田口）
関流算法稱平術	（市川）
法寺転規草	（伊藤）
算法円理解	（山本）
円理図解	（尾形）
円理新々解義	（光又）

算法豁円交周解併湾周術	（田口）
豁術草（自筆）	（田口）
算法顕玄通鑑（自筆）	（田口）
瑚璉直菱惑論	（湯川）
三円交処容累円術	（市川）
算学草	（田口）
算法円理鑑極数之解	（中山）
算法円理三台解（自筆，写）	（田口）
算法円理即編	（遠藤）
算法記	（村山）
算法浅問抄（自筆）	
新起算問奇題（自筆）	（土屋）
法道寺草稿	（岡本）
法道寺手稿（自筆）	（宮坂）
法道寺穪平術	（遠藤）
法道寺先生雑解	（石黒）
法道寺先生算題解（自筆）	（遠藤）
法道寺和十郎草稿（自筆）	（藤田）

注：右に書いてあるかっこの中の名前は書の寄贈者である．

（昭和62年7月23日受理）

講　座

バビロニアの代数・中国の句股法

黒　田　孝　郎

I　シュメール・バビロニアの代数

バビロン第1王朝初期の紀元前1800年ごろのものといわれる粘土版（エール大学蔵）に，つぎのような問題が刻まれている．

「長さ」と「幅」を加えると6；30，「面積」が7；30である．「長さ」，「幅」を求めよ．[1)]

メソポタミアでは60進記数法を用いた．たとえば，単位7と半分は楔形文字で7と端下30を並べて刻んだ．ここでは，それを7；30と記すことにする．

この問題は，当世の中学生はつぎのように解くであろう．

「長さ」をx，「幅」をyとする．$x > y > 0$

$$x + y = 6\,;\,30 \rightarrow 6\frac{1}{2} \qquad (1)$$

$$xy = 7\,;\,30 \rightarrow 7\frac{1}{2} \qquad (2)$$

（矢印→は60進記数法表示を現在用いられている表示になおすこと，あるいはその逆）

式(1)から　$y = \frac{13}{2} - x$

これを式(2)に代入して

$$x^2 - \frac{13}{2}x + \frac{15}{2} = 0$$

根の公式によって

$$x = \frac{\frac{13}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - \frac{15}{2} \times 4}}{2}$$

$$= \frac{\frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{169}{4} - 30}}{2} = \frac{\frac{13}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}}}{2} = \frac{13 \pm 7}{4}$$

したがって，$x = 5$，$y = 1\frac{1}{2}$

そこで，「長さ」5，「幅」1；30

これは，２元２次連立方程式を解いたことになる．

ところで，この問題を解いたのは紀元前１８００年ごろで，未知数xも等号もまだ考えられてなく根の公式も導かれていない時代である．その時代に，どのようにして解いたのだろうか．この粘土版には，答を求める計算がつぎのように刻んである．

（点線の右およびカッコ内は引用者注）

「長さ」と「幅」の和の半分をとる．	$\frac{6;30}{2} = 3;15 \rightarrow 3 + \frac{15}{60}$　(1)
これを自乗する．10；33，45	$(3 + \frac{15}{60})^2 = 9 + 2 \cdot 3 \cdot \frac{15}{60} + (\frac{15}{60})^2$
	$= 9 + 1 + \frac{30}{60} + \frac{225}{60 \cdot 60} = 10 + \frac{30}{60}$
	$+ \frac{60 \times 3 + 45}{60 \cdot 60} \rightarrow 10;33,45$
これから７；３０を引く．３；３，４５	$3;3,45 = \frac{1}{60^2}(60^2 \times 3 + 60 \times 3 + 45)$
平方に開く．１；45	$= \frac{11025}{60^2} = (\frac{105}{60})^2 \rightarrow (1;45)^2$　(2)
これに一方（３；１５）を加える	$\frac{6;30}{2} + 1;45 = 3;15 + 1;45 = 5$
これを一方から引く	$\frac{6;30}{2} - 1;45 = 3;15 - 1;45 = 1;30$
「長さ」５，「幅」１；30	

どのように考えて，このように解いたのだろうか．

大河の流域に起った農業による文明国では，計算が発達しやがて数学へと発展する．エジプトでは洪水で失った耕地の面積を役人が測量し，王はそれによって租税を減じたとヘロドトスは記している．中国の「九章算術」第１章は「方田」で，耕地面積の計算から始まる．「田」といえば長方形で，その一辺が斜めになったのを「邪田」といい平行な辺を「畔」（あぜ，田の境），三角形を「圭田」，さらに「円田」「環田」……と，田の形が図形の名称であった．そのことはティグリス・エウフラテス河の流域に興ったシュメール・バビロニアでも同様であろう．二つの数は，まず「長方形」の田の「長さ」と「幅」，二つの数の積は「面積」として把握された．これらのものは具体性をもった図形に関連して受取られていく．さらに進んで

$$\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2} + \frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2} = \text{「長さ」} \qquad (\mathrm{I})$$

$$\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2} - \frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2} = \text{「幅」} \qquad (\mathrm{I})$$

という関係は，式としてというより具体的な図形関係として把握されたことであろう．

ところで，「面績」は「長さ」と「幅」の積であるから，この２式を辺々相乗ずることによって

$$\left(\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2}\right)^2 = \text{「面積」} \qquad (\mathrm{II})$$

となる．

ここから

$$\frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2} = \sqrt{\left(\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2}\right)^2 - \text{「面積」}} \qquad (\mathrm{II}')$$

となる．

粘土版では

$$\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2} = \frac{6;30}{2} = 3;15 \qquad (1)$$

$$\text{「面積」} = 7;30$$

であるから，式(II')によって

$$\frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2} = \sqrt{3;15^2 - 7;30}$$
$$= \sqrt{10;33,45 - 7;30} = \sqrt{3;3,45}$$
$$\rightarrow \sqrt{\frac{1}{60^2}(60^2 \times 3 + 60 \times 3 + 45)}$$
$$= \sqrt{\frac{11025}{60^2}} = \frac{105}{60} \rightarrow 1;45 \qquad (2)$$

この式(1)(2)を加減することによって，「長」「幅」の値をそれぞれ５，1，30 と求めることができる．

ここで＋・－・×・÷・$\sqrt{\ }$などは和・差……平方根というのでなく，○に□を加える，……平方すると△になる数を求めるという計算操作を表わすと当時の人は考えたと思う．（以下同様）

このように式(I)から式(II)を導くのに，われわれのように文字式の掛算ではなく図形によったと思う．それは耕地を見，あつかっていたバビロニ

ア人にとって自然で容易なことであったであろう．

辺の長さ a の正方形の上右の隅に，その上の辺と右の辺と共有するように辺の長さ b（$<a$）の正方形を画く．

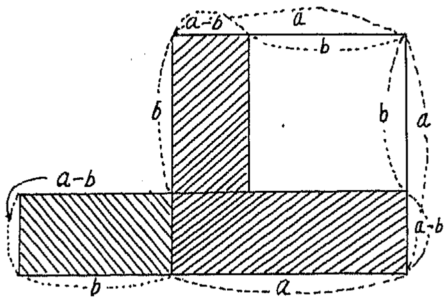


図 1

二つの正方形の間のL字形の面積；

a^2-b^2

L字形の上方突出部を90°左方に回転して水平に横長の長方形を作ったときの面積；$(a-b)\times(a+b)$．

この長方形とL字形の面積は等しく

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

となる．かくて

$$\left(\frac{「長さ」+「幅」}{2}\right)^2-\left(\frac{「長さ」-「幅」}{2}\right)^2$$

=「面積」

が，導かれる．

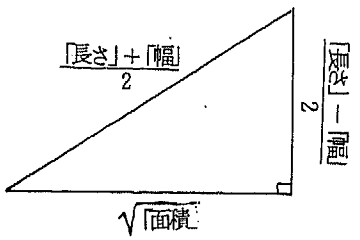


図 2

そこで，$\frac{「長さ」+「幅」}{2}$ と「面積」が与えられると

$$\frac{「長さ」-「幅」}{2}=\sqrt{\left(\frac{「長さ」+「幅」}{2}\right)^2-「面積」}\quad (\mathrm{II}')$$

このようにして，式(II′)が式(I)より導かれたのではなかろうか．

ここで，「長さ」+「幅」=6；30，「面積」=7；30　とわかっているとき，式(2)によって　$\frac{「長さ」-「幅」}{2}=1；45$ と求められ，これと

$$\frac{「長さ」+「幅」}{2}=\frac{6；30}{2}=3；15$$

と，加減することによって

「長さ」=5　　「幅」=1，30

と求められる．

これが，粘土版に刻まれたバビロニアの解法である．

このようにして，われわれが2次方程式で解く問題をバビロニアでは図形で解いた．

この解法は，定式化されていたようである．

パリのルーブル博物館にある粘土版に，つぎの問題が刻まれている．

「長さ」が「幅」より長いだけを「面積」に加えると3，3．「長さ」と「幅」を加えると27である．「長さ」・「幅」と「面積」を求めよ．[2)]

現代の中学生ならば，「長さ」を x，「幅」を y（$x>y>0$）として，つぎのように解くであろう．

$xy+(x-y)=3,3$　　(1)

$x+y=27$　　(2)

式(2)から　$y=27-x$　を(1)に代入して

$27x-x^2+x-27+x=3,3\rightarrow 60\times3+30=210$

$x^2-29x+210=0$　　(1′)

したがって

$$x=\frac{29\pm\sqrt{29^2-210\times4}}{2}=\frac{29\pm\sqrt{841-840}}{2}=\frac{29\pm1}{2}$$

そこで，$x=15，14$

式(2)から　$y=12，15$

$x>y$ だから，「長さ」:15，「幅」:12となる．

粘土版では，つぎのように解いている．

汝は計算する．	{「面」+(「長」-「幅」)}+(「長」+「幅」)
「長さ」と「幅」の和27を3，3	=「長」・「幅」+2「長」
に加える．3，30	=「長」(「幅」+2)=3，3+27=3，30*
27に2を加えると29	「長」+(「幅」+2)=27+2=29**
29の半分は14；30	$\left\{\frac{「長」+(「幅」+2)}{2}\right\}^2$
14；30に14；30を掛ける．	$=14；30^2\rightarrow(14+\frac{30}{60})^2$
3，30；15	
3，30；15から3，30を引く；15	$=196+2\cdot14\cdot\frac{30}{60}+\frac{900}{60\cdot60}=210$
；15を平方に開くと；30	$+\frac{15}{60}=60\times3+30+\frac{15}{60}\rightarrow 3，30；15$
；30を14；30に加える15	

；30 を 14；30 から引く 14
14 から 2 を引くと 12
「長さ」15，「幅」12

$\{\frac{\text{「長」}+(\text{「幅」}+2)}{2}\}^2-\text{「長」}(\text{「幅」}+2)$
$=3,30;15-3,30=;15$
$\sqrt{;15}\to\sqrt{\frac{15}{60}}=\sqrt{\frac{900}{60\cdot 60}}=\frac{30}{60}\to;30^{***}$
$14;30\pm;30.\quad 15,14$
$14=\text{「幅」}+2$

ここで，さきの式(II')において「幅」を「幅」＋2 とおくと

$$\frac{\text{「長さ」}-(\text{「幅」}+2)}{2}=\sqrt{(\frac{\text{「長さ」}+(\text{「幅」}+2)}{2})^2-\text{「長さ」}(\text{「幅」}+2)}$$

となる．

$$\frac{\text{「長さ」}+(\text{「幅」}+2)}{2}=\frac{(\text{「長さ」}+\text{「幅」})+2}{2}=\frac{27+2}{2}\ (\text{** より})$$
$$=14;30$$
$$\text{「長さ」}(\text{「幅」}+2)=\text{「長さ」「幅」}+2\text{「長さ」}$$
$$=3,30^{*}$$

を上の式に代入する．

$$\frac{\text{「長さ」}-(\text{「幅」}+2)}{2}=\sqrt{14;30^2-3,30}$$
$$=\sqrt{3,30;15-3,30}$$
$$\to\sqrt{\frac{15}{60}}=\sqrt{\frac{900}{60^2}}=\sqrt{(\frac{30}{60})^2}$$
$$\to;30^{***}$$
$$\frac{\text{「長さ」}+(\text{「幅」}+2)}{2}=\frac{29^{**}}{2}=14;30$$

この二つの値を加減して

「長さ」＝15，

「幅」＋2＝14　となって　「幅」＝12

となる．

この解法は，「長さ」を x，「幅」を y とおくと，つぎのようにしたことになる．

$$(x-y)+xy=3,3 \qquad (1)$$
$$x+y=27 \qquad (2)$$

$(1)+(2)\ \{(x-y)+xy\}+(x+y)=3,3+27$

$$xy+2x=x(y+2)=3,30\to 60\times3+30$$
$$(x+y)+2=x+(y+2)=27+2=29$$

そこで，　$y+2=y'$　とおくと

式(1)は　$xy'=210$　(1')

式(2)は　$x+y'=29$　(2')

となる．

そこで，(II')によって

$$\frac{x-y'}{2}=\sqrt{(\frac{x+y'}{2})^2-xy'}$$
$$=\sqrt{(\frac{29}{2})^2-2^{10}}\to\sqrt{14;30^2-3;30}\to;30$$

これと　$\frac{x+y'}{2}=14;30$

この 2 式を加減して

$$x=15,\qquad y'=14$$
$$y'=y+2=14\quad \text{から}\quad y=12$$

これは変数 y を $y+2$ に変換したことで，現代的な巧みな解法といえるであろう．

大英博物館にある粘土版に，つぎのような問題がある．

円周 1；0，弦の中点と円周との距離（矢）は 2，弦の長さを求めよ．3)

当時，円周率は 3，直径の上に立つ円周角は直角であることは知られていた．つぎのようにして解いている．

；2 に 2 を掛けると；4
20 の平方は 6；40
直径から；4 を引くと；16
；16 の平方は 4；16
6；40 から 4；16 を引く．2；24
2；24 を平方に開くと；12
弦の長さは；12

$1;0\div3=;60\div3=;20$（直径）
$;20\times;20=;400=6;40$
$;20-;2\times2=;16$
$;16^2=;256=4;16$
$\sqrt{;20^2-;16^2}=\sqrt{6;40-4;16}$
$=\sqrt{2;24}=\sqrt{;144}=;12$

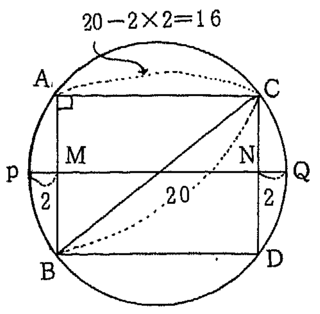


図 3

これは，つぎのように解いたことになる．

弦ＡＢを辺とする円に内接する長方形ＡＢＤＣを画く．

$BC = PQ = 20$

$AC = MN = PQ - 2PM = 20 - 2 \times 2 = 16$

$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 20^2 - 16^2 = 400 - 256$

$= 144 = 12^2$

ティグリスの流れとほぼ平行して流れているケルカ河の下流にあるスーサから出土した粘土版に，つぎの問題がある．

底辺 60，斜辺 50 の二等辺三角形の外接円の半径を求めよ．[4)]

二等辺三角形の頂点と外接円の中心を結ぶと直線は底辺を垂直に二等分することは，知っていたようである．したがって，二等辺三角形の底辺の半分は 30 となる．また，直角三角形に関するピュタゴラスの定理も知っていて，二等辺三角形の高さは 40 となることもわかっていた．

現代の中学生は，つぎのようにするであろう．

円の半径を x とする

$$x^2 = 30^2 + (40 - x)^2$$

$$= 900 + 1600 - 80x + x^2$$

$$80x = 2500$$

$$x = 31\frac{1}{4}$$

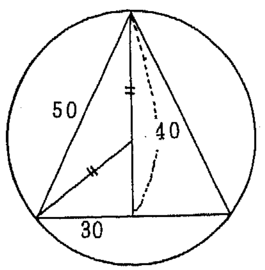


図 4

バビロニアでは，つぎのようにしたであろう．

円の中心と二等辺三角形の底角の頂点を結ぶ半径，中心から底辺に下した垂線，底辺の半分の作る直角三角形において，つぎの関係がなりたつ．

$$30^2 = (\text{半径})^2 - (\text{高さ})^2$$

“2 数の 2 乗の差は，それぞれの数の和と差の積に等しい” から上式はつぎのようになる．

$$30^2 = \{(\text{半径}) - (\text{高さ})\}\{(\text{半径}) + (\text{高さ})\}$$

ここで，$(\text{半径}) + (\text{高さ}) = 40$

$$900 = \{(\text{半径}) - (\text{高さ})\} \times 40$$

したがって　$(\text{半径}) - (\text{高さ}) = 22\frac{1}{2}$．

この式の半分と式(1)の半分を加える．

$$\text{半径} = 31\frac{1}{4}$$

大英博物館所蔵の粘土版に，つぎのような式を解くことになる問題がある．[5)]

$$x^2 + y^2 = 21,40 \qquad (1)$$

$$x + y = 50 \qquad (2)$$

これを，つぎのようにして解いている．

$$\frac{21,40}{2} - \left(\frac{50}{2}\right)^2 = 25$$

$$25 + \sqrt{25} = 30$$

$$25 - \sqrt{25} = 20$$

そこで，$x = 30$，　$y = 20$

どのようにして，このように導いたのだろうか．

現在ならば，つぎのようにして解くであろう．

式(2)から y を求めて，(1)に代入する．

$$x^2 + (50 - x)^2 = 21,40 \quad \rightarrow \quad 60 \times 21 + 40 = 1300$$

$$2x^2 - 100x + 2500 - 1300 = 0$$

$$x^2 - 50x + 600 = 0$$

$$x = \frac{50 \pm \sqrt{2500 - 2400}}{2}$$

$$= \frac{50 \pm 10}{2}$$

$$x = 30,\ 20$$

バビロニアでどのようにして解いたかの情報は，わたくしはもっていない．そこで，中国ではしばしば見うけられるつぎのように，辺の長さ（「長さ」＋「幅」）の正方形の図によったと推測してみよう．ここで四隅に「長さ」「幅」を直角を挟む 2 辺とし，内側に斜辺を一辺とする正方形ができるような直角三角形を作る．外側の辺の長さ（「長さ」＋「幅」）の正方形の中に，

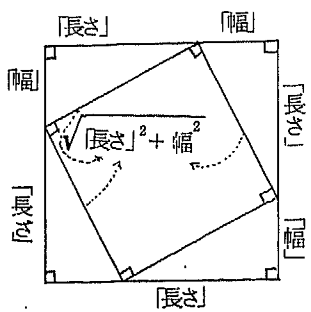


図 5

辺の長さ $\sqrt{\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2}$ の正方形と，面積（「長さ」・「幅」）の直角三角形 4 個が画かれる．そこで面積の間に，つぎの関係がなりたつ．

$$(\text{「長さ」}+\text{「幅」})^2$$
$$=(\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2)+\frac{\text{「長さ」}\times\text{「幅」}}{2}\times 4$$
$$=\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2+2\,\text{「長さ」「幅」}$$

この式の両辺に $\frac{1}{2}$ を掛け，さきに導いた「面積」についての式(Ⅲ) (p. 42) を用いる．

$$2\left(\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2}\right)^2=\frac{\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2}{2}+\text{「面積」}$$
$$=\frac{\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2}{2}+\left(\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2}\right)^2-\left(\frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2}\right)^2$$

左辺と同じ項が右辺にもあって

$$\left(\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2}\right)^2=\frac{\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2}{2}-\left(\frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2}\right)^2$$

となって

$$\frac{\text{「長さ」}-\text{「幅」}}{2}=\sqrt{\frac{\text{「長さ」}^2+\text{「幅」}^2}{2}-\left(\frac{\text{「長さ」}+\text{「幅」}}{2}\right)^2}$$

となる．

ここで，「長さ」を x，「幅」を y とおくと，

$$x^2+y^2=21,40,\rightarrow 1300 \qquad (1)$$
$$x+y=50 \qquad (2)$$

であるから，

$$\frac{x-y}{2}=\sqrt{\frac{1300}{2}-\left(\frac{50}{2}\right)^2}=\sqrt{650-625}=\sqrt{25}$$

そして $\dfrac{x+y}{2}=25$

この 2 式を加減する

$$x=25+\sqrt{25}=30$$
$$y=25-\sqrt{25}=25$$

これが粘土版の解法ではないのだろうか．

Ⅱ　中国の勾股弦

古代中国の伝説的帝王伏羲と女媧の絵では一人が規一人が矩を持っている．規はコンパス矩は直角定木であるところからみると，すでに測量が重きをなしていたのであろう．帝王舜は黄河の治水に成功した禹に王の位を譲ったという話は，治水工事が重要であったことを伝えている．禹の建てた夏王朝のつぎの殷王朝は占卜を重んじたが，それに用いた骨の破片には乗法九九が刻まれたものがあるという．[6] 続く周王朝では君子（高級官僚）が身につけるべき六芸 — 礼・楽・射・御（馬車）書・数 — があって，その中に数学があげてある．中国全土を始めて統一した（前231）秦の始皇帝は未だ戦国時代に隣国の水利技術者を起用して，国を富強したといわれている．漢の武帝（前148〜87）のとき，水利技術者許商と同時代の数学者杜忠は算術書を著し，これより少しのち紀元 1 世紀ごろ「九章算術」が編纂されたといわれている．これらの算術書は，いずれも失われたが，「九章算術」は魏の劉徽によって紀元263年に注を付せられた書が伝えられている．ここでは，その第九章の「句股」を取りあげることにしよう．[7] 句股は直角三角形の直角の 2 辺で，斜辺を弦という．

そこでは，つぎのように記してある．

九章算術巻九

句股

〔1〕今，句 3 尺股 4 尺有り．問う，弦幾何為るか．

答に曰う．5 尺．

〔2〕今，弦 5 尺句 3 尺有り．問う．股幾何為るか．

答に曰う．4 尺．

〔3〕今，股 4 尺弦 5 尺有り．問う，句幾何為るか．

答に曰う．3 尺．

句股

術に曰う．句股各を自乗しあわせて開平すれば即ち弦．

また，股を自乗して弦の自乗から引いた余りを開平すれば即ち句．

また，句を自乗して弦の自乗から引いた余りを開平すれば即ち股．

原本には問題に番号はついていないが，ここでは〔 〕の中にそれを記した．また，（ ）の中には引用者が注を記することにする．

このように，問〔1〕，〔2〕，〔3〕では辺の長さ3・4・5の直角三角形を扱い，それに続いて「術に日く」といって直ちに一般法則をあげる．これを「句股弦の原理」とよぶことにしよう．続いて例題に移る

〔4〕今，円材の直径が2尺5寸有る．長方形の厚さ7寸の板にしたい．

問う．幅幾何か．

答に日う．2尺4寸．

（1 m＝3.3尺，1尺＝10寸）

直径の上に立つ円周角が直角であることは知られていた．

〔7〕今，池が有って，（底面は）辺の長さ1丈の正方形（の直方体）である．アシが（底面の中心から垂直に）生えて水面上1尺出ている．アシを（池の辺に平行に）引いていって岸によせたら，先端が水面と会った．

問う．水の深さ，アシの長さ各幾何　（1丈＝10尺）

答に日う．水深1丈2尺，アシの長さ1丈3尺．

術に日う．池の辺の半分を自乗し，アシの出水の長さの自乗を減ずる．この余りを出水の長さの2倍で割れば，水深となる．これに出水の1尺の長さを加えればアシの長さとなる．

「術に日う」によって計算しよう．

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2-1^2=25-1=24$$

$24\div 2=12$　　水深

$12+1=13$　　アシの長さ

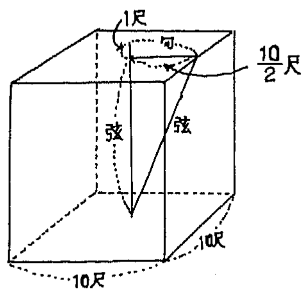


図6

当世の生徒は，つぎのように解くであろう．

水深をx尺とするとアシの長さは$(x+1)$尺，アシの出水点とアシの先が池の辺についた点の間の距離は$\frac{10}{2}$尺．そこで，つぎの式がなりたつ．

$x^2+\left(\frac{10}{2}\right)^2=(x+1)^2$　　すなわち　$x^2+25=x^2+2x+1$

となって，$x=12$．

ここで，「術に日う」にある解法について考えてみよう．

上の図で，アシの長さを弦，水深を股，正方形の辺の半分を勾とすると，「術に日う」では図からつぎの計算をしたことになる．

$$\frac{句^2-(弦-股)^2}{2(弦-股)}=\frac{(弦^2-股^2)-(弦-股)^2}{2(弦-股)}$$

$$=\frac{(弦-股)(弦+股)-(弦-股)^2}{2(弦-股)}$$

$$=\frac{(弦+股)-(弦-股)}{2}=股$$

ここでも，シュメール・バビロニアの数学で用いた．

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

が使われている．

〔7〕今，立木（の先端）から綱が下がっている．その末端は地面に達してなお3尺余っている．この末端を持って木の根本から離れること8尺にして立木の先端を結ぶ綱は一直線になった．問う．綱の長さ幾何．

答に日う．1丈2尺$\frac{1}{6}$．

術に日う．立木から離れた長さの自乗を地面上に余った綱の長さで割る．得られた長さに余った長さを加えて半分にすれば綱の長さになる．

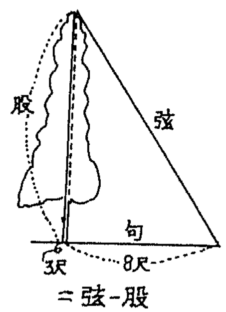


図7

「術に日う」によって計算する．

$$\left(\frac{8^2}{3}+3\right)\div 2$$

$$=\frac{64+9}{3\times 2}=\frac{73}{6}$$

$$=12\frac{1}{6}$$

木の高さを股・木から離れた長さを句・綱の長さを弦とすると，つぎのようになる．

$$\left\{\frac{句^2}{弦-股}+(弦-股)\right\}\div 2$$

$$=\left\{\frac{弦^2-句^2}{弦-股}+(弦-股)\right\}\div 2$$

$$=\{(弦+股)+(弦-股)\}\div 2=弦$$

$句^2=弦^2-股^2$ という「句股法の原理」（ピュタゴラスの関係）が前問同様に用いられる．

以下，この原理と　2数の自乗の差の因数分解を用いて解く問題が続く．

〔8〕今，高さ1丈の垣がある．これに（斜めに）木が立てかけてある．木の下端を地面上で垣から1尺遠ざけると，木は地面上にズリ落ちた．問う．木の長さ如何．

答に曰う．5丈5寸　（1尺＝10寸）

前問と同様にして解かれる．

〔9〕今，円（柱）形 の材木が（軸が壁の面に平行になるように）壁に塗りこめられている．木材の壁の外に出ている部分（の軸に垂直な断面）の月形の弦の長さが1尺，矢の長さが1寸である．問う．直径幾何．（意訳）

答に曰う．材の直径2尺6寸

術に曰う．月形の弦の長さの半分を自乗し，深さ（矢の長さ）で割って，これに深さを加える．

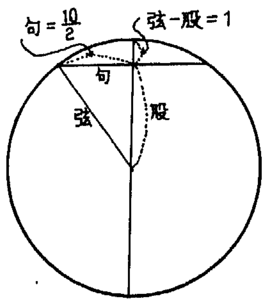


図8

$$\frac{\left(\frac{10}{2}\right)^2}{1}+1=25+1=26\ (単位寸)$$

$$\frac{句^2}{弦-股}+(弦-股)$$

$$=\frac{弦^2-股^2}{弦-股}+(弦-股)=2弦$$

〔10〕今，門が有って，観音開きの扉がついている．左右の扉を同じように開いたとき，その間隔が2寸であった．そのとき扉の先端のしきみ（扉の開閉軸となる2本の柱を結ぶ直線）から隔だたりが1尺であった．問う．門の幅幾何．（意訳）

答に曰う．門の幅1丈1寸．

術に曰う．しきみから離れた長さ1尺を自乗し，扉の開いた幅2寸の半分で割って，扉の開いた幅の半分を加える．

$$\frac{10^2}{\frac{2}{2}}+\frac{2}{2}=100+1=101\ (寸)$$

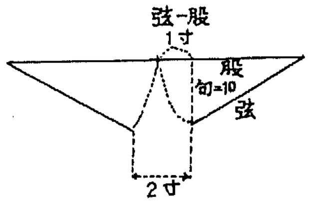


図9

原理は前問と同じ．

これら〔6〕から〔10〕までの問題は対象とする具体的なことはそれぞれ異なるが，それを数学的にみると，「句」と「弦−股」を与えて弦あるいは股を求める問題で，演算は

$$句^2=弦^2-股^2$$
$$=弦^2-股^2=(弦-股)(弦+股)$$

に帰着する．具体的あるいは現象的なものを捨象して数学的な関係を見抜くことは，数学的な水準の高さを示しているといえよう．

〔11〕今，扉がある．高さは幅より6尺8寸多く，斜めの両角（対角線）の長さは1丈である．問う．扉の高さ．幅幾何．

答に曰う．幅2尺8寸，高さ9尺9寸．

術に曰く，1丈を自乗して実とする．高さと幅の差の半分を自乗し2倍し，実（弦の自乗）から引いて，これを半分にして平方に開く．それから，高さと幅の差の半分を引けば幅，加えれば高さとなる．

現代風に解いてみよう．

高さをxとする．

幅は　$x-6.8$　となる．

そこで　$x^2+(x-6.8)^2=10^2$

すなわち　$x^2+x^2-13.6x+46.24=100$

$$x^2-6.8x-26.88=0$$

公式により

$$x=\frac{6.8\pm\sqrt{6.8^2+26.88\times4}}{2}$$
$$=\frac{6.8\pm\sqrt{46.24+107.52}}{2}$$
$$=\frac{6.8\pm\sqrt{153.76}}{2}=\frac{6.8\pm12.4}{2}$$
$$=9.6\ \cdot\ -5.6$$

そこで，高さ9.6尺，幅2.8尺となる．

「術に曰う」のいうところを，対角線を弦・高さを股・幅を句として表わすとつぎのようになる．

$$\sqrt{\{\text{弦}^2 - 2\left(\frac{\text{股}-\text{句}}{2}\right)^2\} \div 2}$$

ここで数値を代入して計算する．

$$\sqrt{\{10^2 - \left(\frac{6.8}{2}\right)^2 \times 2\} \div 2}$$

$$= \sqrt{\{100 - 3.4^2 \times 2\} \div 2} \quad = \sqrt{\{100 - 11.56 \times 2\} \div 2}$$

$$= \sqrt{\{100 - 23.12\} \div 2} \quad = \sqrt{76.88 \div 2}$$

$$= \sqrt{38.44} \; = 6.2$$

$$6.2 - \frac{6.8}{2} = 6.2 - 3.4 = 2.8 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad \text{幅}$$

$$6.2 + \frac{6.8}{2} = 6.2 + 3.4 = 9.6 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad \text{高さ}$$

と求められる．

何故に，このようにするのかは「九章算術」には記してない．劉徽は，「高さ」と「幅」の和を１辺とする正方形を画き，その中に下のように「高さ」と「幅」を直角を挟む２辺とする三角形を図のように画く．ここで，この三角形を「朱」，中央に出来る辺の長さ（「股」－「句」）の正方形を「黄」とすると，つぎのような関係がなりたつ．

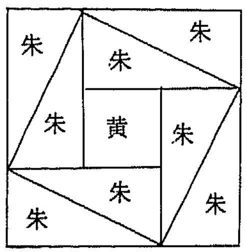


図10

外の正方形：朱８＋黄１

斜めの正方形：朱４＋黄１

斜めの正方形の２倍（朱８＋黄２）

＝外の正方形（朱８＋黄１）

　＋中の小さい正方形（黄１）

そこで，つぎの関係がなりたつ．

$$2\text{弦}^2 = (\text{股}+\text{句})^2 + (\text{股}-\text{句})^2$$

これは，つぎのように変形される．

$$2\left(\frac{\text{股}+\text{句}}{2}\right)^2 = \text{弦}^2 - 2\left(\frac{\text{股}-\text{句}}{2}\right)^2$$

$$\frac{\text{股}+\text{句}}{2} = \sqrt{\{\text{弦}^2 - 2\left(\frac{\text{股}-\text{句}}{2}\right)^2\} \div 2}$$

問題の「高さ」を股，「幅」を句，「対角線」を弦とすると，問題文によって

$$\text{股}-\text{句} = 6.8, \qquad \text{弦} = 10$$

で，これを上の式に代入する．

$$\frac{\text{股}+\text{句}}{2} = \sqrt{\{10^2 - 2\left(\frac{6.8}{2}\right)^2\} \div 2}$$

$$= \sqrt{\{100 - 23.12\} \div 2} = \sqrt{38.44} = 6.2$$

となり，これと

$$\frac{\text{股}-\text{句}}{2} = 3.4$$

とを加減することによって，

高さ　９尺６寸　　　幅　２尺８寸

と求められる．

〔12〕今，扉があって高さも幅も知られていない．また棒があって長さが知られていない．棒を横にすると扉より４尺余り，縦にすると２尺余り，斜めにすると扉（の対角線）にちょうど合う．問う．扉の高さ・幅・対角線の長さ各幾何．

答に曰う．幅６尺，高さ８尺，対角線の長さ１丈．

術に曰う．縦横の余った長さを掛け合わせ，これを２倍して平方に開く．この値に高さの余りを加えれば扉の幅となる．横の余りを加えれば扉の高さとなる．また，両方の余りを加えれば斜めの高さとなる．

「術に曰う」に従って計算しよう．

$$(4 \times 2) \times 2 = 16,$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$4 + 2 = 6 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad \text{幅}$$

$$4 + 4 = 8 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad \text{高さ}$$

$$4 + (2+4) = 10 \qquad \cdots\cdots\cdots \quad \text{対角線}$$

この問題を，棒の長さ即対角線の長さをx尺とする．

幅：$x - 4$

高：$x - 2$

これと対角線とで直角三角形となるから，つぎの方程式がなりたつ．

$$x^2 = (x-4)^2 + (x-2)^2$$

$= x^2 - 8x + 16 + x^2 - 4x + 4$

したがって，

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times 20}}{2}$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$= \frac{12 \pm 8}{2}$$

となって，$x = 10$，2

$x > 4$　だから　$x = 10$

したがって，

幅　6尺，　高さ　8尺，　対角線　1丈

となる．

中国では，このようにしては解かない．

劉徽の注によると，つぎのようにして解いたと推測される．

ここで，棒の長さ・高さ・幅を，それぞれ弦，股，句として，これらを辺とする正方形を図のように画く．

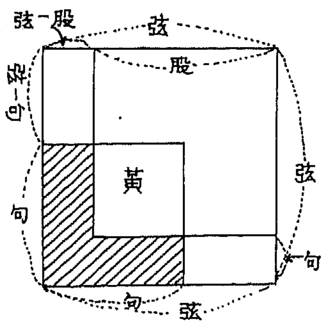


図 11

弦を辺とする正方形の左側と下の辺を辺とするL字形の面積は（弦^2−股^2）であるから

L字形の面積 ＝ 句^2

である．

一方，弦を辺とする正方形の左下方の正方形の面積は句^{2}であるから

L字形の面積＝句を辺とする正方形の面積

ここで，この二つの図形の共通部分（図の斜線部分）を考える．

句を辺とする正方形からL字形との共通部分を除去した正方形を「黄」と名づける．

二つの図形の共通部分を除去したL字形の左上方と下右方にある二つの長方形の面積は等しく，その和は「黄」の正方形の面積に等しい．

そこで，　「黄」の正方形の面積

＝（弦−句）（弦−股）× 2

弦−句 ＝ 4，　弦−股 ＝ 2

であるから　「黄」の面積＝（4×2）× 2 ＝ 16

したがって，「黄」の正方形の辺　$\sqrt{16} = 4$

そこで，図からつぎのように求められる．

股 ＝（「黄」の一辺）＋（弦−句）

＝ 4 ＋ 4 ＝ 8

句 ＝（「黄」の一辺）＋（弦−股）

＝ 4 ＋ 2 ＝ 6

弦 ＝（「黄」の一辺）＋（弦−句）＋（弦−股）

＝ 4 ＋ 4 ＋ 2 ＝ 10

〔14〕 今，2人が同じ所に立っている．甲の率 7，乙の行率 3．乙は東行，甲は南行 10 歩にして斜行（東北方向）して乙に出会った．問う．甲乙行各幾何歩か．

答に日う．乙，東行十歩半，甲，斜行十四歩半）

術に日う．7を自乗し，3を自乗して合わせて半分にして甲の斜行の率とする．斜行の率を7の自乗から引いた余りを南行の率，3に7を乗じて乙の東行の率とする．甲が南行した歩数に甲の斜行の率を乗じ，また歩数 10 歩に乙の東行の率を乗じて，それぞれ甲の南行の率で割ると，それぞれの歩行数が得られる．

「術に日う」に従って計算してみよう．

$\frac{7^2 + 3^2}{2} = \frac{49 + 9}{2} = 29$	甲斜行率	(1)
$7^2 - 29 = 49 - 29 = 20$	甲南行率	(2)
$3 \times 7 = 21$	乙東行率	(3)
$\frac{10 \times 29}{20} = 14.5$	甲斜歩数	(4)
$\frac{10 \times 21}{20} = 10.5$	乙東行歩数	(5)

このようにして，「術に日う」では甲，乙の歩行数が求められるというが，

何故にそうであるかについては述べない．

つぎのようなわけではないだろうか．

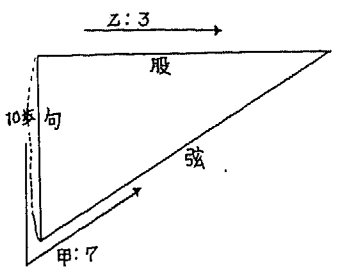


図 12

甲・乙の歩いたところは図のような直角三角形になり，三辺を句・股・弦とする．

7：甲の行率．　句＋弦

3：乙の行率．　股

前出の(1)．(2)．(3)を．句・股・弦で表すと，つぎのようになる．

$$\frac{(\text{句}+\text{弦})^2+\text{股}^2}{2}=\frac{(\text{弦}+\text{句})^2+(\text{弦}^2-\text{句}^2)}{2}$$

$$=\frac{1}{2}(\text{弦}+\text{句})\{(\text{弦}+\text{句})+(\text{弦}-\text{句})\}=(\text{弦}+\text{句})\text{弦}=29 \qquad (1')$$

$$(\text{句}+\text{弦})^2-(\text{弦}+\text{句})\text{弦}=(\text{弦}+\text{句})\text{句}=20 \qquad (2')$$

$$(\text{弦}+\text{句})\text{股}=21 \qquad (3')$$

式(1')．(2')．(3')から　弦：句：股＝29：20：21となり．つぎのようにまとめられる．

	甲南行	甲斜行	乙東行
行　率	20	29	21
歩　数	10	?	?

そこで．さきの式(4)．(5)は．つぎの計算をしたことになる．

$$\text{甲斜行歩数}=\frac{\text{甲南行歩数}\times\text{甲斜行率}}{\text{甲南行率}} \qquad (4')$$

$$=\frac{10\times29}{20}=14.5$$

$$\text{乙東行歩数}=\frac{\text{甲南行歩数}\times\text{乙東行率}}{\text{甲南行率}} \qquad (5')$$

$$=\frac{10\times21}{20}=10.5$$

それでは上の二式は．どのようにして導かれたのであろうか．

「九章算術」巻二は「粟米（ぞくべい）」である．中国北部の住民の主食は粟（あわ）で．それを精白した米や豆類および その加工品その他の食料品との交換の問題をあつ

かう．まず始めに粟を50としたときに粉米30．稗米27 …… と交換の率の表が出ている．そして

術に曰う．持っている物の量を表わす数に求めようとする物の率を乗じて，持っている物の量を表わす率で割る．すると．求めようとする物の量を表わす数が求められる．（意訳）

これを式で表わすと．つぎのようになる．

$$\frac{\text{持っている物の数量}\times\text{求める物の率}}{\text{持っている物の率}}=\text{求める物の数量}$$

〔1〕今．粟1斗ある．粉米にかえようとする．問う．幾何を得るか．

答に曰う．粉米6升

「術に曰う」を式で表わすと．つぎのようになる．

$$\frac{10\text{升}\times30}{50}=6\text{升} \qquad (1\text{斗}=10\text{升})$$

劉徽は注で．この式のなりたつわけを説明し．これを「今有之義」といってしばしば用い重視する．[8)]

このようにして．持っている物の量と率それと求めようとする物の率の三つを知っていれば．求めようとする物の量を求めることができる．

この計算は日常生活に必要なもので．ヨーロッパでは「三数法」（rule of three）とよばれて．16・7・8世紀の算術で重視された算法である．それはインドに起こり．アラブを経てイタリアからヨーロッパに拡がったといわれている．[9)] この計算は現在も日常生活に用いられ．わが国の初等教育で比・比例はといわれる重要な教材である．

さきにあげた「九章算術」「句股」の問題〔14〕を現代の生徒は．つぎのようにして解くであろう．

乙の東行歩数を $3x$．

甲の南行・斜行歩数を $7x$ とする．

甲の南行歩数は10だから．斜行歩数は $(7x-10)$．

そこで．直角三角形について．句．股．弦の歩数は $3x$．10．$(7x-10)$ であるから

$$(3x)^2 + 10^2 = (7x - 10)^2$$

という関係がなりたち

$$40x^2 = 140x$$

$$x = \frac{7}{2},\ 0$$

となる．

そこで，乙東行歩数 $\frac{21}{2} = 10.5$

東斜行歩数 $\frac{49}{2} - 10 = 14.5$

となる．

ところが中国では，必要な記号や文字式がないためわれわれのいうところの代数学をもっていなかったので，現代の中学生のように解くことができない．そのことは中国だけに止らず，さきにみたようにシュメール・バビロニアでも同様である．

イギリスのギリシア数学史家T. L.ヒースは，その著「ギリシア数学史」でつぎのように述べている．

ギリシア人は，必要な記号を欠いていたため，われわれの意味する代数学をもっていなかった．かれらは，代数的演算のかわりに幾何学を使わざるを得なかった．そのためにかれらの幾何学の大部分は，“幾何学的代数学”と呼ぶのがふさわしいであろう．[10)]

これは，ギリシア数学について述べた文章であるが，そのままシュメール・バビロニアそして中国の数学についてもいわれる．数学がここから脱却するには，記号の発明によって代数学が発達する近世をまたなければならなかった．（1987. 3. 23）

注

1) 近藤洋逸「数学誕生」（現代数学社，1977）p. 42

2) 仝上．p. 44

3) 仝上．p. 53, 54

4) 仝上．p. 49

5) 仝上．p. 46

6) 藪内清「中国の科学文明」（岩波新書．1970）p. 12

7) 本稿では，中華民国商務書院の復写版の劉徽注「九章算術」によった．日本訳には下記のものがあって学ぶところが多く，謝意を表させていただく．

大矢真一訳「世界の名書・中国の科学」（中央公論社 1975）収録

川原秀城訳「科学の名著・中国天文学数学集」（朝日出版．1980）収録．これには劉徽注の訳がある．

なお，「勾」は「句」のくずれた字体（藤堂明保編「学研漢和大字典」p. 201,166）．「九章算術」では「句」となっている．

8) 「今有之義」については，黒田「文明における数学」（三省堂．1986）p. 103〜108 参照．

9) 小倉金之助補訳「カジョリ・初等数学史」（共立全書．1970）p. 139, 274 ． 小倉「数学教育史」（岩波書店．1932）．「著作集・第6巻」（勁草書店．1974）第1章，第2章の初等数学教科書・計算学校の項参照．

10) 平田寛訳．T. L.ヒース「ギリシア数学史」（共立全書．1959）p. 81, 2

付記

なお本稿の基となった「日本数学史学会」「日本科学史学会」共催の講座の講演（於富士短期大学，1987.2.7）は，同大学の「萩野公剛教授還暦記念論集」と同時期となったため重複するところのあることをお断りします．
（1987. 3. 20）

（昭和62年3月24日受理）

落　穂　集

武　内　武　信

平　山　諦

武内武信（1784～1853）善吾と称し，字は子厚，城山または尚絅斎と号した．その伝記は赤羽千鶴氏らの著書に詳しいが，武内の著述の大部分は日本学士院（院〇〇頁と目録の頁を示す）と東北大学附属図書館（東北と略記す）に蔵されているため，業績は伝わらない．信州の和算では大切な人である．『明治前日本数学史』は伝うること少ない．子を竹内重信と言い，善次郎と称した．

1. 規矩術免許伝来之巻．竹内善吾武信写授．文化11年5月．院545頁
2. 規矩術伝来之巻附録．竹内武信識．院545頁
3. 規矩術靖民伝．竹内武信著．東北．院613頁
4. 規矩術外伝巻之一渾発正義．竹内武信著．文政13年5月．東北．院612頁
5. 規矩術外伝巻之三本伝発揮．竹内武信著．植村重遠校正．東北．全八巻院612頁
6. 校正規矩術国図枢要．竹内武信．文政庚寅．東北
7. 清水流規矩術目録．竹内武信記．嘉永元年3月．院555頁
8. 精要算法下巻義解．武信先生増補．東北
9. 校正規矩術別伝，竹内武信．文政庚寅．東北
10. 校正規矩術本伝．竹内武信校．文政8年3月．院613頁
11. 校正規矩術別伝．竹内武信閲．河田子恒校．文政13年正月．院613頁
12. 五番算題合．竹内武信．東北
13. 渾発正義．竹内武信．東北
14. 算法浅問抄上巻解．竹内武信教授．嘉永元年7月．院379頁
15. 刪補規矩術本伝．竹内武信．天保3年6月．文政8年3月跋．東北．院613頁
16. 縮地撮要．小里頼章著．竹内武信校．天保6年．東北
17. 清水流規矩術本伝．竹内武信校．天保3年6月．院621頁
18. 升高算梯．植村重遠撰．竹内武信閲．東北．院399頁
19. 量地雑編．竹内武信編集．東北

20. 勧学覧中植村重遠之題解．竹内重信題解．安政2年4月．院317頁
21. 雑題解麓の路．竹内重信稿．嘉永4年2月．院480頁
22. 算法瑚璉解義．竹内重信稿．自筆院370頁
23. 新考袋囊求積解義．竹内善次郎重信．明治9年6月．草稿院436頁
24. 勉強録．竹内重信稿．嘉永2年12月．院483頁

竹内度道・度径祖父と孫

『明治前日本数学史』巻二65頁に竹内度道が久留島義太の開方和術を伝えたとある．また巻三150頁には度道の角術巻の引用がある．竹内度道とはどんな人か知りたかった．赤羽千鶴著『信濃の和算』276頁に竹内善五郎度道（1780～1840）と孫の竹内和三郎度径（1832～1882）の伝があるが，業績を明らかにしない．著書全部が日本学士院に寄贈されたからである．（次の竹内，武内はもとのまま）

1. 角術巻．竹内度道誌．自筆院299頁
2. 算法草紙．竹内善五郎度道草．院370頁
3. 関流幼少記．竹内度道述．文化10年正月．院420頁
4. 関流算術題愚之日記．竹内善五郎度道識．文化8年正月．自筆院421頁
5. 善光寺額面評術．竹内善五郎度道草．院425頁
6. 善光寺大門町問算題解義．竹内度道草．院425頁
7. 善光寺奉納算法再記，竹内善五郎度道稿．文化7年11月．院425頁
8. 奉納算率五個記．竹内善五郎度道社中．文化15年3月．院486頁
9. 算学致格率．武内度道草．院348頁
10. 武内度道暦術草稿．院693頁
11. 武内度道草稿（龍車製作数理）．文政2年秋．院197頁
12. 武内度道日記．武内度道誌．文政5年．自筆院526頁
13. 文化六年暦根元記．武内度道草．院709頁
14. 平方式珠盤術伝．武内度道遺筆．孫武内度径加筆．慶応3年春．院573頁
15. 暦数要法記．武内度道抄．院725頁

16. 武内度径日次記，武内度径誌，元治二年三月，院 526 頁

17. 奉掲医王殿算法一条，武内倭三郎度径等撰，慶応元年10月，院484頁

（昭和61年11月22日受理）

図　書

大竹重男『数学文化史－群馬を中心として－』　A 5 判，346 ページ，1987 年 8 月発行，研成社，6800 円

この本は，副題にあるように，群馬県を中心としての和算について，その文化史的な立場からまとめたものである．

群馬県あるいは群馬県出身者には，日本を代表するような数学者が何人も排出している．それらの人を柱として，それ以外の，多くの数学者について，著者が足を使って調査した結果として，出来上がったものである．

古墳時代から現代まで，また武士階級から庶民までの幅広い分野に渡っており，実に多くの時間と労力を費やした力作である．

序章では，文化の起こりとして，群馬の古墳の中に 1 対 $\sqrt{2}$ の幾何学的比例がみえること

第 1 章は数学文化の曙と題して，古代から 15 世紀までの日本のこと，つまり，中国から伝わった数学が，律令時代にどのような役割を果たしたか鎌倉時代では，あるいは室町時代ではどうであったかについて述べ，さらに群馬のことについては土木・建築などをとおしてふれている．

第 2 章はそろばんの普及と和算の形成として 16・17 世紀におけるもので，戦国時代の数学について，中国数学の 2 回目の移入から始まる和算の形成を述べている．第 3 章からの目次は次の通りである．

第 3 章　和算の普及　18 世紀

第 4 章　和算の発展 (1) 19 世紀前半

中農層の増加と農村文化の興隆／群馬の和算／石田玄圭と門人達／小野栄重とその学統／宮城流と最上流の算学

第 5 章　和算の発展 (2) 19 世紀後半

洋算の受容／斉藤宜長・宜義父子／遊歴算学者剣持章行／財力を活用した岩井重遠／筆算教育の始まり／中等教育としての和算塾／地租改正と和算家

第 6 章　和算の衰退と現代社会　20 世紀前半

数学会社から数学物理学会へ／孤高の和算家萩原信芳／数学教育の統制

と竹貫登代多／現代数学者の出現（1）森本清吾，（2）正田建次郎／最後の和算塾

数学文化史年表　　付録　群馬県の和算家系譜／群馬県に現存する算額一覧表

安富有恒『和算　岩手の現存算額のすべて』Ｂ５判，158ページ，1987年8月発行，青磁社，5000円

安富有恒氏は，昭和57年9月に『岩手の和算と算額』を出版した．岩手県における算額調査をして，中学や高校の教材として取り上げることの出来るものを，その中から選んで解説した部分が多い．

今度の『和算』は，岩手県に現存する93面の算額をもれなく掲載し，さらに多くの算額写真が掲載してある．巻末には，それらが整理されて，利用者の便をはかっている．

書店でも扱っているとのことであるが，本会の会員の方で希望者がおられれば，少しは，安富有恒氏の手元に在庫もあるとのこと．下記へ問い合わせて下さい．

〒021　岩手県一関市山目字大槻126－5　安富有恒

受贈図書

飯塚正明『玉村町誌 別巻1 玉村町の和算』 Ａ５，327ページ
昭和62年7月31日 発行，玉村町誌 刊行委員会

この本は「玉村町誌」別巻6冊の中の第一巻として飯塚正明氏により書き表されたものである．

目次における章・節は多いので，篇の名前だけを紹介することにする．

第一篇　和算について
第二篇　斉藤宜長・宜義
第三篇　柳沢伊寿
第四篇　小暮武申
第五篇　大堀辰五郎宣之　他

（著者からの寄贈）

会　　報

第26回（昭和62年度）総会報告

昭和62年度の総会は，例年より少し遅れて6月14日（日）に，富士短期大学5号館の503－2教室で開かれた．開会予定時刻10時を少し過ぎて，高木茂男氏の司会によって始められた．以下に総会の概要を報告する．

o 下平和夫会長挨拶（別掲）

o 議事

議長に千喜良英二運営委員が選ばれて，次のような議案が提案され，それぞれ原案通り可決承認された．各議案の内容は別掲されているので，議案の項目のみを記す．

1. 昭和61年度会務報告（佐藤健一運営委員長提案）
2. 昭和61年度決算報告（清水布夫常任委員提案）
3. 昭和61年度桑原賞基金会計報告（鈴木久夫常任委員提案）
4. 昭和62年度会務計画（佐藤健一運営委員長提案）
5. 昭和62年度予算（清水布夫常任委員提案）

議事終了後，5分間の休憩をとって次の日程にすすんだ．

o 桑原賞贈呈

まず，桑原賞選考委員会の佐藤健一委員長より選考経過についての報告（別掲）があり，次の三点の業績について下平会長より桑原賞が贈呈された．

・『和算家の生涯と業績』（多賀出版，1985年7月）
道脇義正氏外16名

・「甲州の和算家」（雑誌『文学と歴史』昭和55年10月～同61年3月掲載）
弦間耕一氏

・『頭書　算法闕疑抄（現代活字版）』（昭和60年5月）
小谷静枝氏

o 祝電（松本市の赤羽千鶴氏）の披露

o 研究発表（11時30分～12時45分）

1. 桝形本塵劫記について　　勝見英一朗氏
2. 授時暦で用いられた沈括の逆正弦公式の精度　　杉本敏夫氏

以上で午前の日程が終了し，昼食・休憩の後，午後２時から記念講演が行なわれた．

o 記念講演（14時〜16時10分）

1. 和算の研究について　　　道脇義正氏
2. 甲州の和算家　　　弦間耕一氏

まず，道脇氏は最初に，桑原賞受賞の対象になった『和算家の生涯と業績』の出版経過について話をされた後，『数学史研究』No.80（1979年）所載の論稿「和算の解法の研究史」にしたがって，和算の研究のあり方について論述された．

次に，弦間氏は，やはり受賞の対象になった論稿「甲州の和算家」を１冊にまとめた本を配られ，その中の次の８項目について解説された．

関孝和，山口勘兵衛，山県大弐，山下治助，犬目兵助，和算家の墓，算額，和算家と陰陽学との関係（山田登，堤文山，山県大弐）

総会終了後，例年の通り有志１５名参加による夕食会が，会場近くの小料理店で開かれた．

総会の出席者は，次の３３名（順不同，敬称略）であった．

千喜良英二，須賀源蔵，道脇義正，弦間耕一，浜田敏男，岡田哲男，小谷静枝，勝見英一朗，二瓶久志，佐藤典子，富岡秀雄，川瀬正臣，杉本敏夫，王青翔，大竹茂雄，高木茂男，小野雄司，萩野公剛，清水布夫，小林俊之，中村幸夫，下平広敏，下平和夫，佐藤健一，野口泰助，紺野正平，小林誠男，鈴木久男，松岡元久，長沢一松，堀場芳一，黒田孝郎，田上和子

（大竹茂雄記）

漢字文化圏と近隣諸国の数学史・数学教育国際シンポジュウム

（1987・8・7〜8・10）

主催　群馬県和算研究会
共催　日本数学史学会
　　　日本数学教育学会
　　　珠算史研究学会
　　　群馬大学

最近は，数学史・数学教育の国際交流が盛んに行われるようになってきている．なかでも東アジア特に漢字文化圏の数学史・数学教育に高い関心がよせられているのは，第５回数学教育国際会議（Adelaide，１９８４年８月）や第３回国際中国科学史討論会（北京，１９８４年８月）第17回科学史国際会議（Berkeley，１９８５年８月）などでの研究発表より明らかである．

これらの背景のもとに１９８２年中国科学院杜石然氏の来日，１９８４年の韓国漢陽大学校教授金容雲氏の来日，そして両氏の群馬県訪問，及び意見交換を機として，群馬県和算研究会を中心とする国際シンポジュウムの計画が持ちあがってきた．また１９８４年には群馬大学教授道脇義正氏が日本学術振興会による主催者の中国派遣を機に，中国関係者に働きかけ，中国や韓国の数学史・数学教育の研究者及び国内の諸団体に呼びかけて本計画を群馬県和算研究会主催で実行することになった．

そのために第一回の全体委員会が５月１７日（日），第二回の全体委員会が７月１２日（日）で，群大工学部第三会議室で開かれた．群馬大学関係，群馬県和算研究会など地元の委員に，共催の日本数学史学会，日本数学教育学会，珠算史研究学会からの方々の出席の上で全日程についての詳細な打ち合せがなされて国際シンポジウムの当日を迎えた．

「漢字文化圏と近隣諸国の数学史・数学教育国際シンポジュウム」が８月７日（金）より９日（日）の３日間，桐生市の群馬大学工学部で開催され，最終日の９日には午前中に分科会が行われ，午后からは草津ツアー，帰路の１０日には，吾妻町の鳥頭神社，一宮神社にて算額を見学したり，和算書の調査

を行って新前橋駅にて解散し，大成功の中に全日程を終了することができた．

8月7日(金)　第一日目

10時より役員会議が開かれ，これから行われる4日間の日程について詳細が確認された．

o 開会式

13時より会員の受付が始まり，15時30分より開会式が行われた．

開会式次第　　司会　大竹茂雄

1. 開会式のことば
   珠算史研究学会会長
   国士舘大学教授　　鈴木久男
2. 組織委員長挨拶
   群馬県和算研究会会長
   群馬大学教授　　道脇義正
3. 来賓ご挨拶
   群馬大学学長　　前川　正
   群馬大学工学部部長　　森永隆広
4. 来賓のご紹介
   上武大学理事長代理
   仝事務局長　　萩原　伝
   東京図書ＫＫ社長代理
   編集部長　　須藤静雄
5. 祝辞のご紹介
   Prof. Simon Reif Acherman
   Universidad del Valle
   Facutad de Ingenieria
   中国上海市科学技術協会
   副秘書長　　許福田
6. 共催団体の紹介
   日本数学史学会会長
   国士舘大学教授　　下平和夫
   日本数学教育学会会長代理
   文教大学教授　　松岡元久
   珠算史研究学会会長　　鈴木久男
   中国数学史学会会長代理　　張　華　海
   韓国数学史学会会長　　金　容　雲
7. 日程説明
   組織委員会代表
   樹徳高等学校教諭　　小林龍彦
8. 諸連絡
9. 閉会のことば
   韓国数学史学会会長　　金　容　雲

近年，数学史・数学教育の国際交流が盛んになってきているが，なかでも東アジア，特に漢字文化圏の数学史・数学教育に高い関心が寄せられていたが，研究発表による交流を深めようと初の国際会議が開催され，その第一日目である．開会式は珠算史研究学会会長鈴木久男氏の開会のことばにはじまり，群馬県和算研究会会長道脇義正氏の国際会議に至るまでの経過，各国に独自なものがあるが，それにもかかわらず類似の点もみられるのでこの点からもこの国際会議を開催し討議をする意義があると述べ，参加者に多大の感銘を与えた．その後来賓の群馬大学学長前川正氏，群馬大学工学部部長森永隆広氏などの挨拶はこの国際会議が如何に期待されているかを述べられたものである．

o レセプション

15時30分より群大工学部記念館にてレセプションが盛大に行われた．

司会は群馬高専教授田中充氏で

1. 開会の挨拶
   日本数学史学会会長　　下平和夫
2. 祝辞
   上武大学理事長代理　　萩原　伝
3. 乾杯
   近畿数学史学会会長　　山内俊平

があり，群馬大学助教授斎藤三郎氏の紹介により，Don Faust (U.S.A)，Joong Fang (U.S.A)，M.R.Gelra (INDIA)，Maria Laura (BRAZIL)，Joung. Ji-Ho (KOREA)，張華海 (CHINA)，金聖在 (KOLEA)，J.C. Martzloff (FRANCE)，Karine Chemla (FRANCE)，白栄基 (KOLEA)，金泰福 (KOREA) の各氏の挨拶があったが，歌なども披露されて，非常になごやかなものとなっていった．

懇談は活発に行われ，旧交を温めたり，あらたに交友を深めたり，写真をとりあったりして時間のすぎるのを忘れさせるものがあった．

また有志の方々が壇上に立って歌を披露して花をそえた．終わってからの感想を述べた方の中には，国際会議のレセプションでこれ程楽しい会合は初めてであるとの声もでたほどであった．

8月8日(土)　第二日目

o 記念講演

10時より東京大学教授伊東俊太郎氏の記念講演「比較数学史の地平 — 世界の数学史に向かって —」が行われた．

先ず司会者日本数学史学会運営委員長佐藤健一氏のもとに，講師紹介を日本数学史学会会長下平和夫氏によってなされた．

o 講演の概要

今までの数学史はオリエントの数学，ギリシアの数学，ヨーロッパの数学とたどっていったが，現在ではそれでは不十分である．なぜならば数学は地球上のさまざまな領域で，文化と結びついて独自に発展してきているからである．そのために独自に発展した数学を相互に比較して本当の意味での人類全体の数学史を把握しなければならない．そのためにもこのときにあたって従来傍系とされていた漢字文化圏の数学とその隣接したインド・アラビアの数学の会議が開かれていることは時宜にかなったことである．

それぞれの文化圏の特質を反映した数学はバビロニア，ギリシャ，ローマ，アラビア，インド，中国，日本，ヨーロッパ(カントール以前と以後)，マヤ，エジプトの11の数学をあげることができるが，これは現在までのことであって，今後の研究の進展によっては韓国の数学をあげることになるかも知れない．そして世界の数学史の全体構造を類型化すると，次の5つに分類

することができる．即ち

Ⅰ　操作的・技能的数学
　(バビロニアの数学，エジプトの数学，ローマの数学，インドの数学の一部，中国の数学，日本の数学，マヤの数学)

Ⅱ　証明的・形相的数学
　(ギリシヤの数学)

Ⅲ　操作的・証明的数学
　(アラビアの数学)

Ⅳ　記号的・機能的数学
　(カントル以前のヨーロッパの数学)

Ⅴ　公理的・構造的数学
　(カントル以後のヨーロッパの数学)

以上の数学の類型は各文化圏の文化活動を支える基本的な価値志向によってわけたものである．

最後に数学の性格を規定するものとして，問題提起をして終わりたい．

① 夫々の文化圏の知のエートスは何なのか．
② その社会の数学の担い手は誰なのか．
③ その数学をサポートし，支持し，推進し，応用するのは誰なのか．
④ その数学を研究する手段は何んであったか．

以上のことを解明することによって夫々の社会における数学的な知のあり方を，その文化的基盤から解明していく突破口が得られるのではあるまいか．

講演のあと Joong Fang 氏からの質疑応答があって講演をより有意義なものとした．

o 研究発表

(1)　A会場では第2分科会が議長 Zhang Wa Hai 氏，副議長吉田柳二氏のもとで，初めに川尻信夫氏によって基調報告

Nobuo Kawajiri：Introduction of European Mathematics into the Cultural Area.

がなされて，そのあと，山内芙美子氏によって研究発表

Fumiko Yamauchi：Oing History Shixi.

がなされて，午前の部を終了．午後の部では議長 Joung Ji−Ho 氏，副議長内藤淳氏のもとで，Jean−Claude Martzloff 氏によって研究発表

J. C. Martzloff：李善蘭の垜積公式について

がなされ第2分科会が終り，続いて第4分科会が先ず松岡元久氏の基調報告

Motohisa Matsuoka：Several Analyses on Connection Between Studying History and Teaching Mathematics.

によってはじめられ，そのあと研究発表が，L L.Maria Laura，Don Faust，zhang Wa −Hai の各氏によって以下次のように行われた．

Maria Laura：A Survey of Mathematical Education in Brazil.

Don Faust：Precursors of Based Enumeration Systems：Pairing−Generated Counter Sets in China and America.

Zhang Wa −Hai：On Some Ideas about the Education of Computer in China.

更に議長 L. L. Maria Laura 氏，副議長杉本敏夫氏のもとで藤掛真理子：道脇義正：二宮理悳，磯田正美，阿部剛久：音田功：長井宏之，各氏の研究発表が以下のようになされた．

Mariko Fujikake, Yoshimasa Michiwaki, Satoki P. Ninomiya：A Consideration Japanese Classic Mathematical Problems

Masami Isoda：Using History of Mathematics for Mathematization in Learning Process.

Takehisa Abe, Isao Onda：G.Robin and His Contribution to Mathematics.

Hiroyuki Nagai：On Some of Constraction of Numbers ……Comparison from Educational Viewpoint.

(2) A会場と平行してB会場では，第1分科会が，議長 M. R. Gelra 氏，副議長大網功氏のもとで，先ず橋本敬造氏の基調報告

Keizo Hashimoto：New Trends in the Historical Studies of Mathematics in Asian Cultural Area.

があり，そのあと Joong Fang 氏の研究発表

Joong Fang：The Death of a Certain Art The'Harakiri' Forced on "Wasan".

あった．更に議長 Joong Fang 氏，副議長斎藤重千代氏のもとで王青翔，下平和夫，勝見英一朗，Karine Chemla の各氏の研究発表，議長 Karine Chemla 氏，副議長大谷恒蔵氏のもとで，山内俊平，阿部楽方，奥村博，田中充の各氏の研究発表が以下のようにあった．

Qingxiang Wang：A Critical Essay on the Mathematical Writings of Toshioki Kaetsu,

Kazuo Shimodaira：Method of Using Rec Koning Rods which was in 'Enlarged Sanpō−Ketsugishō'.

Eiichiro Katsumi：On 'Shinjutsu' and 'Kyojutsu' in Kai−Fukudai −no−Ho.

Karine Chemla：Algebraic Relevance−of Transformations of Sentences in Chiness Texts.

Shunpei Yamauchi：Big Magic Square.

Gakuho Abe：The Origin of Magic Squara

Hiroshi Okumura：On the Symmetry in−Wason.

Mitsuru Tanaka：On a Mathematical Tablet in Surveying Dedicated to Totto−Jinja Shrine.

A，B 2会場での基調報告，研究発表は熱気にあふれたものであり，質問なども多数でて素晴らしかった．

8月9日（日） 第三日目

o 研究発表

8日に引き続き，9時よりA，B 2会場において基調報告，研究発表がなされた．

(1) A会場では，議長 J. C. Martzloff 氏、副議長松崎利雄氏のもとで千喜良英二氏の基調報告

Eiji Chigira：The Comparison of East−Asian and Western Mathematics.

がなされ，そのあと Kim Yong−Woon，杉本敏夫，小曽根淳の各氏の発表が以下のように行われ，一切を完了した．

Kim Yong―Woon：Pan Paradigm and Korean Mathematics.

Toshio Sugimoto：On the Precision of Shen―Kuo's Arcsine Formula used in the Shoushi Calender.

Jun Ozone：On Pappus' Circle Theorem in History.

(2)　B会場では昨日に引き続き，議長 Don Faust 氏，副議長林隆夫氏によってM.R.Gelra，A.Jain，J.H.Jonng の各氏の研究発表が以下のようになされ，一切を完了した．各会場とも熱心に討議が行われた．

M.R.Gelra：Unique Figures Discussed in Jain Agams.

Jain Anupan：India's Contribution to Mathematics with Special Reference to Some Recent Discoveries about the unknown Workof Jainacharyas.

Joung, Ji―Ho：Buddhism and Mathematics of the Orient.

o 閉会式とサヨナラ・パーティ

10時50分より閉会式，引き続きサヨナラ・パーティが群馬大学助教授音田功，斎藤三郎両氏の司会によって行われた．先ず組織委員長道脇義正氏の挨拶があり，外国人参加代表 Joong Fang 氏の挨拶ののち乾杯があり，心ゆくまでの懇談となり，みなシンポジュウムの成功を心から喜んでおり，今回だけにとどまらず，二回，三回と続けていくべきであるとの声もきかれた．名残りつきないパーティであったが，松岡元久氏の閉会のことばでサヨナラ・パーティの幕が閉じられた．参加者の声としてこのような盛大なパーティははじめてであるといい，再会を約して去って行った．

o 草津ツアー

12時45分から有志43名によって草津ツアーに出発，途中の景色を眺めたり，草津の名所を見学，最後に湯畑を見学，国立大学共同利用草津セミナーハウスに到着，7時より草津町長山本巖氏を迎えて懇親会を開く，音田功，斎藤三郎両氏の司会で先ず道脇義正氏の挨拶町長の挨拶，白栄基氏の音頭で乾杯．研究発表も終ったので気分的にのびやかになり各会員の話し合いも大いにはずんだ．終ったあとも，あちらこちらで議論に花を咲かせて有意義な一夜をすごした．朝がたまで議論していた人もあった．

8月10日(月)　第四日目

8時30分草津セミナーハウスを出発，先ず吾妻郡吾妻町の烏頭神社を訪れ，そこに奉納されている2面の算額の中，明治10年丸橋祐政門人奉納の測量に関するものを中心にして田中充氏の説明によって研究，更に祐政子孫宅に残されていた小野栄重直筆，その他の和算書多数の調査をし，更に同町の一宮神社に奉納されている，明治5年高橋富比門人奉納の算額を見学調査した．何故英訳の本を出さないかという外国の研究者もあった．そこから新前橋駅に向かい，12時45分予定通りシンポジュウムの全日程を終わり，組織委員長道脇義正氏の挨拶のあと再会を約して解散した．

なお今回の国際シンポジュウムの参加者は83名である．

別紙に

Ⅰ　1987(夏)国際シンポジュウム参加者名簿

Ⅱ　国際シンポジュウム組織委員名簿を付け加えてある．

1987(夏)国際シンポジュウム参加者名簿(外国)

氏　名	住　所(所属)	演　題
1. Don Faust	Associate Prof. Dr. Department of Mathematics & Computer Science Northern Michigan University Marquette, MI 49855―5340, U.S.A	Precursors of Based Enumeration Systems: Pairing Generated Counter Sets in China and South America.
2. Joong Fang	Prof. Department of Philosophy, Old Dominion University Norfolk, Virginia 23508, U.S.A	つめ腹を切らされた和算
3. Jain Anupam	Assit. Prof. of Mathematics Government Degree College, BIAORA (RAJGARH) INDIA.	Indian Contribution to Mathematics with Special Reference of Jainacharyas.
4. M.R.Gelra	Joint Director, Prof. Dr. College Education 5ch 20, Jawahar Nagar, JAIPUR, INDIA.	Unique Figures Discussed in Jain Agams

5. Leite-Lopes Maria Laura	Prof. Rio de Janeiro Federal University Rio de Janeiro, BRAZIL	A Survey of Mathematical Education in Brazil
6. Kim Yong-Woon	Prof. Dr. The Institute for Korean Traditional Science Hanyang University, Seoul, 133 KOREA	Pan Paradigm and Korean Mathematics
7. Joung Ji-Ho	Dean, Prof. Education College, Dongguk University, 26, 3-ka, Pil-Dong, Choong-ku 100 Seoul, KOREA	Buddhism and Mathematics of the the Orient
8. 王　青　翔 (Qingxiang Wang)	Postgraduate Student (東大・大学院・博士課程)	A Critical Essay on the Mathematical Writings of Toshioki Kaetsu
9. 張　華　海 (Zhang Wa Hai)	Lecture Chinese Academy of Sciences Shanghai Branch, 319 Yo-Yang Road, Shanghai, CHINA	On Some Ideas about the Education of Computer in China
10. 金　聖　在	Dr. 崇義女子高等学校 大韓民国　特別市城東区金湖洞 2街1071	
11. J.C.Martzloff	Dr. Centre National de la Recherche Scientifique Paris, Institute des Hautes Etudes Chinoises, FRANCE	Non trivial Chinese Mathematics : Li Shanlan's Duoji bilei (1867)
12. Karine Chemla	Dr. Charge de Recherche, CNRS	Algebraic Relevance of Transformations of Sentences in Chinese Texts
13. 白　栄　基	大韓民国ソウル龍道区 東部二村洞正友マンション802号 漢陽大学校	

14. 金　泰　富	大韓民国ソウル江南区 大峙洞双龍アパート2—1006 東国大学校	

1987(夏)国際シンポジュウム参加者名簿(国内)

氏　　名	住　所　(所　属)	演　　題
1. 阿部剛久	〒349—01 埼玉県蓮田市関山4—13—10 芝浦工業大学	G.ロバンと数学に対する彼の寄与に関して
2. 阿部楽方	〒012—01 秋田県雄勝郡稲川町大館69 日本数学史学会	方陣の源流—中国，イスラム，インドの方陣
3. 天野　宏	〒250—03 神奈川県足柄下郡箱根町湯本茶屋18 日本数学史学会	
4. 飯塚正明	〒370 高崎市上佐野町267 上武大学	
5. 磯田正美	〒359 埼玉県所沢市荒幡945 筑波大学附属駒場中高等学校	数学史の利用に関する一考察〜学習過程における数学化のために〜
6. 伊東俊太郎	〒167 杉並区西荻北2—20—21 東京大学教養学部	比較数学史の地平〜世界の数学史に向かって〜
7. 梅津正治	〒997 山形県鶴岡市稲生町7—51	
8. 大竹茂雄	〒371 前橋市元総社町122—4 群馬県和算研究会	
9. 大網　功	〒365 埼玉県鴻巣市加美2—8—3 東洋大学工学部物理教室	

10. 大 谷 恒 蔵	〒360 埼玉県熊谷市本石1の131 日本数学史学会	
11. 大 山 誠	〒376 桐生市宮本町4丁目7番43号 群馬県立桐生高等学校	
12. 奥 村 博	〒371 前橋市大利根町1−14−4 F2−12 群馬県立安中高等学校	和算の問題における対称性
13. 小 沢 善 明	〒223 神奈川県横浜市港北区日吉4−1−2 慶応義塾高等学校	
14. 小曽根 淳	〒327 栃木県佐野市若宮上町14−8 栃木県立小山西高等学校	パップスの円定理の歴史について
15. 小 野 雄 司	〒252 神奈川県藤沢市遠藤1130 湘南ライフタウンG−3−7	
16. 音 田 功	〒371 前橋市朝倉町1−4−5 群馬大学工学部	G. ロバンと数学に対する彼の寄付に関して
17. 勝見 英一朗	〒999−05 山形県長井市時庭932 山形県立米沢興譲館高校	『解伏題之法』における「真術」と「虚術」について
18. 加 藤 武 雄	〒980 宮城県仙台市川平2−7−2 東北高等学校	
19. 川 尻 信 夫	〒153 目黒区五本木2−9−20 東海大学理学部	中国文化圏へのヨーロッパ数学の導入について
20. 木 村 規 子	〒359−23 新田郡笠懸村鹿370 群馬大学工学部	
21. 小 柴 誠 一	〒370 高崎市中尾町363 群馬県立高崎東高校	

22. 小 林 誠 男	〒142 品川区中延4−6−15 二葉珠算学院	
23. 小 林 龍 彦	〒376 桐生市相生町1−635−17 樹徳高等学校	
24. 斎 藤 三 郎	〒376 桐生市川内町5−1648−16 群馬大学工学部	
25. 斎藤 重千代	〒960 福島県渡利薬師町85	
26. 佐 藤 健 一	〒183 府中市北山町2−39−8 日本数学史学会	
27. 佐 藤 富 子	〒183 府中市北山町2−39−8 府中四中	
28. 志 摩 賢 治	〒300−12 茨城県牛久市柏田3292−2 東洋大学附属牛久高等学校	
29. 清 水 布 夫	〒141 品川区大崎5−7−14 五反田ロイヤルハイツ307 日本数学史学会	
30. 下 平 和 夫	〒177 練馬区富士見台3−57−6 国士舘大学教養部	頭書き「算法闕疑抄」に見られる算木の使い方
31. 下 平 広 敏	〒171 豊島区西池袋5−27−14 日本数学史学会	
32. 杉 本 敏 夫	〒182 調布市菊野台2−40−3 明治学院大学	授時暦で用いられた弧括の逆正弦公式の精度
33. 鈴 木 久 男	〒120 足立区中川2−15−6 珠算史研究学会	

34. 田中　薫	〒376 桐生市境野町 5－329－1 樹徳高等学校	
35. 田中　充	〒370 高崎市龍見町 4－4 群馬工業高専	頭鳥神社奉納の測量算額について
36. 田村和夫	〒362 埼玉県北足立郡伊奈町小室 2268－148　サンライズ伊奈 312 小松原高校	
37. 千喜良英二	〒992 山形県米沢市西大通 1－6－10 山形県立米沢女子短期大学	東アジアの数学と西洋数学との比較
38. 富岡秀雄	〒123 足立区西新井 1－5－2 日本数学史学会	
39. 内藤　淳	〒144 愛知県岡崎市明大寺町向山 2－95 愛知教育大学	
40. 長井宏之	〒370 高崎市和田多中町 8－23 群馬県立前橋高等学校	数の構成について―教育的見地からの比較
41. 永瀬勢津子	〒184 小金井市貫井南町 5－19－5 玉川学園高等部	
42. 中村幸夫	〒375 藤岡市岡之郷 631－3 群馬県和算研究会	
43. 二宮理喜	〒183 府中市若松町 5－30－28 青山学院大学理工学部	コンピュータを用いた和算問題の考察
44. 根生　誠	〒350 埼玉県川越市六軒町 2－25－7 日本電子専門学校	
45. 橋本敬造	〒612 京都市伏見区桃山町丹下 39－2 関西大学社会学部	アジア文化圏の数学の歴史的研究の新傾向について

46. 浜田敏男	〒370－01 佐波郡境町境 91－3 境町立北中学校	
47. 林　隆夫	〒616 京都府京都市右京区嵯峨北堀町 20－12 嵯峨団地 13－403 同志社大学工学部	
48. 原田　博	〒509－72 岐阜県恵那郡二葉町 204－2 珠算史研究学会	
49. 藤井貞雄	〒720 広島県福山市水呑向丘 71 日本数学史学会	
50. 藤井康生	〒664 兵庫県伊丹市船原 2－6－17 兵庫県立宝塚西高等学校	
51. 藤掛真理子	〒326 栃木県足利市通 5－2814 青山学院大学理工学部	コンピュータを用いた和算問題の考察
52. 松岡元久	〒343 埼玉県越谷市赤山町 4－9－1 越谷ファミリータウンＤ411 文教大学教育学部	数学史研究と数学史教育活動との関連の分析
53. 松崎利雄	〒308 茨城県下館市大町 2－40 小山工業高等専門学校	
54. 松本　清	〒960－14 福島県伊達郡川俣町寺久保 112 珠算史研究学会	
55. 道脇義正	〒376 桐生市天神町 1－5－1 群馬大学工学部	コンピュータを用いた和算問題の考察
56. 道脇美千代	〒376 桐生市広沢町 3－4303－8	
57. 宮崎利弘	〒370－01 佐波郡境町伊与久 735 関東学園高校	

58. 山 内 俊 平	〒661 兵庫県尼崎市塚口町 1－20 5－ 近畿数学史学会	百万陣・億方陣・不可思議 (10^{64}) 方陣の報告
59. 山内 奕美子	〒880 宮崎県宮崎市神宮町 465 宮崎女子短期大学	清史稿時窓志にみる西洋の影響
60. 山 根 正 巳	〒327 栃木県佐野市大橋町 1599 数学基礎学力研究会	
61. 吉 田 柳 二	〒528 滋賀県甲賀郡水口町名坂 1129 家政学園高等学校	
62. 川 島 達 司	〒719－03 岡山県浅口郡里庄町新庄 3580－29	
63. 丹 治 八 郎	〒960 福島県福島市蓬莱町 70－17 珠算史研究学会	
64. 坪 田 耕 三	〒152 目黒区南 3－6－13 筑波大学附属小学校	

シンポジュウム組織委員会名簿

President :

Yoshimasa MICHIWAKI
President : Gunma Ken Wasan Study Association
Prof., Dr., Gunma University

Vice－president :

Shi－Ran DU
President : The Society of Chinese Mathematical History
Prof., Institute of History of Natural Science, Academia Sinica

Masaaki IIZUKA
Prof., Jobu University

Yong－Woon KIM
President : The Society of Korean Mathematical History

Prof., Dr., Hanyang University

Yoshitomo MATSUO
Presidend : Japan Society of Mathematical Education
Prof., Science University of Tokyo

Kazuo SHIMODAIRA
President : The History of Mathematics Society of Japan
Prof., Dr., Kokushikan University

Hisao SUZUKI
President : The Historcal Society for the Study of Shuzan
Prof., Kokushikan University

Secretary－General :

Shigeo ŌTAKE
The Secretary－Generl of Gunma Ken Wasan Study Association

Assistant Director General :

Kiyoshi MATSUMOTO
The Chairman of the Committee Meeting, The Historical Society for The Study of Shuzan

Isao ONDA
Associate Prof., Dr., Gunma University

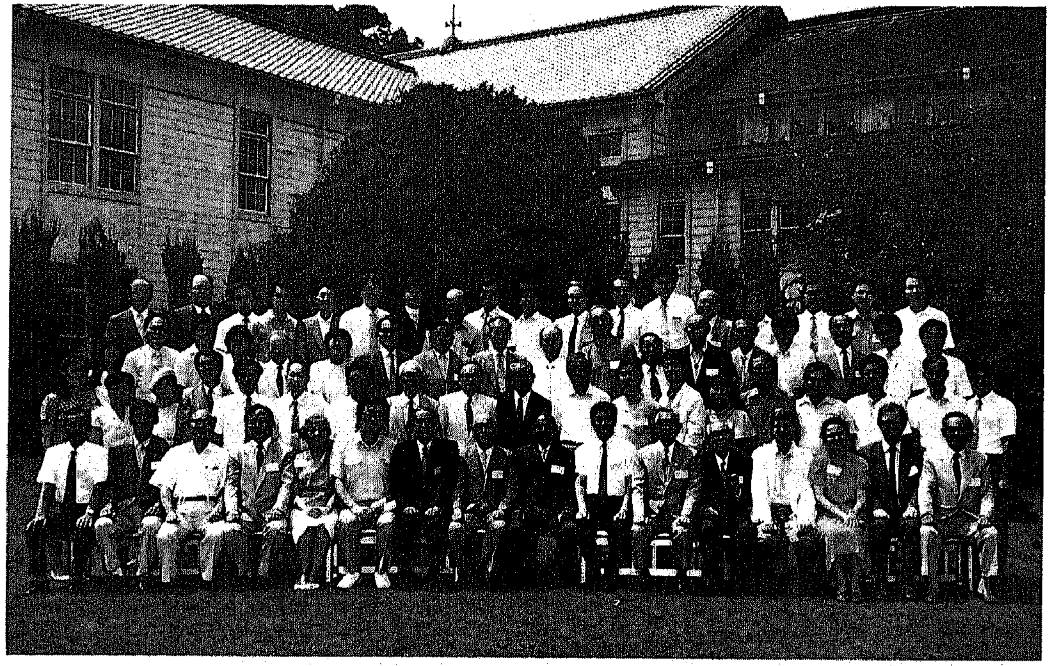
Kenichi SATO
The Chairman of the Committee Meeting, The History of Mathematics Society of Japan

Mitsuru TANAKA
Prof., Gunma Technical College

Secretary :

Toshio HAMADA
Noriko KIMURA
Tatsuhiko KOBAYASHI
Hiroyuki NAGAI
Yukio NAKAMURA
Hiroshi OKUMURA
Makoto ŌYAMA
Jun OZONE
Nobuo SHIMIZU
Kaoru TANAKA

(Alphabetical order)



International Symposium for History of Mathematics and Mathematical Education Using Chinese Characters
August 7～9, 1987, Faculty of Technology, Gunma University , Kiryu, Japan

編　集　後　記

1. 周期的に年４回まわってくる編集作業も，論文や資料の内容が片寄っているため，投稿から掲載までの期間がまちまちになっており，１年以上も待っていただく事もあります．
2. 金子勉氏から，藤井与右衛門家の『稿本』という貴重な資料が，金子氏の論文とともに送られてまいりました「古典資料」として別にしました．皆様のお役に立つものと思います．
3. 今年の夏８月７日から８月10日までの間，群馬大学で開催しました漢字文化圏と近隣諸国の数学史・数学教育シンポジュウムの報告が，担当役員から送られて参りましたので掲載致します．
4. 中国抗州大学の沈康身教授の論文を会員王青翔氏が日本語訳をしていましたが，完了致しましたので掲載致します．校正に手間どり発行が遅れる要因になりました．
5. 62年２月の数学史講座は黒田孝郎氏を講師に迎え「バビロニアの代数・中国の句股法」という題で開かれましたが，今回講座として掲載致しました．

（佐藤健一）

数　学　史　研　究

通　巻　115号（1987年10月～12月）
発行所　日本数学史学会
東京都新宿区下落合1丁目7番7号（〒161）
富士短期大学科学史研究室
電話　東京（03）368－8826（出版部）
会　費　年額　7,000円
振　替　東京2－20022番
印刷所　トーコーワイス株式会社
東京都中野区東中野3－14－19　高田ビル3F
電話　（03）368－8232

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

NO. 115

October-December, 1987

CONTENTS

OLD DATA

'Manuscript' found in the house of Fujii Yoemon .... (1)

ARTICLE

Kaneko Tsutomu; An Arithmetic Manuscript owned by the House of Fujii Yoemon
— A New Material about Momokawa Jihē — .... (9)

Chin Kang Shen; Seki Takakazu's and Li shan Lan's formulae on the sum of
natural number involution .... (21)

Hirayama Akira; On the paper of Prof. Chin Kang Shen .... (37)

MATERIAL

Qingxiang Wang; On the writings of Wajuro Hodoji .... (41)

LECTURE

Kuroda Takao; Babylonian algebra and 'kokoho' or
three-square theorem in China .... (43)

NOTE .... (66)

BOOKS .... (69)

NEWS .... (71)

Edited and Published by
The History of Mathematics Society of Japan
Fuji Junior College
1-7-7, Shimoochiai, Shinjuku-ku, Tokyo, 161, Japan

数 学 史 研 究　(通巻115号)　昭和62年12月25日
東京都新宿区下落合1-7-7　電 話 (03) 368-8826　日本数学史学会