ISSN 0386-9555

数学史研究

(通 巻 116 号)

1988年1月～3月

目　　　次

論　　　説

刊年不詳　古活字　横綴本『塵劫記』(吉沢本) について……………戸　谷　清　一…1
読心術ーインド中世の数学遊戯…………………………………………林　　隆　夫…9
AN, EXPLORATION TO LIU XIN'S VALUE OF π
FROM WANG MANG'S MEASURING BRONZE VESSEL ……………………
…………… BaiShangshu (白尚恕)…24
和算家　村松茂清について……………………………………………小野崎　紀　男…32
関流宗統と荒木村英……………………………………………………平　山　　諦…37
古代の令の注釈書にみえる“綴術”について…………………………小　林　龍　彦…44

資　　　料

梅文鼎故里考察散記………………………………………………劉　　鈍・川原秀城…48
朝鮮算書目録……………………………………………………………平　山　　諦…53

講　　　座

和算の研究について……………………………………………………道　脇　義　正…58

数学的考察

法道寺の算変法の解釈と Causey の定理について……………鈴木福藏・道脇義正…62

落　穂　集　……………………………………………………………… 78
図　　　書　………………………………………………………………83
編 集 後 記　……………………………………………………………… 90

日 本 数 学 史 学 会

論　　説

刊年不詳，古活字，横綴本『塵劫記』（吉沢本）について

戸　谷　清　一

はじめに

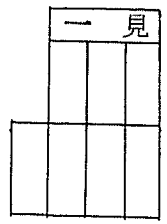
故吉沢義則博士収蔵の横綴本『塵劫記』は縦 16 ㎝，横 20 ㎝の小形本で，巻頭の序文の前部と第 22「舟の運賃之事」以下が欠けている端本である．この書は古活字本で『割算書』，寛永 5 年版『算用記』と様式が似ており，平山諦博士はこの書を『塵劫記』の最も古い版ではないか，と述べている[1]．　山崎与右衛門著『塵劫記の研究図録篇』[2] には，この『塵劫記』について「内容は後に掲出の杉田版とまったく同一なので，ここには，多少違っている一部分の写真と，四巻本，後掲の五巻本の杉田版と対照してどのように相違した版であるかがうかがわれる程度の写真版を収録，他は省略した．したがって，この版の内容については後掲の杉田版を参照すべきである」と記されている．ここに「多少違っている」と記されているが，これが古活字本の『塵劫記』を調べる上で重要な部分をなしている．本稿ではこの部分をとり上げて古活字本の『塵劫記』の成立について述べてみる．

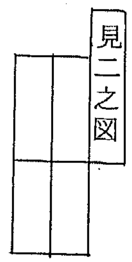
1）　山崎与右衛門『塵劫記の研究　図録編』　P. 142

2）　本稿の 4 巻 26 条本，杉田版本の『塵劫記』は上掲書に拠った

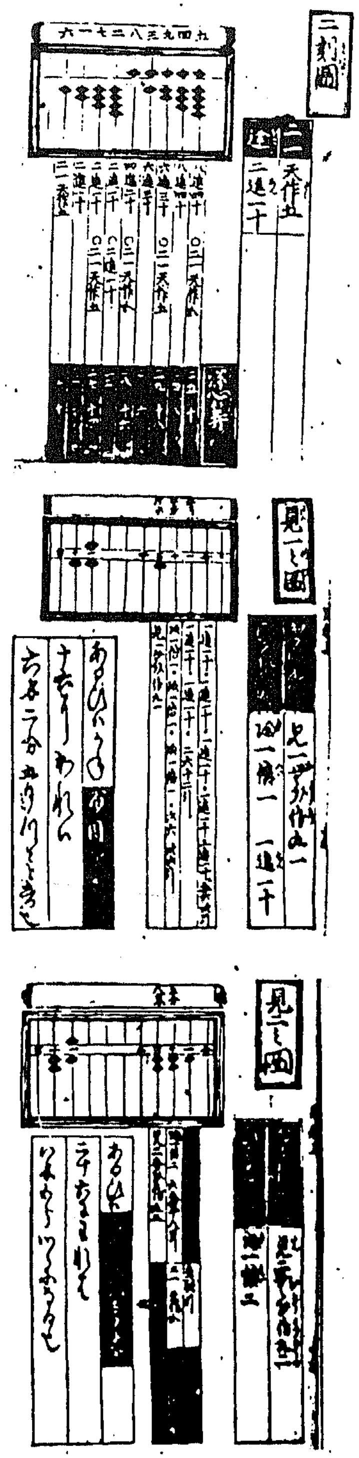
1.　八算・見一の計算法の図解

4 巻 26 条本，古活字本，杉田版本の比較をするために八算・見一の計算法の図解を「二割」「見一」「見二」について次頁に示した．この三種の『塵劫記』をくらべてみると，

古活字本は見一のみが 

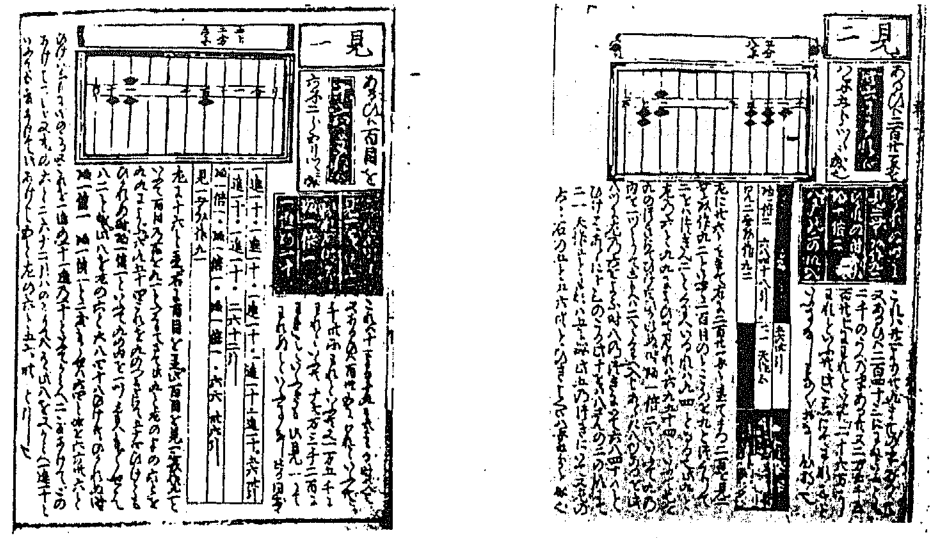
の形で，これは杉田版本と同じ形式，八算と見二以降は 

の形で，これは 4 巻 26 条本と同じ形式のものが記載されている．



4巻26条本

古活字版本



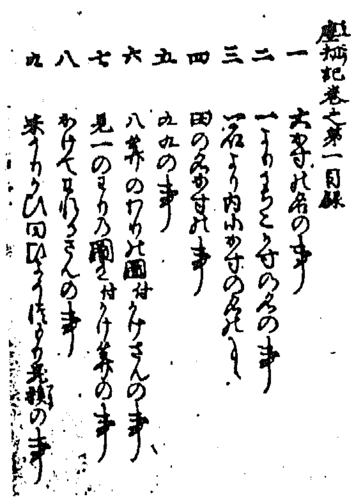
杉　田　版

この点からこの三種の『塵劫記』の成立を推理すると，古活字本は初めは4巻26条と同じ形の八算・見一の図解が記載されており，杉田版本が刊行されて以後，見一の部分を差し替えて再版したと考えられる．それは杉田版本が出版されて，計算にむつかしい見一（除数2けた以上の除法）の計算法の解説がなされると，古活字本に早速それを採り入れて再版し，その販路をはかるものである．後で述べるが，現存の古活字本『塵劫記』は書肆出版の偽版と考えられるからである．つまり現存の古活字本は杉田版本の刊行された後に刊行された偽版の再刊古活字本と考えられる．

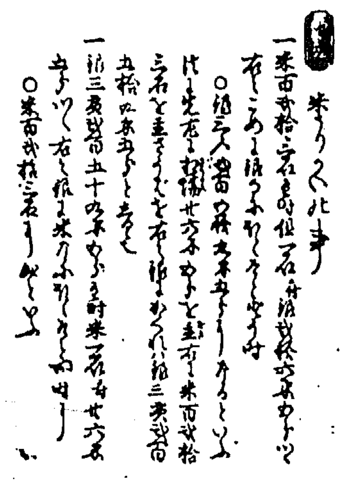
2.　初刊の古活字本『塵劫記』について

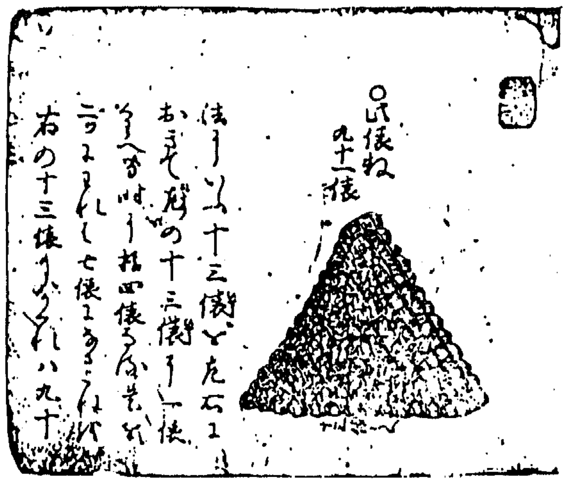
前項で現存の古活字本『塵劫記』は杉田版本の刊後に再刊されたものであると述べたのであるが，初刊の古活字本『塵劫記』がどのようであったのか，その探索はむつかしい，古活字本の内容をみて，先に掲げた見一と見二の図解のように同じような内容で相違があり，その相違と他の『塵劫記』と比較することによってその内容の新らしい，古いの区別はなし得るのであるが，それ以外の内容において，初版が再版に際し差し替えられた部分を見つけ出すのは困難である．

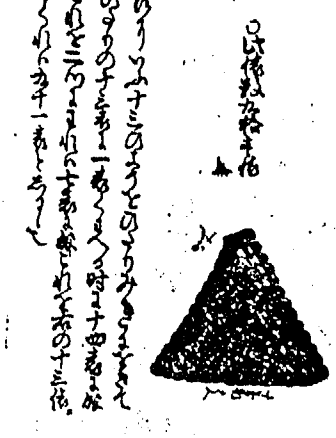
しかし，現存の古活字本の中に不審な個処が1か所ある．それはつぎの図版にみられるように「蔵にたわらを入ルつもりの事」の条である．この条は他の条とちがっている．すなわち，古活字版では，



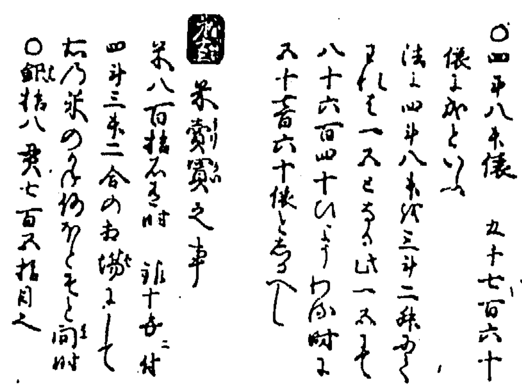
杉　田　版





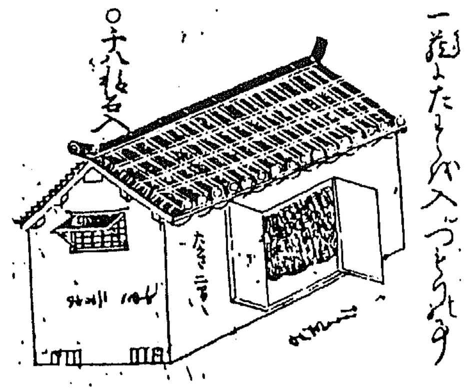


4 巻 26 条本

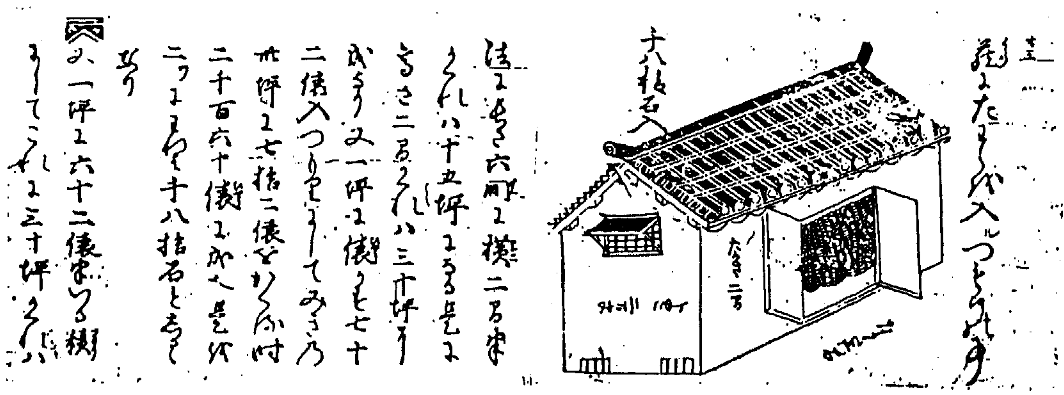


古 活 字 版 本

4 巻 26 条本



古 活 字 版 本



寛永 5 年版　算用記

第十一

　一　蔵にたわらを入ルつもりの事

第十二　同まはしの事

第十三　米売買之事

となって，第十一のみ行をかえて，しかも，「一　…………」と記されている．杉田版は，

第十一　たわらの入つもりの事

とあり，4巻26条本では，目録とちがって（注，前ページの目録図版参照）

第九　米うりかいの事

　一　米百弐拾五石有時　但一石に付銀弐拾六匁五分つゝ右のこめ…………

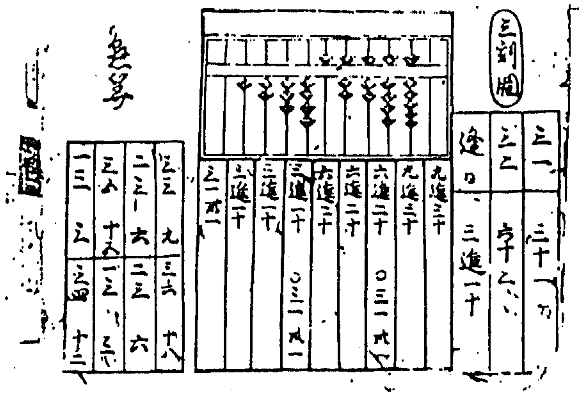
一　銀三貫弐百五十九匁五分有時，米一石に付二十六匁五分つゝ……………
………………

一　蔵にたわらの入つもりの事

………………

と，あたかも他の問題と同じように記載されている．「………つもりの事」とあるから一つの条目をなしているはずの言葉であり，また「一　………」という表現は古活字版もそうである．これは『塵劫記』の編纂という立場に立っての研究における課題であろう．古活字版本の「蔵にたわらを入ルつもりの事」の字づらは寛永５年版『算用記』と全く同じであり，これは古活字版本の初版の成立年代を推定する一つの資料となる．

古活字版本で第十の条に「すきさん」の文字が欠けている．現存のものは偽版であってこの他にも誤刻や彫り落しが多い．右に示した三割図のそろばん上部に四一一五二二六三の数がおちているのもその一例である．



古活字版本

3.　古活字版本と『算用記』，４巻26本との関係

古活字版本の「蔵にたわらを入ルつもりの事」の字づらが寛永５年版の『算用記』と全く同じであることは前に記した．この寛永５年版の『算用記』では，「すぎさん」「蔵にたわらを入ルつもりの事」の条は「開平法」「開立法」を記載したそのあとへ「入子算の事」の条とともにつけ加えられている．この部分は寛永５年以前にこれと同じ内容の『算用記』または『塵劫記』があり，寛永５年の再版に際して付加したものとみるべきであろう．そうすると古活字版本の初版（現存のものは再版本）はこれ以前に刊行されていたものと考えられる．

ここで『塵劫記』の序文と目録について考えてみよう．塵劫記の玄光の序は，

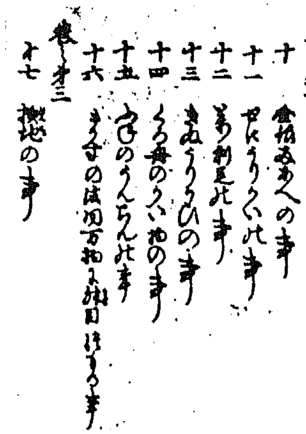
４巻26条本では，　　「自袖裏携四巻書」

杉田版本では，　　　「自袖裏携五巻書」

寛永８年版本では，　「自袖裏携十八巻書」

と記載されている．現存の古活字版『塵劫記』にはここに当る部分の序は破れ去

って存在しないので，何と書いてあったか知る由もない．現存の古活字版本には「第一　大かずの名の事」の条から「第廿二　舟の運賃の事」の条まであり，この本には４巻26条本のように巻之一，巻之二と分けてその目録が記してない．４巻26条本によると「舟の運賃の事」の条は巻之二に入る．古活字版本が巻之一，巻之二……と分類されていないことから考えると，『塵劫記』の初刊本は古活字版であるという可能性もみられる．



４巻26条本

以上述べてきたことから推論するならば，『塵劫記』の初刊本は古活字版本（初版はすでに失われた）で，その後四巻本，五巻本と体裁が整えられていった．現存の古活字版本は杉田版本が刊行された後の偽版の古活字版本であり，その初刊本の内容については今後の研究にまたなければならない．

4.　現存の古活字版『塵劫記』が偽版であることについて

現在の古活字版本の大きな誤りは，八算の計算を図解で説明したその後へ，

４巻26条本では

これは右のにてがってんゆかぬ時にこれにてをしへ申によきなり

二つわり　二一作五　二進の十と上

三つわり　三一加廿一　三二加四十二

　　　　三進の十と上

……………

古活字版本

古活字版本では

右のにてがってんゆかぬ時にこれにておしへ申候

二つ割　二一天作五　逢二進の一十

三つ割　三一卅一　三二六十二　逢三進一十

……………

とあり，古活字版本ではこの前に記載してある八算における割り声と同じものが

再び掲載されている．吉田光由自身の著書ならばこんな重大なミスをするはずがない．これがこの古活字版本を偽版と考える第一の点である．そのほか誤刻が多いことも挙げられる．

おわりに

現存する古活字版本『塵劫記』について，これが書肆による偽版であり，杉田版本刊行以後に初版の古活字版本『塵劫記』を改版して出版されたものであること，初版の古活字版本が寛永四年出版の『塵劫記』の原本で，それ以後に4巻本，5巻本が出版されたということ，寛永4年版の古活字版『塵劫記』は伝を失していることなどについてその推論を記してみた．

伝を失した寛永4年版『塵劫記』の内容については，現存の古活字版本，4巻26条本，寛永5年版『算用記』の内容を今後調べて組み立ててみたいと思っている．

『数学史研究』編集部からのおわび

上掲の戸谷清一氏の論文は相当以前に下平和夫あてに送付された論文ですが，事務の不手ぎわのため原稿を紛失していましました．この論文は，本誌通巻111号掲載の同氏の論文「寛永五年版『算用記』と古活字版および4巻26条本『塵劫記』の比較」の発表の前に掲載すべき論文でした．戸谷氏および会員諸氏に深くおわび申しあげます．　　　　　　　　　（昭和62年1月18日）

論　説

読心術 —— インド中世の数学遊戯

林　　隆　夫

1. 序

現代と同様古代中世にも洋の東西を問わず人々に親しまれた初等数学上の問題のタイプが多くあった．それらを我々はしばしば標準問題(standard problems)，又は典型問題(typical problems)，又は蓄積問題(stock problems)などと呼ぶ[(1)]．

例えば最も有名なこの種の問題の一つに「水槽問題」(cistern problem)がある．一つの貯水槽に複数の給水パイプが連結されているとしよう．このとき「水槽問題」は，個々のパイプによって水槽が満たされるに必要な時間を与えて，全パイプが同時に用いられた場合にかかる時間を問う．15～16世紀ヨーロッパの算術教科書にはしばしばこのタイプの問題が収められているが，その歴史は古く，諸文明にまたがっている[(2)]．

読心術と呼ばれる数学遊戯もある時期から諸文明に知れわたっていたと思われるが，その起源は勿論のこと歴史も良く知られていない．ここで扱う読心術とは，相手の密かに考えた数を当てる芸又は遊戯であり，我国では「あてもの算」とも呼ばれる．即ち相手に勝手な数を考えさせ，これに一連の演算を指示して行なわせ，その結果だけを聞いて初めに相手の考えた数を当てるという数当てゲームである．多くの標準問題がそうであるように，読心術もまた記号表現を用いれば単純な代数の問題に帰される．従って記号を完備した代数が17世紀に発達し普及してからは魅力に乏しいものになってしまったが，それ以前には一種の奇術として人々の心を魅了したに違いない．[(3)]

読心術に良く似た問題，あるいは読心術としても用い得る問題のタイプは古代エジプトのいわゆる「アハ問題」[(4)]以来諸文明で扱われており，それらは一括して「一つの数を考えなさい」タイプの問題(think-of-a-number problems)と呼ばれることもある[(5)]．これは，この種の問題がしばしばこの命令形で始まるからである．しかし通常このタイプに含められる問題の中には仮定法や逆算法[(6)]を用いて解かれるものもあるので注意を要する．仮定法や逆算法を用いた場合，その計算には筆算と，従ってある程度の時間を要したであろうから，読心術とは一線を画

すべきかもしれない．読心術が奇術として人々にアピールするためには，暗算によって即座に答が得られるようなものでなければならないからである．だが勿論，実際にその一線をどこに引くかは難しい．テキスト自体にそれが読心術であること，または読心術として用い得ることを示唆するものがない限り，実際に読心術として用いられたかどうかの判断は微妙である．

一方，読心術はその原理から見て二種に大別されるであろう．その一つは十進法位取りの原理を利用するもの，他は位取りとは関係なく加減乗除など一連の代数演算のみに依存するものである．両種の読心術を西洋では17世紀初めにフランスのバシェ（C.-G. Bachet de Méziriac）がいくつか採録しているが，それ以前の歴史は殆ど知られていない[7]．そこでここでは，14世紀初めのインドに於ける読心術の二つの例を一資料として提出したい．この二例は，ちょうど上述の二種に対応する．

2. テキスト

ここでとりあげるテキストはタックラ・ペールー（Ṭhakkura Pherū）によりプラークリットで著わされた「数学精要」（Gaṇitasāra）である．ペールーは他にもやはりプラークリットで「天文学精要」（Jyotiṣasāra），「建築学精要」（Vāstusāra），「宝石研究」（Ratnaparīksā）などを著わしている．A.D.1315頃のことである[8]．

「数学精要」は4章（adhyāya）に分かれた45の「門」（dvāra）から成る．

1章：25の基本演算（parikarman）	45の門
2章：8つの種（jāti）	
3章：8つの実用算（vyavahāra）	
4章：4つの課（adhikāra）	

最初の三章は，分類方法が多少異るものの内容的にはシュリーダラ（Śrīdhara，8世紀）の頃からパーティー（pāṭī，アルゴリズム）の書で扱われてきたものばかりである[9]．これに対し第4章は補遺的な性格をもち，4課に分けて種々の雑題を扱い，中には伝統的パーティーの書には見られないタイプの問題も含む．

場（deśa）に関する課

布（vastra）に関する課

方陣（yantra）に関する課[10]

雑題（prakīrṇaka）に関する課

読心術の二つの方法が与えられているのはこの最後の「雑題に関する課」の二詩節に於てである．それらは以下の如くであるが，いくつかの点で出版本の読みを訂正した．その際，出版本の読みは注にJ（＝Jodhpur）で示す．またこの二詩節は，ペールーの「数学精要」やシュリーダラの「パーティーガニタ」などから数学規則や例題を寄せ集めた「パタン写本」（作者年代未詳）にも収められているので，そこでの異読をP（＝Patan）で示す[11]．更に同写本では（たぶん編者による）サンスクリット註が付されているので参考までにそれを各詩節の後に載せる．しかし詩節13に対する註は理解し難い．これは註釈者自身が詩節の内容を理解していなかったためと思われる．例えば彼は，Pkt.-ūṇa（＝Skt.-ūna「～少い」）を誤ってSkt.-guṇa（「～倍」）と等置している．また同註末尾の「それらの和が百以内では百五を加え，百の上では払うべし」も理解し難い．なお〔 〕内は筆写生が誤って脱落させたと思われる部分で写本にはない．

Text

atha paracintājñānam[a] āha/

sattari guṇa tiūṇehiṃ[b] paṃcahiṃ[c] igavīsa panara sattehiṃ/

piṃḍeṇa sau paṇuttaru[d] devi harivi[e] muṇaha paraciṃtaṃ[f]//13//

(triguṇe kṛte yac cheṣaṃ tat 70 guṇaṃ〔pañcaguṇe kṛte yac cheṣaṃ tat〕21〔guṇam〕/ saptaguṇe kṛte yac cheṣaṃ tat 50 guṇaṃ/ eṣāṃ aikye śatamadhye pañcādhikaśataṃ yojyaṃ/ śatopari pātyaṃ/ iti paracintāṅkajñānaṃ// in P)

ciṃtiyasuya karasahiyaṃ[g] biuṇigajuya[h] paṃcaguṇa suyāsahiyaṃ[i]/

dahaguṇa[j] khapaṇakarūṇaṃ[k] sesa kame[l] muṇaha sunna[m] viṇā//14//

(cintitaputrāṅkā dvayayutā dviguṇā ekayutāḥ pañcaguṇitāḥ putryaṅkasahitā daśaguṇāḥ 250 hīnāḥ kriyante/ śūnyaṃ vinā śeṣāṅkābhyāṃ kramāt putraputrījñānaṃ// in P)

---

[a] J. patra-　[b] J. tiunehiṃ, P. tiūṇehiṃ　[c] J. paṃcahi
[d] P. saya paṇuttara　[e] P. haravi　[f] J. cittaṃ, P. cintaṃ

[g] J. ciṃtiya suyakarasahiyaṃ, P. ciṃtiasua karasahiaṃ
[h] J. biuṇigi juya, P. biuṇigajua [i] P. suāsahiaṃ
[j] J. daha guṇa, P. dasaguṇa [k] J. kha paṇaka rūvaṃ, P. khapaṇakarūpaṃ
[l] P. sesaṃke [m] P. sunti

3. 和訳 （ここで＜＞は私が補った語句を囲む．）

さて相手の考えを知る方法を述べる．

詩節 13. 三を引＜けるだけくりかえし引＞いた場合，乗数は七十，五の場合二十一，七の場合十五．和に百五を加え，＜結果を聞き，百五をくりかえし＞払って，＜余りを＞相手の考え＜た数＞と知るがよい．

詩節 14. 念じたムスコに二を加え，二倍し，一を加え，五倍し，ムスメを加え，十倍し，二五〇を引いて，ゼロを除く残りを順に＜ムスコ・ムスメと＞知るがよい．

4. 解説

詩節 13. 相手に 105 より小さい（この条件はテキストにない）自然数 (N) を選ばせ，その数から 3 をくりかえし引いたときの残りに 70 をかけ，5 をくりかえし引いたときの残りに 21 をかけ，7 をくりかえし引いたときの残りに 15 をかけてもらう．次に三つの積の和をとり，105 を加えて，その結果 (A) だけを答えてもらう．

$$N = 3q_1 + r_1 = 5q_2 + r_2 = 7q_3 + r_3 \quad (<105)$$

$$(0 \leqq r_1 < 3,\ 0 \leqq r_2 < 5,\ 0 \leqq r_3 < 7) \cdots\cdots \quad (1a)$$

$$A = 70r_1 + 21r_2 + 15r_3 + 105 \cdots\cdots \quad (1b)$$

読心術師はこの A を 105 で割り，余りを相手の考えた数 (N) とすればよい．何故なら，

$$A = 70(N-3q_1) + 21(N-5q_2) + 15(N-7q_3) + 105$$

$$= 105\{N-(2q_1+q_2+q_3)+1\} + N \quad (0 \leqq N < 105)$$

この方法で A を求めるとき 105 を加えてもらうのは A を 105 で割ったときの商を常に 1 以上にするための工夫と思われるが，奇術的効果を増すという副産物があったかもしれない[12].

例　相手が 97 を選んだとしよう．彼は，

$$97 = 3 \cdot 32 + 1 = 5 \cdot 19 + 2 = 7 \cdot 13 + 6$$

$$A = 70 \cdot 1 + 21 \cdot 2 + 15 \cdot 6 + 105 = 307$$

と計算して，この 307 のみを読心術師に告げる．読心術師はこれを 105 で割る．

$$307 = 105 \cdot 2 + 97$$

得られた余り 97 が相手の考えた数である．

この方法と同じ原理（俗に Chinese Remainder Theorem，中国の剰余定理）に基づく日本の数学遊戯が「百五減」又は「七五三」と呼ばれるものである．吉田光由著「塵劫記」寛永 8 年（A. D. 1631）版によれば，碁石の山から碁石を 3 個づつ取り去った場合，5 個づつ取り去った場合，7 個づつ取り去った場合，それぞれの残りを相手にいってもらう．

$$N = 3q_1 + r_1 = 5q_2 + r_2 = 7q_3 + r_3$$

$$(0 \leqq r_1 < 3,\ 0 \leqq r_2 < 5,\ 0 \leqq r_3 < 7) \cdots\cdots \quad (1a)$$

解答者は，

$$A = 70r_1 + 21r_2 + 15r_3 \cdots\cdots \quad (1c)$$

を計算すれば，これ (A) が碁石の総数である．もし A が「百に余る時には百五払い」，残りを碁石の総数とすればよい，と吉田光由はいう．即ちここでは碁石の総数をあらかじめ百以下に制限している（$N \leqq 100$）．吉田光由の掲げる例は，$r_1 = 2$，$r_2 = 1$，$r_3 = 2$，従って $N = 86$ の場合である．

このように「百五減」は碁石を用いた遊戯であったが，碁石は単に計算を容易にするための補助として導入されたものと思われる．同じ「塵劫記」の寛永 20 年版（A. D. 1643）では「碁石」という語が消えている[13].

「百五減」は少なくとも室町時代初期まで遡る．例えば「見聞雑記」（A. D. 1466）はそれを「七五三」と呼び，「石」という語を用いて解法を記しているが，更に遡って虎関師錬（A. D. 1346 没）の「異制庭訓往来」にも「百五減」の名が見えている[14]. 更に鎌倉時代末期の「二中歴」（A. D. 1300 頃）でも言及されているといわれるが[15]，筆者は未だ確認できない．

ところで，「百五減」の起源は中国にあることが昔から指摘されている．それは「孫子算経」（5 世紀）巻下に述べられている云わゆる「物不知総数」である[16]. そこでは，$r_1 = 2$，$r_2 = 3$，$r_3 = 2$ の場合を例として，連立一次不定方程式，

$N = 3q_1 + r_1 = 5q_2 + r_2 = 7q_3 + r_3$

$(0 \leqq r_1 < 3,\ 0 \leqq r_2 < 5,\ 0 \leqq r_3 < 7)$ ………………………… (1a)

の解を次のように与える．

$A = 70r_1 + 21r_2 + 15r_3 = 233,$ ………………………………………… (1c)

$A = 233 = 105q + N \quad (0 \leqq N < 105)$

$\therefore N = 23$

ここでも，「物」の「総数」Nは105未満に制限されている．

「孫子算経」にはこの方法が読心術あるいは数学遊戯として用いられたことを示す証拠はない．しかしそれは後世中国の多くの算術書で扱われていることから考えて[17]，やはりいつからか数学遊戯として親しまれたものと思われる．例えば「算法統宗」（A. D. 1592）巻四はそれを歌にして次のようにいう．

三人同行七十稀　五樹梅花廿一枝

七子団円正半月　除百零五使得知

ペールーの詩節13に比べればこの歌の方が情趣があるが，やはり用途を知らぬ人にはその数学的意味が理解できなかったことだろう．

「孫子算経」の算法がどのようにして得られたのかは分らない．「目の子」算で出したのではないかともいわれる[18]．しかしいったんその算法を知れば，即ち（1a）の問題の解の算法が（1c）で表わされることを知れば，それを

$N = a_i q_i + r_i \quad (0 \leqq r_i < a_i;\ i = 1, 2, \cdots, n)$ ………………………… (2a)

の場合に一般化することはさ程難しくなかったであろうと思われるが，実際には中国では秦九韶の「数書九章」（A. D. 1247）に於て初めて一般的な形で解かれることになる[19]．

ここでは a_i が互いに素として考えてみよう．

$A = k_1(a_2 a_3 \cdots a_n)r_1 + \cdots + k_i(\prod_{j \neq i} a_j)r_i + \cdots + k_n(a_1 a_2 \cdots a_{n-1})r_n$ ……………… (2b)

と置き，このAを a_i で割った場合の余りを考える．この右辺はn項から成り，その作り方からして第i項，即ち $k_i(\prod_{j \neq i} a_j)r_i$，以外の項はすべて a_i を因子として持つ（即ち a_i で割り切れる）．そこでこの第i項がちょうど余り r_i を持つように適当な自然数 k_i を決めてやればよい．各 k_i の決定には不定方程式を解かねばならないが，a_i が具体的に与えられれば試行錯誤で解くことも不可能ではない．

例えば，

$N = 5q_1 + r_1 = 7q_2 + r_2 = 9q_3 + r_3$ ………………………………… (3a)

の場合，

$A = k_1(7 \cdot 9)r_1 + k_2(5 \cdot 9)r_2 + k_3(5 \cdot 7)r_3$

と置く．先ず，Aを5で割った場合，第2項と第3項は割り切れる．第1項は

$63k_1 r_1 = 5(12k_1 r_1) + 3k_1 r_1$

と書き変えられ．右辺第1項は5で割り切れるから，第2項を5で割ったとき余り r_1 を持つように k_1 を決めればよい．試行錯誤により $k_1 = 2$ がこの条件を満たすことは容易に知られる[20]．即ち，

$3k_1 r_1 = 3 \cdot 2 \cdot r_1 = 5r_1 + r_1$

同様にして，$k_2 = 5$，$k_3 = 8$ が得られるから，（3a）の解は，

$A = 126r_1 + 225r_2 + 280r_3$ ……………………………………… (3b)

で与えられる．最小解を得たいときは，このAを315（$=5 \times 7 \times 9$）で割って余りを求めればよい．

実際，（3a）に対するこの算法が，「三百十五減」として，$r_1 = 3$，$r_2 = 4$，$r_3 = 5$ の場合を例にとり，日本の中根法舳著「勘者御伽草紙」（A. D. 1743）上巻で与えられている．同書にはまた，

$N = 7q_1 + r_1 = 9q_2 + r_2$ ……………………………………… (4a)

の場合の算法

$A = 36r_1 + 28r_2$ ……………………………………… (4b)

が「六十三減」として，$r_1 = 3$，$r_2 = 5$ を例にとって述べられている[21]．

興味深いことに上述「三百十五減」の算法は中根法舳より500年以上も前にフィボナッチ（Fibonacci, Leonardo Pisano）がその「算盤の書」（Liber abaci, A. D. 1202）で述べている[22]．同書はアラビア数学の影響を色濃く受けているから，仮にその算法がフィボナッチ自身の手に成るものとしても，問題のアイデア自体と解法のヒントはアラビア語を通して東方の数学から得たと推察されるが，確かな伝播経路は分らない．

インドではこのタイプの一次不定方程式は「余りを伴うクッタカ」（sāgrakuṭṭaka）と呼ばれ，「孫子算経」に遅れること僅かのアールヤバタ（Āryabhaṭa）著「アールヤバティーヤ」（Āryabhaṭīya, A. D. 499）の中で一般的に解かれている[23]．しかしその解の算法は，ユークリッドの互除法を直接 a_i と r_i に施してゆくものであり，（2b）で表現される算法と異る．この点では，アールヤバタ以降のインドの数学者たちも同じである．従ってペールーの与える算法（1b）は，インド

では極めて特異といわなければならない．このことは，ペールーの数学に対し中国の数学が何らかの経路で影響を与えていることを示唆するものかもしれないが，今のところその立証は難しい．

中国とインドの数学の類似点はこれまで人々に指摘されてきた以上に多くある．そして現存資料から見る限り，それらの殆どに於て中国にプライオリティーがある[24]．一方，奇妙なことだが，仏教を始めとしてこれまで知られている両国間の文化の流れは殆ど一方的にインドから中国へ向いている．数学や天文暦学の分野でも状況は同じであり，例えば「隋書」にはインドから輸入された数学書や天文学書（現存しない）の名がいくつか見えているが[25]，逆のケースはインド側でも中国側でも記録が見つかっていない．中国数学とインド数学の交流史はこれからの興味深い研究課題である．

詩節 14. ここでは相手に二つの自然数（x，y）を考えてもらう．ペールーは一方をムスコ（suya＝Skt. suta），他方をムスメ（suyā＝Skt. sutā）と呼ぶ．実際に読心術師が相手に考えてもらう二数をムスコとムスメの年令と想定して出題したのだろうか．ここで，ムスメ（y）の方は一桁の数でなければならないが，ムスコ（x）は二桁またはそれ以上でもよい．

読心術師は相手に次の計算をさせ，その結果（A）を答えてもらう．

$$A = [\{(x+2)\times 2+1\}\times 5+y]\times 10$$

読心術師はこのAから250を引いて，結果の十位をムスメ，百位以上をムスコと答えればよい．何故なら，

$$A = 10(10x+y)+250$$

例．相手が23と7を考えたとしよう．彼は

$$[\{(23+2)\times 2+1\}\times 5+7]\times 10 = 2620$$

と計算して，結果の2620のみを読心術師に告げる．読心術師は

$$2620-250 = 2370$$

と計算し，一位の「ゼロを除」（詩節 14）いて，百位以上即ち23をムスコ，十位即ち7をムスメと答える．

前出バシェも十進法位取りの原理を利用して複数個の一桁の数を当てる方法を記している．[26] 二個の場合，

$$A_2 = (2x+5)\times 5+10+y$$

三個の場合，

$$A_3 = \{(2x+5)\times 5+10+y\}\times 10+z$$

四個の場合，

$$A_4 = [\{(2x+5)\times 5+10+y\}\times 10+z]\times 10+u$$

等々というのが彼の算法である．それぞれ，

$$A_2 = 10x+y+35$$

$$A_3 = 100x+10y+z+350$$

$$A_4 = 1000x+100y+10z+u+3500$$

等々であるから，相手の告げる結果（A_i）から35，350，3500などを引けば，残余の各桁が相手の考えた数となる．

このように位取りの原理を利用した方法は十進法位取り表記法を完成させた（遅くとも3世紀）[27]インドにこそふさわしい方法であるといえようが，その起源の問題はまた別に考究されなければならない．

註

(1)　「標準問題」の歴史は疑いなく諸文化交流の歴史の興味深い一章を形成するが，問題の性格上研究者には多言語を解することが要求されるため，研究は進んでいない．その意味で次の諸研究は限界はあるが貴重である．

Smith, D. E., "On the Origin of Certain Typical Problems," American Mathematical Monthly 24, 1917, 64−71.

………… History of Mathematics, Boston 1925, reprinted New York 1958, vol. 2, pp. 532−599.

Sanford, Vera, The History and Significance of Certain Standard Problems in Algebra, New York City 1927.

Chakrabarti, G., "Typical problems of Hindu Mathematics," Annals of the Bhandarkar Oriental Research Institute 14, 1932−33, 87−102.

Hunger, H. und K. Vogel, Ein Byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts, Österreichische Akademie der Wissenschaften, philosophisch-historische Klasse, Denkschriften, 78. Band, 2. Abhandlung, Wien 1963, pp. 91−101.

Vogel, K., Ein Byzantinisches Rechenbuch des frühen 14. Jahrhunderts, Wiener Byzantinistische Studien, Band VI, Wien 1968, pp. 154−160.

Tropfke, J., K. Vogel, K. Reich, und H. Gericke, Geschichte der Elementarmathematik, 4te Aufl., Berlin 1980.

Sesiano, J., "Survivance médiévale en Hispanie d'un problème né en Mésopotamie," Centaurus 30, 1987, 18-61.

平山諦　「東西数学物語」増補新版，恒星社　1984.

数学遊戯的問題に関しては，平山諦上掲書巻末に載せられた有益な参考文献参照.

(2)　第i番目（$1 \leqq i \leqq n$）のパイプが水槽を満たすのに必要な時間を t_i とすれば，全パイプが同時に開かれた時かかる時間Tは，

$$T = 1 / \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \cdots + \frac{1}{t_n} \right)$$

で与えられる．この水槽問題は，サンスクリットでは8世紀のシュリーダラ（Śrīdhara）著「パーティーガニタ」（Pāṭīgaṇita 69）以降の数学書でとりあげられている．Hunger und Vogel, op. cit., p.97. が，A. D. 628に書かれた「ブラーフマスプタ・シッダーンタ」Brāhmasphuṭasiddhānta に載っているとするのは，プリトゥーダカ・スヴァーミンPṛthūdakasvāminがA. D. 860年代に書いたその註釈書Vāsanābhāṣyaの誤りである．ラテン語でも同じ頃のアルクイン（Alcuin, ca. 735-804）に帰せられる書「若者をきたえるためのアルクインの問題集」（propositiones Alcuini doctoris Carolimagni Imperatoris ad acuendos juvenes, prop. Ⅷ）以降現われるが，ギリシャ語ではこれより早く，「ギリシャ詞華集」（Ἀνθολογία）中のソクラテス（Σωκράτης）及びメトロドロス（Μητρόδωρος）に帰される部分に合計6問与えられている（Book XIV, 7, 130-133, and 135）．ソクラテスの年代は分らないがメトロドロスはA. D. 500頃の文法家である．彼らは単に編集者であった可能性が強いから，それらの詞華はもっと時代を遡ると思われる．D. E. Smith, History of Mathematics, vol. 2, p. 538, はアレキサンドリアのヘロン（Ἥρων, ca. A. D. 60）に帰せられる「測量」（Μετρήσεις）の書にも載っているというが，精確な典拠を与えていない．また Smith, loc. cit., は，それがディオファントス（Διοφάντος, ca. A. D. 250）の書("the writings")にも現われるというが，これも私には確認できない．中国語では更に早く，西暦紀元前後に編集された「九章算術」（六，26）に既に現われる．これが現在知られる限り最も早い例であるが，これをもって水槽問題の起源が中国にあるとするのは早計かもしれない．「九章算術」に収録された時点で既に中国とギリシア・ヘレニズム世界に広く知れわたった標準問題の一つであった

可能性を我々は否定できない．

Śrīdhara, Pāṭīgaṇita, ed. by K. S. Shukla, Lucknow 1959.

Alcuin, Propositiones Alcuini doctoris Carolimagni Imperatoris ad acuendos juvenes, ed. by Frobenius Forster in Alcuini opera, Regensberg 1777, reprinted in J. P. Migne, Patrologia Latina, CI, Paris 1863, 441-448.

The Greek Anthology, vol. 5, trans. by W. R. Paton, Loeb Classical Library, No. 86, first print 1918, reprinted 1979. Cf. P. Tannery, Diophanti Alexandrini opera omnia cum Graecis commentariis, vol. 2, Teubner 1895, pp. 43-72.

「九章算術」川原秀城訳，朝日出版社，科学の名著2，藪内清編「中国天文学数学集」（1980）所収．

(3)　現代でもパズルの分野では細々と命脈を保っている．例えば，

Northrop, E. P., Riddles in Mathematics: A Book of Paradoxes, 1944 =松井政太郎訳「ふしぎな数学」，みすず書房 1963, pp. 47-54.

(4)　或る数とその部分の和を与えて元の数を問う．例えば，$x + x/a = b$ と表現できるようなタイプの問題．全て一元一次方程式に帰着する．このタイプの問題は，1650 B. C.頃書記アーメス（Ahmes）によって書写された云わゆる「リンドパピルス」（Rhind Papyrus）の中に数題収められているが（Problems 24-34），そこでは未知数を"aha"（「量」）と呼ぶのでそれらを一括して「アハ問題」と呼ぶことがある．

Chace, A. B., L. S. Bull, H. P. Manning, P. C. Archibald, The Rhind Mathematical Papyrus, 2 vols., Oberlin 1927-29；吉成薫訳「リンド数学パピルス」，二巻，朝倉書店，1985.

(5)　この呼称に関して，V. Sanford, op. cit., p. 53 参照．

(6)　何れも代数の記号法が発達する以前に代数的問題を解くために多用された．仮定法は「リンドパピルス」のアハ問題（註4参照）でも用いられている．これは，$ax = b$ なる形に帰着する問題を解く場合に，まずxに任意の数αを仮定して，$a\alpha = b'$ を計算し，これから，$x = \alpha(b/b')$ によって未知数の値を求める方法である．また逆算法は，未知数に一連の演算が施された結果が知られている時，その結果から出発して一連の演算の逆演算（例えば加法に対しては減法を，とい

うように)を逆順に施して未知数に到達する方法である．インドでも例えばバースカラ(Bhāskara, b. A. D. 1114/15)が「リーラーヴァティー」(Līlāvatī 48−52, A. D. 1149/50)で両算法を教えている．

矢野道雄編「インド天文学数学集」，朝日出版社，科学の名著1，1980, pp. 228−230.

(7) Bachet de Méziriac, C.-G., Problemes plaisans et delectables, qui se font par les nombres ; Partie recueillis de diuers autheurs, & inuentez de nombres auec leur demonstration. Tres-utiles pour toutes sorte de personnes curieuses, qui se seruent d'arithmetique, Lyon 1612. Quatriéme édition, revue et simplifiée, Paris 1905.

同書の problémes I−VIIIが読心術にあてられている．probléme VIIIが位取りを利用したもの(後述，詩節14の解説参照)であり，他は代数的演算のみによるものである．このうち probléme IIと同じ方法は，15世紀ビザンツのギリシヤ語算術書にも現われる．Hunger und Vogel, op. cit., Aufgabe 44. 位取りによらないものはまた，14世紀初頭ビザンツのギリシヤ語算術書にもいくつか見えている．Vogel, op. cit., Aufgaben 38, 39, 100. 更に，Hunger und Vogel, op. cit., p.94, によれば Beda(672−735)やセビリアの John(ca. A. D. 1135)の書にも見えるというが未確認．Cf. also Vogel, op. cit., p.158. また「リンドパピルス」で通常「アハ問題」に含められる二題(Problems 28, 29)は R. J. Gillings によれば，“think-of-a-number” タイプの問題と解釈できる余地がある．また註(22)，(26)参照．

Gillings, R. J., “The Mathematics of Ancient Egypt,” C. C. Gillispie (ed.) Dictionary of Scientific Biography, vol. 15, New York 1978, p. 699.

(8) Ṭhakkura Pherū, Ratnaparīkṣādisaptagranthasaṃgraha, ed. by Agaracanda and B. Nāhaṭā, Rājasthāna Purātana Granthamālā 44, Jodhpur 1961.

年代に関しては次書 Ṭhakkura Pherū の項参照．

Pingree, D., Census of the Exact Sciences in Sanskrit, series A, vol. 3, Philadelphia 1976.

(9) パーティーの書の典型としては，バースカラ著「リーラーヴァティー」があ

る．註6参照．インド数学のもう一つの分野，ビージャガニタ(種子数学)については，

伊東俊太郎編「中世の数学」，共立出版株式会社，数学の歴史2，1987，第4章第2〜3節．

(10) 筆者はこの「方陣に関する課」の和訳と解説を他所で与えた．「エピステーメー」II，3，朝日出版社，1986年5月．

(11) パタン写本は筆者の Ph. D. 論文の付録として校訂されている．

Hayashi, Takao, The Bakhshālī Manuscript, Ann Arbor : University Microfilms International, 1985, Appendix 6 : HJJM 8894, 〔A 17〕 and 〔A 18〕

(12) パタン写本，HJJM 8894, 〔B.9〕は，詩節13と同内容のことを更に一段と難解な言葉で表現する．そしてサンスクリット註は単に，「これの意味は師の口から(asyārtho gurumukhāt)」知れというだけである．つまり，これらの詩節は読者に何ごとかを説明しようとするものではなく，既に口伝によって学んだものの記憶を助けることを目的としていると思われる．むしろ読者の理解を拒んでいるというべきかもしれない．

(13) 吉田光由「塵劫記」，寛永8年版，塵劫記刊行三百五十年記念顕彰事業実行委員会編，五巻，大阪教育図書，1977，巻下十三葉裏； 寛永20年版，大矢真一校注，岩波文庫，1977，p. 228．

(14) 日本学士院編「明治前日本数学史」第一巻，1954，新訂版，1979，p.164

大矢真一「和算以前」，中公新書577，東京1980，pp. 130−138．

(15) 大矢真一，前掲書，p. 139．

(16) 澤田吾一「日本数学史講話」，1928，p.325．

同書は第二付録として「孫子算経」を含む．

(17) 加藤平左エ門「和算の研究——整数論」，日本学術振興会，1954，p.13．

(18) 加藤，前掲書，p. 6．

(19) 加藤，前掲書，pp.14−32．

藪内清編，「宋元時代の科学技術史」，京都大学人文科学研究所，1967，pp.77−80．

(20) 厳密には不定方程式，$63k_1 = 5t + 1$，を解けばよい．「数書九章」の方法では，これを互除法により解く．

(21) 加藤，前掲書，p. 37．

(22) Boncompagni, B. (ed.), Scritti di Leonardo Pisano, 2 vols., Rome

1857／62. 情報は Vera Sanford, op. cit., p.53による．

(23) 矢野編，前掲書，p.108．ギリシャでは一次不定方程式は余り興味をもたれなかったとみえ，それに関する資料は殆ど残っていない．「ギリシャ詞華集」（註2参照）に収録された2問（Book XIV, 48, 144）は例外的である．にもかかわらず，中国やインドの一次不定方程式論はギリシャからもたらされたとする観念的仮説に関して，B. L. van der Waerden, Geometry and Algebra in Ancient Civilizations, Springer－Verlag 1983, pp.113－134.

(24) 過去の指摘に関して，Needham, J., Science and Civilization in China, vol. 3, Cambridge 1959＝芝原茂他訳「中国の科学と文明」第4巻，東京 1975, pp.158－162；藪内清編「中国中世科学技術史の研究」，角川書店，1963, 126－129

(25) Needham, J., op. cit., vol. 1, Cambridge 1954＝礪波護他訳「中国の科学と文明」第1巻，東京1974, p.123.

(26) Bachet de Méziriac, op. cit., problème VIII．この方法（A_3の場合）もやはりフィボナッチが既に教えているといわれるが筆者は未確認．情報は平山諦，前掲書（註1参照），p.73による．註22参照．フィボナッチは今後の課題としたい．

(27) Sphujidhvaja 著 Yavanajātaka 79, 6cd, は次のように読む．“ṣaṭpañcakāgre dviśate sahasraṃ teṣāṃ yuge binduyutāni ṣaṭ ca.” 直訳すれば，「それらの六五を伴う二百，及び点を伴う六の千がユガにある．」ここで，「点」（bindu＝滴）は零（ゼロ）を表わす．「それら」は，ここでは「日」を指すから，いいかえると，「1ユガには，60, 265日がある」となる．このことは当時既に空位を示す記号（bindu＝点）を具備した十進法位取記数法が存在していたことを物語る．ただしこの詩節の表現の煩雑さから考えて，まだそれはサンスクリット韻文の中に定着していなかったと思われる．因みに同書Yavanajātaka の由来は次の通り．エジプトでA. D. 100頃，或る占星術書（現存しない）がギリシャ語で書かれた．これがA. D. 149／150，インドのウッジャイニー（Ujjayinī，現在のウッジャイン）でサンスクリットに訳された（これも現存しない）．訳者は「ヤヴァナの王」Yavaneśvaraと称されるから，おそらくギリシャ人であろう．しかしこれは散文訳だったため，インド的学術書の体裁を持たせるために，A. D. 269／270，Sphujidhvaja（おそらくギリシャ系）が韻文化した．これが，Yavanajātaka，「ヤヴァナ（＝イオニア＝ギリシャ）の誕生占い」，であり，完全ではないがかなりの部分が現存する．Pingree, D., The Yavanajātaka of Sphujidhvaja, Harvard Orientel Series 48, 2 vols., Cambridge, Mass. 1978.

なお，碑文を証拠にしてインドに於ける十進法位取記数法とゼロの発明年代を7～8世紀または9世紀以降まで押し下げようとする人もいるが，碑文での使用は既にそれが広く社会に認知されていたことを示すだけであって発明年代決定のためには殆ど何の役にも立たないことは，中世ヨーロッパでのインド＝アラビア数字導入期に於けるローマ数字の抵抗を持ち出すまでもなく，現在我々日本人が碑文や公文書でいまだにインド＝アラビア数字を嫌い漢数字を好むことを考えれば充分であろう．世界中どこでも，公文書や碑文はその権威づけのために古い書体や書式を好むものである．従って，インドの碑文にゼロを伴う十進法位取表記が用いられるようになった時には，既にそれが古いもの，広く社会に認知されたものになっていたと思われる．

（昭和61年9月20日受理）

論　說

AN EXPLORATION TO LIU XIN'S VALUE OF π FROM WANG MANG'S MEASURING BRONZE VESSEL

Bai Shangshu　(白 尚恕)
Department of Mathematics
Beijing Normal University
Beijing
People's Republic of China

In order to unity the national measurement, Wang Mang [a], after coming to power late in Western Han [b] Dynasty, appointed Liu Xin [c] in 9 A.D. to make over a hundred sets of measuring bronze vessels which were issued as the national standard.

In the third century, a mathematician Liu Hui [d] mentioned many times in his "Commentary of Nine Chapters in Mathematical Art" as follows: "In the National Armoury of Jin [e] Dynasty, there stored a piece of measuring bronze vessel, Bronze Hu (1) which was made for wang Mang in Western Han Dynasty." It tells us that one of the Wang Mang's measuring bronze vessels Jia [f] Liang Hu, standing for the legal and standard measuring vessel was indeed in the Armory in jin Dynasty. But in 295 A.D., the Armory was burnt down probably the mentioned Jia Liang Hu was lost at that time.

When an astronmer, Li Chunfeng [g], in Tang [h] Dynasty, was writing the chapter on the legal and standard Measuring vessel in his work "History of Sui [i] Dynasty", he actually quoted from the work "History of Han Dynasty". He would not possibly see the real object.

Moreover, in Song [j] Dynasty, Si Maguang [k] said in reply to Fan [l] Zhen:" "So-called Hu in Han Dynasty was actually the Jia Liang Hu which was made by Liu Xin for Wang

(1) It was called jia Liang Hu in the book "History of Han Dynasty", and was also called Bronze Hu by the well-known mathematician Liu Hui, and wang Mang's Hu or simply Hu by some others.

Mang. Even if it might be kept now, it should not be considered as a standard measuring vessel."

The above materials proves that in Tang and Song Dynasty, people did not really know whether Wang Mang's measuring bronze vessels remained or not.

So far we have unearthed several pieces of Wang Mang's measuring bronze vessels remainded or not.

So far we have unearthed several pieces of Wang Mang's measuring broze vessels made by Liu Xin. They are Jia Liang Hu, Round Bottom Bronze sheng [l], Square bottom Bronze Dou [m], Round Bottom Bronze Cuo [n], Round Bottom Bronze Yue [o] and Ping Hu [p] for the grain storehouse in Tuo [p], County.

Jia Liang Hu is shaped as a cylinder with two sides of an attached smaller cylinder each. This cylinder is separated by a partition into two parts. The upper one measures Hu, Sheng and Ge. [r] The lower one, when upturned, measures Dou and Yue. As said in "History of Han Dynasty": "All Yue, Ge, Sheng, Dou and Hu are units of capacity. 2 Yue makes 1 Ge, 10 Ge makes 1 Sheng, and 10 Sheng 1 Dou, 10 Gou 1 Hu. All such five parts make up one perfect measuring vessel.

The size of the Hu: the inner spuare is of 1 Chi [s] spuare, outside are accesses 9 Li [t] 5 Hao [u]. The upper part of this measuring vessel is for Hu, the lower one for Dou, the left for Sheng and the right for Ge and Yue."

Besides general inscription, there were still particular inscription for each of them.

The inscription on Hu reads:

"Legal standard measuring Hu, the inner square is of 1 Chi square, outside are accesses 9 Li 5 hao. The circular base has its area 162 square Cun and the depth is 1 Chi. It makes 1620 cubic Cun [v]. The volume of Hu is defined as 10 Duo".

The inscription on Duo reads:

"Legal standard measuring Duo, the inner square is of 1 Chi square, outside are accesses 9 Li 5 Hao. The circular base has its area 162 square Cun and the depth is Cun. It makes 162 cubic Cun. The volume of Duo is defined as 10 Sheng".

The inscription on Sheng reads:

"Legal standard Sheng, the inner square is of 2 Cun square, outside are accesses 1 Li

9 hao. The circular base has its area 648 square Fen [w] and the depth is 2 Cun 5 Fen. It makes 16,200 cubic Fen. The volume of sheng is defined as 10 Ge."

The inscription Ge reads:

"Legal standard Ge, The inner square is of 1 Cun square, outside are accesses 9 hao. The circular base has its 162 square.Fen and the depth is 1 Cun. It makes 1620 cubic Fen. The volume of Ge is defined as 2 Yue."

The inscription on Yue reads:

"Legal standard yue, the inner square inner square is of 1 Cun square, outside are accesses 9 hao. The circular base has its area 162 square Fen and the depth is 5 Fen. It makes 810 cubic Fen. The volume of yue is defined as a Huang zhong [X] (the smallest unit of volume)".

The inscription on round bronze Sheng reads:

"Legal sheng, inner square is of 2 Cun 2 Fen square, outside are accesses 4 Li 8 Hào. The circular base has its area 8 square Cun 1 Fen and depth 2 Cun. It makes 16,200 cubic Fen. It's volume is defined as 10 Ge. Made on Lunar last day 9 A.D."

The inscription on square bonze Duo reads:

"Legal Duo, inner square is of 6 Cun square and the depth is 4 Cun 5 Fen. It makes 162 cubic cun and is defined as 10 Sheng. Made on Lunar lastday 9 A.D."

The inscription on round bronze Cuo like a laddle reads:

"Legal Cuo, inner square is of 5 Fen square, outside are accesses 4 Hao. The circular base has its area 40 square Fen 5 square Hao and the depth 4 Fen. It makes 162 cubic Fen. The volume is defined as 4 Gui [y] (the smaller unit of volume)". On the handle, the inscription reads:

"Made on Lunar last day 9 .A.D.."

The inscription on the Hu for the grain storehouse in Tuo county reads:

"The bronze Hu, with 58 Jin weight, was made for the grain storehouse in Tuo county in March, 14 A.D. It measures 10 Dou." On the bottom, inscription reads: "Pin Hu for the grain storehouse in Tuo County".

The inscription on the round brone Yue read:

"Legal yue, inner square is of 1 Cun square, outside are accesses 9 Hao. The circular

base has its area 162 square Fen and the depth 5 Fen. It makes 810 cubic Feng. The volume is defined as a Huang Zhong" on the back of the vessel, the inscription is as the same as that on the handle of the Cuo."

Now let's do some necessary explanation on several points mentioned above.

In the Warring states, a book entitled "Artificers' Record" recorded the specification of a kind of measuring vessel: "As a measuring vessel, inner square is of 1 Chi square, outside are accesses. Its depth is 1 Chi. Its volume is defined as 1 Pu [z]" (2).

"Inner square is of 1 Chi square" said in the inscription of one of Wang Mand's measuring vessels was quoted from this book. It suitably means the same as that in the original, namely the circumcircle of a square of 1 Chi. Well, the inscription about Dou, Sheng, Ge, Yue, Round Bottom Cuo and Round Bottom Yue should be interpreted similarly. But according to some mathematicians, "inner square is of 1 Chi square" was interpreted as a circle which completely encloses a square, namely, the four vertices of the squarewere lying in the interior of the circle. I preper not to agree to this view because it differs from what was saying in "Artificers' Record".

As for the words in the inscriptions "outside are accesses "there were many different ways of understang. Zheng Xuan [aa] said in his "Commentary of History of Han Dynzsty" that "outside are accesses" should be understood as "exceeding by". But Yan Shigu [ab] said in his commentary of the same book that "this" should be interpreted as "shrunk".

As A Dictionary of Explanation for Chinese Character's by Xu Shen [ac], it possibly stands for the circumference of the circumcircle.

In my opinion "inner square is 1 Chi square" should be understood as a circumcircle of a square of 1 Chi, then "outside are accesses 9 Li 5 Hao" should be interpreted as a circle and its radins is 9 Li 5 Hao larger than the circumcircle of 1 Chi by 1 Chi.

It was recorded that ancient Chinese mathematicians Liu Hui and Zu Chongzhi had checked the specifications of Ancient Hu. Liu Hui stated them in his "commentary of Nine chapters in Mathematical Art" as follows: "Hu is shaped as a cylinder with volume 156,25

(2) is a kind of measuring vessel in ancient China, and called Ancient Hu by Liu Hui and Zu Chuong Zhi.

Cun^3 which makes 10 Dou. Inner square is of 1 Chi square, outside are accesses 1 li 7 huao. The circular base has its area $156\frac{1}{4}$ square cun. and the depth 1 Chi. It was also recorded in "History of Sui Dynasty" that Zu Chongzhi did the calculation on the specifications of ancient Hu. He found the volume of the Hu to be 1562.5 cubic Cun. Inner square is of 1 Chi square, but the accesses 1 Li 8 Hao shorter, the diameter 1.410472 Chi.

The specifications of another standard measuring vessel in Warring States, was also recorded in "Artificers' Record". It said "The volume is 1562.5 cun^3 and the length of the diameter is about the length of the diagonal of the square (i.e. 14.142 Cun). But if the diameter and depth of a cyliner is 14.142 Cun and 10 Cun respectively, then the volume must be 1570.8 cun^3 which is 8.3 cun^3 larger than that of the Ancient Hu recorded in "Aritificers' Record". Namely, the diameter of Ancient Hu should be a bit shorter than the diagonal of a square of 1 Chi^2. because or this, perhaps, Liu Hui and Zu Chongzhi thought what recorded in Artificers' Record was not accurate enough. So they checked respectively the vessel and worked out how much the diameter should be shorter than that diagonal. Although in Liu Hui's words "shrinking by 1 Li 7 Hao", the original circle, thought of both by Liu Hui and Zu Chongzhi, was exactly the circumcircle of the square. This is the same as that mentioned in the inscriptions of Wang Mang's measuring vessel.

Li Huang [ad], a mathematician in Qing [ae] Dynasty, interpreted in his "Detailed Drawing and Solutions of the Problems in the Nine chapters in Mathematical Art": "accesses means the difference between the diagonal of the square of 1 Chi and the diameter of concentric". But reading the inscriptions word by word, we could not find the concepts of diagonal, diameter, as well as their difference. It seems that it is a forced interpretation. Of course when calculating the concentric circle, we need the terms diagonal and diameter. But we shouldn't confuse the meaning between accesses and the process of calculation. On the other hand, even if what Li Huang said is true, the result of calculation following Li Huang does not coincide with that in the inscription of Hu. As Li Huang understood, the difference between the diagonal and the diameter is 9 Li 5 Hao. Then its half is 4 Li 7 Hao 5 Si [af]. It must leads to a worng conclusion. This shows that Li Huang's interpretation was inappropriate.

From above, we can conclude that "inner square is of 1 Chi square" in the inscription

of Hu is a circumcircle of the square, and that "outside are accesses 9 Li 5 Huao" indicates that the radius of the circle of base is 9 Li 5 Huao larger similarly, understand the inscriptions of the other measuring bronze vessels.

Now following the inscription stated above, we have

$$\pi\left(\frac{10\sqrt{2}+2\times 0.095}{2}\right)^2=162$$

And then doing operation inversely we obtain $\pi=3.1546648\cdots\cdots\cdots$

Finally by rounding off, we get $\pi=3.1547$.

In the modern time, several historians of mathematics, for instance Li yan [ag], Qian Baozong [ah], Li Naiji [ai], Sun zhipu [aj]. and Xu Chunfang [ak], all considered 3.1547 to be the value of π invented by Liu Xin. Afterward, this has been spread widely so that many scholars including overseas believe incorrectly that Liu Xin worked out $\pi=3.1547$. But in fact, having done the same operation following the inscriptions on Ge, Yue, and Round Bottom Yue, we find $\pi=3.1590$. If following the inscription about Round Bottom Sheng, we obtain $\pi=3.1497$. And do the same to Round Bottom Cuo, we then get $\pi=3.1679$. Well, there are four distinct values of π. If Liu Xin hand exactly gotten the value of π, they have been so different. This might be a sideproof that Liu Xin did not get his value of π.

Some scholars affirmed that 3.1547 is the value of π Liu Xin had really gotten. They claimed what caused four values of π so distinct was their own tumbers appeared in accesses which were only worked out in proportion to volumes and then by rounding off. This seems quite reasonable if you wouldn't look at below the surface. In fact, however, these scholars could not tell us how Liu Xin determine the size of the square and how he calculate the area of the area of base. And it is also quite unreasonable to assert that Liu Xin did the calculation in proportion. This is why to say it is unlogical and unbelievable to consiber 3.1547 we noticed which was only got by inverse operation, as Liu Xin's value of π. It doesn't base upon a scientific evidence.

On the other hand, when Liu Xin made the measuring vessels and drew the inscriptions, he actually followed the Ancient Hu which was illustrated in "Artificers' Record". If Liu Xin had gotten his value of π. The inscription of Hu should have been "diameter of base

1 Chi 4 Cun 3 Fen 3 Li 2 Hao large". It seems unnecessary to state it in Liu Xin's way "outside are access."

Besides the above, if such obtained 3.1547 could be understood as Liu Xin's value of π, then from that recorded in "Artificers' Record", one could similarly by inverse operation conclude $\pi = 3.1250$. So from this one can say Artificers' Record has given the first value of π. This is apparently not true.

There is another thing that would be mentioned. It was recorded in "History of Sui Dynasty" written by Li Chunfeng that in ancient time people took 3 for the circumference and 1 for the diameter. It just gave an approximate of π. Although some mathematicians, following Liu Xin for instance Zhang Heng [al], Liu Hui, Wang Fan [am], Pi Yanzong [an], and so forth, worked out their own values of π respectively, they had not made it accurate enough yet". In my opinfon there are three points inappropriate here.

(1) Li Chunfeng shouldn't think of Liu Xin as the first one who got the value of π.

(2) Li Chunfeng shouldn't mention in the same breath the value of π obtained only by inverse operation and the one given by Liu Hui who got π by method of approximate circle.

(3) Li Chunfeng shouldn't lish Pi Yanzong here and neglect He Chengtian [ao].

It is evident that the auther Li Chunfeng,when he dealt with the concerned sections in "History of Sui Dynasty", was standing in the position of Tang Dynasty to understand what the mathematicians in Western Han Dynasty had done, and was mixing the true and the false.

Then as a summary, we prefer to say that we have ourselves now on the way to examine whether Liu Xin got his value of π or not.

This is of significance for us to continue research of history of in Chinese mathematics.

GLOSSARY

[a] 王莽	[b] 西漢	[c] 劉？歆	[d] 劉徽
[e] 晋	[f] 嘉量斛	[g] 李淳風	[h] 唐
[i] 隋	[j] 宋	[k] 司馬光	[l] 范鎮
[l]′ 升	[m] 斗	[n] 撮	[o] 龠

[p] 平斛	[p]′ □濕	[r] 合	[s] 尺
[t] 釐	[u] 毫	[v] 寸	[w] 分
[x] 黄鐘	[y] 圭	[z] 鬴	[aa] 鄭玄
[ab] 顔師古	[ac] 許慎	[ad] 李潢	[ae] 清
[af] 絲	[ag] 李儼	[ah] 銭宝琮	[ai] 励乃驥
[aj] 孫熾甫	[ak] 許蒓舫	[al] 張衡	[am] 王蕃
[an] 皮延宗	[ao] 何承天		

(註)　この論文は昭和62年８月８日～９日に桐生で行なわれた「漢字文化圏と近隣諸国の数学史・数学教育国際シンポジューム (ISHM)」に送ってきた論文である．

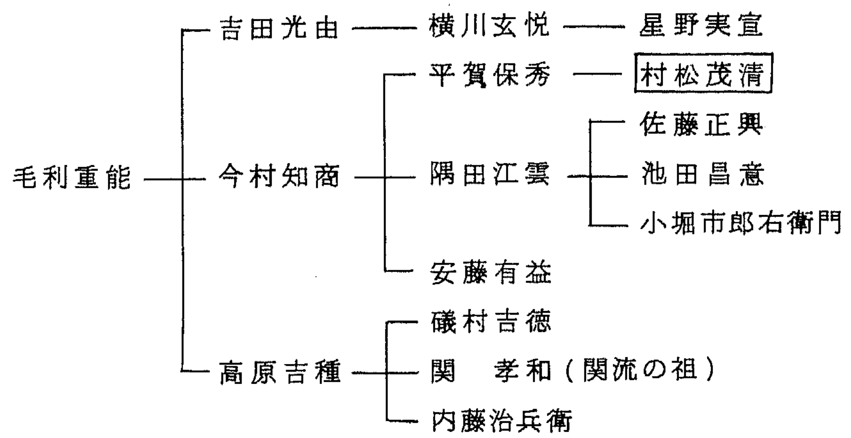
(昭和62年７月23日受理)

論　　説

和算家　村松茂清について

小野崎　紀　男

江戸時代前記に活躍した村松茂清は，『算俎』（5巻，寛文3年刊）を著した和算家として有名であるが，詳しいことはわかっていない．



その大きな原因は，養子秀直と孫の高直が赤穂四十七士に加わって切腹して家が絶えてしまったこと，さらに関流和算が流布してそれ以前のいわゆる古流派は陰にかくれてしまったことにある．もちろん年月（今から300年近く）が経てしまっていることも原因の一つである．

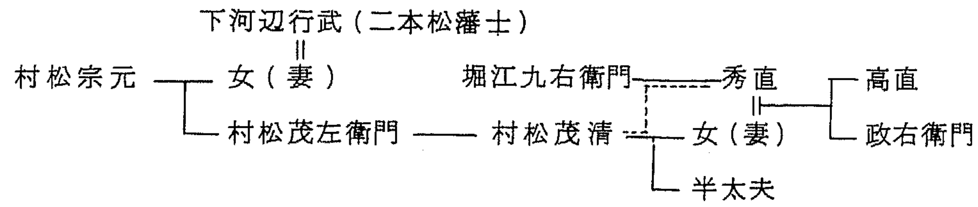
村松茂清については，『大日本数学史』（遠藤利貞），『林鶴一博士和算研究集録』（林鶴一），『明治前日本数学史』（日本学士院）などに記されているが，不明なところが多くある．要約すると，常州那珂郡村松村（現在の東海村）の出身で，九太夫と称し，和算を平賀保秀（佐倉藩士，のち水戸藩士）に学び，佐倉藩堀田家（前の堀田という）とのちに浅野家（笠間藩，赤穂藩）に仕えたという．これがもとになって，彼が茨城県に関係ある和算家とされてきた．

しかし，現在までわかっている記録・調査を整理・検討してみたが，どうも茨城に関係なさそうである．この期を利用して皆様のお知恵を拝借し，また新しい資料などの発見・情報をお教えいただきたい．

(1)　『林鶴一博士和算研究集録』によれば，「村松茂清は，九太夫と称し平賀

保秀の門人なり，村松と水戸との関係を明らかにせず，（那珂郡村松村の出身か）後ち播磨赤穂藩主浅野内匠頭長矩又はその先代長友に仕ふ．赤穂の浅野家は，元和8年真壁城主浅野長重に笠間を加賜され，寛永17年笠間城成りてこれに移り，後に正保元年赤穂に移される．されば村松はもと笠間に居たるならん．（中略）村松茂清は寿を以て終わる」また，『明治前日本数学史』（日本学士院）には，「浅野家は常陸笠間より赤穂に移封されたのであるから，茂清は笠間に居た頃に水戸の平賀保秀に学んだのであろう」と記されていて，矛盾する点がある．

(2)　『赤穂義士事典』（赤穂義士顕彰会），『福島県史』（福島県）によって，村松家の系図を作成してみると，



祖父である村松宗元は，九右衛門と称して細川家に仕えていた．父茂左衛門は駿河大納言に仕えて，村松茂清は，九太夫と称して堀田家（佐倉藩）のちに浅野内匠頭に仕え，加茂宮次兵衛の娘を娶り一男一女があった．長男は半太夫といって町人となり，長女を養子である喜兵衛秀直の妻とした．また伯母（叔母か）が二本松藩士の下河辺家に嫁いだことも判明した．

(3)　生年・没年については，『赤穂義士事典』の親類書に「（養父は）八年巳前死去仕候」とあるによって，元禄8年（1695）に没したことになる．（ただし，この親類書が元禄15年に書かれたものであれば1年早くなる）また，『林鶴一博士和算研究集録』に「寿を以て終る」とあるから，77才（喜寿）とみれば，元和5年（1619）生れ，元禄8年77才で没したことになる．（米寿（88才)では長生きすぎるし，合わない点がある）

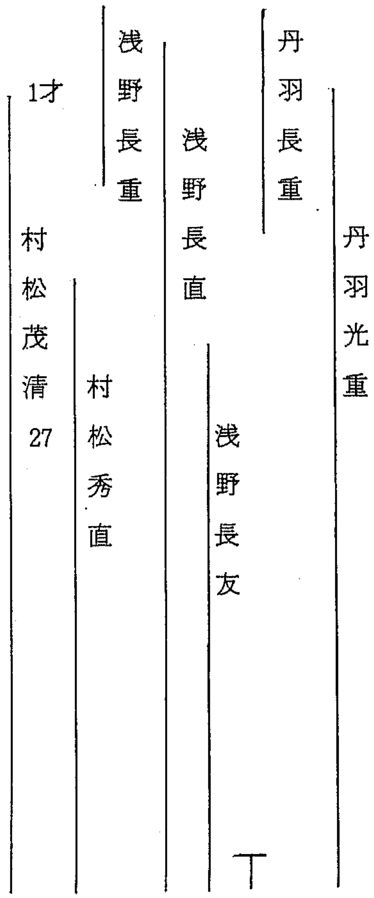
(4)　出身地については，「那珂郡村松村（東海村）であろう」とされてきたが，祖父・父の仕官場所から考えて，熊本，駿河または江戸にて生れたのであろうし，村松という姓氏も西日本（中部・九州）で生じたものといえる．現在の東海村にある有名な虚空尊の村松山は，伊勢の度会系統であろうし，（現在職は原氏），中世の豪族佐竹氏の家臣にも村松姓はなく，現在の電話帳にも村松姓はみえない．（その土地で発生した姓氏であれば，分家か何かで，よほどのことがない限り，

その姓氏が残っているものである）また，水戸藩に仕えていた村松氏があったが，やはり駿河出身であった．

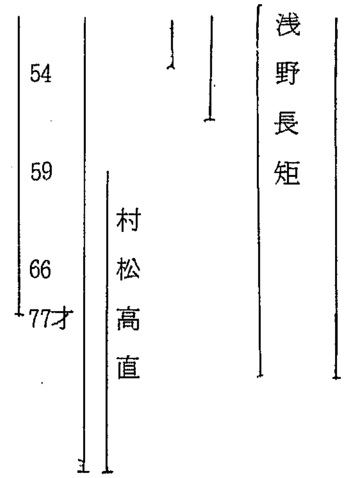
(5) もう一つ茨城県に関係があるという理由に，村松茂清が笠間に居たということであるが，これも矛盾がある．彼は浅野内匠頭に仕えたことは事実であるが，いつどの藩主に仕えたかが問題になる．正保2年（1645）浅野内匠頭長直は，常州笠間から播州赤穂に移封しており，万治3年（1660）佐倉藩堀田家は改易となって，平賀保秀らは浪人の身となった．（平賀は翌年水戸藩に仕えた）．つまり平賀，村松が浪人となったときは，浅野長直は笠間に居らず，赤穂藩主となってすでに15年目であった．したがって村松茂清が仕えたのは，赤穂藩士の浅野内匠頭長直であって，村松と笠間とは関係がないのである．（赤穂藩主は，浅野長直・長友・長矩と続いたが，長友は釆女正といって内匠頭とは言わなかったし，長矩が内匠頭となるまで村松は浪人生活ではあり得ない）

(6) これまでのことを年代順に記してみると，

慶長15年（1610）浅野長直生る
元和5年（1619）村松茂清生る
元和8年（1622）浅野長重笠間城主となる
寛永9年（1632）浅野長重没（45）長直つぐ
寛永14年（1637）丹羽長重没（67）光重つぐ
寛永19年（1642）養子村松秀直生る
寛永20年（1643）浅野長友生る
正保2年（1645）浅野長直，笠間から赤穂へ移封
万治元年（1658）礒村吉徳二本松藩に仕える
万治2年（1659）『算法闕疑抄』（礒村吉徳）刊
万治3年（1660）佐倉藩堀田家改易となり平賀保秀，村松茂清ら浪人，『算法闕疑抄』再刊
寛文元年（1661）平賀保秀水戸藩に仕える『算法闕疑抄』第三版（その後たびたび）
寛文3年（1663）村松茂清『算組』刊
寛文7年（1667）浅野長矩生る



寛文11年（1671）浅野長直隠居し，長友つぐ
寛文12年（1672）浅野長直没（63）
延宝3年（1675）浅野長友没（33）長矩つぐ
延宝5年（1677）孫村松高直生る
天和3年（1683）師匠の平賀保秀没す
貞享元年（1684）『算組』再刊
元禄8年（1695）村松茂清没（77）
元禄14年（1701）浅野長矩切腹（35）
元禄16年（1703）養子村松秀直（62）孫高直（27）切腹
宝永7年（1710）礒村吉徳没（70余）



(7) したがって，村松茂清は，元和5年村松茂左衛門の長男として，熊本か駿河で生れた．堀田正盛が寛永12年川越藩主となってのち信州松本藩そして佐倉藩主（11万石）になるまでか佐倉に定着した後かに，彼は仕えたと考えられる．また彼の和算の師匠である平賀保秀も和算を今井知商に学び，堀田正盛が川越藩から佐倉藩に定着するまでまたは定着後に仕えて，同藩士で平賀と村松という師弟関係が出来た．（堀田正盛が佐倉藩主となった寛永19年は村松24才である）．ほどなく妻（加茂宮次兵衛の娘）を得て，一男一女をもうけて幸福な日々を送った．しかし，万治3年堀田正盛の子藩主正信が，幕府に無断で佐倉に帰城するという幕府違反により除封され，藩士である平賀保秀・村松茂清らは浪人の身となってしまった．浪人となった佐倉藩士たちは，他藩に仕えたり，町人となったりしたが，師匠である平賀保秀は水戸藩に仕えることができた（水戸藩では上水道・治水工事などのため，測量・施工など技術者を必要としていた）けれど，村松は招かれなかった（村松42才）．彼は家族4人で生活も苦しく，伯母の嫁ぎ先である二本松藩士の下河辺家をたよった．浪人の身となって3年間，彼は学んだ和算を整理して『算組』（5巻）を著わした．礒村吉徳（二本松藩士，和算家）とも親しくなり学問的交流もできたであろうが，礒村という大家がいることもあって，二本松藩には仕えなかった（できなかった）．そのかわりというか，二本松藩主丹羽光重の姉が，赤穂藩主浅野長直に嫁いでいることもあって，赤穂藩へ推挙され，寛文3年（村松45才）『算組』を板行し（礒村著『算法闕疑抄』寛文元年板と同じ，江戸本町の西村又右衛門板行），それを土産に赤穂藩へ仕えた．（長男の半

太夫は，仕官せず町人となる）赤穂に仕官する前か，間もなくか喜兵衛秀直を養子として娘を嫁がせて，延宝5年孫（高直）が生れた（茂清59才）．66才の貞享元年には京都寺町の梅村三郎兵衛書肆より『算俎』を再板行して，元祿8年寿を以て没した．その8年後，赤穂に事件がおこり子孫が切腹して絶えてしまった．

村松茂清の著書である『算俎』の内容は，『明治前日本数学史』などに詳しいので略したが，彼について調べるほどに茨城県に関係が薄くなってきて茨城人である私にはさびしい感じがする．しかし読者の御批評と御協力を仰ぎたく公にした．

1. 堀田家（前の堀田），赤穂浅野家の記録，家臣譜などの資料より村松茂清の詳しい記録がえられるであろう．
2. 村松茂清の墓石，埋葬された寺・過去帳を見つけることも調査を続けなければならない．（赤穂か東京と思う）

参照文献

1. 増修日本数学史　故遠藤利貞著　恒星社厚生閣，昭和35年刊
2. 明治前日本数学史，第1巻，日本学士院，岩波書店，昭和29年刊
3. 林鶴一博士和算研究集録　下巻　林博士遺著刊行会　東京開成館　昭和12年刊
4. 増訂赤穂義士事典　赤穂義士顕彰会，新人物往来社　昭和58年刊
5. 福島県史　第3巻近世2　福島県編・刊　昭和45年刊

（昭和62年1月19日受理）

論　説

関流宗統と荒木村英

平　山　　諦

1. 私の主張

関を流祖とし，荒木を初伝，松永を第二伝とする関流宗統は次のようである．

関孝和──荒木村英──松永良弼──山路主住──安島直円──日下誠──内田五観──川北朝鄰

このうち第三伝山路主住までは山路の制定したものであるが，その根拠は薄弱である．昭和53年3月に名古屋科学館に展示された一巻の免許状は山田悦郎氏の複写によって見ることができた．この免許状とその他の新発見の資料によって，私は松永までは，

関孝和──建部賢弘──松永良弼

とするのが合理的である，ことを主張したい．松永と山路の授受については別に意見を述べたい．次にこれを詳しく述べる．

2. 関流統宗

明治40年（1907）『関流算法七部書』が出版されたとき，林鶴一は関流宗統の五段階の免許──見題，隠題，伏題，別伝，印可──の全文を発表した．また翌41年の本朝数学通俗講演で上記の系図を述べている．（『林鶴一和算研究集録』下巻231−255頁）

爾来，宗統の位については何人も疑う人はなかったが，三上義夫は『史学』第10（昭和6年1931）に「関流数学の免許段階の制定と変遷」を発表した．その要旨を取り入れたものが『明治前日本数学史』巻三307〜323頁の第1節関流の免許目録である．その終りの方に次のように結んでいる．

「上述の文献からすれば，孝和の時代あるいは，その直後においては，算法許状と算法印可状との二種があったのを，これらを編成しかえて，見題，隠題，伏題の三免許状と印可許状とし，さらに別伝免許を加えて五段階にしたのは松永良弼或は山路主住，或は両者の合議によって生れたもので，別伝免許だけは確かに山路主住の手になったものであろうと思われる」

上述の文献とあるは，主として次の三つを指している．

(1)　五段階の免許状

(2) 関孝和が宮地に授けた免許状

(3) 水戸彰考館の免許状

彰考館の二通の免許状――算法許状と算法印可とには次の連名がある．

関孝和―建部賢弘―今井兼庭―本多理明

最後の本多理明は本田利明のことであろう．算法許状の文章と項目は大体(2)関が宮地に授けた免許状と同じであるから，関から宮地と建部に免許状を発せられたことは確かである．しかるに，五段階の免許状には関から荒木に発せられたようにあるが，この根拠を三上義夫も『明治前』も示さない．三上は積極的に新説を打ち立てる根拠を持たなかったようである．また五段階免許の項目をみると，松永の重要な業績，円理に関する項目が余りにも少い．強いて言えば，別伝免許の終りの太陰率ぐらいなものである．これに対抗するためか，印可免許の終りに大陽率の項目がある．これは何んのことかわからない．山路の見識の低さを示めすように思われる．私は五段階の免許の制定には松永は深く関与したとは思わない．免許状制定した頃の山路のことは後に述べることにする．

(4) 名古屋科学館の免許状

われわれは昭和53年にこの免許状が科学館に展示されたことを知った．この全文は『増修日本数学史』（昭和56年増補版）横組171頁に掲げておいたが，巻末の連名は次のようである．

関孝和―荒木村英―寺内良弼―西塚重勝―葛谷直順―真木明雅―斉藤信芳

この免許状は代々伝わって，天明4年（1784）12月に斉藤が書き替えて岩瀬久米吉に与えたものである．（伊勢神宮に奉納した暦算書の奥書と比較して斉藤の筆跡なることがわかる）

3. 免許状の比較

これで根本的の資料(1)～(4)を得たから，これを比較する前に，科学館の免許状の実態を明らかにしたい．

まず，この免許状の文書は松永良弼が『括要算法』の出版（1712）後から享保元年（1716）の間に書いたものである．文中に「江戸住人関氏自由亭先生」とあるが，自由亭なる号は『括要算法』巻三の巻頭に「関氏孝和自由亭先生遺編，荒木村英検閲，大高由昌校訂」とあるのが初見である．寺内姓を松永と改めたのは享保元年の末であった．

その頃，寺内良弼は20歳を出たばかりで，塾を開いて生計を立てていた．己の権威のために『括要算法』の記述に倣って，荒木の師を関孝和と書いたものであるまいか．

私は『関孝和』（昭和34年出版）に『荒木先生茶談』の全文を載せ，荒木の師を関としたことは頭注の書き入れであって「荒木村英が関孝和の弟子であることは，ほかに資料がある」と付記した．この「ほかの資料」と言うのは上記の『括要算法』である．しかるに『括要算法』の出版の経緯について重大な資料を発見した．次にこれを記す．

4. 建部賢弘の言

田中延佳氏蔵書の『算学雑談集』に久津間清裕が建部賢弘に会ったときの談話を伝えている．（『増修日本数学史』昭和56年第二版横組167頁に全文あり）その一項目に，

「一，括要算法，荒木彦四郎出す．建部より年増たると見へる．建部は古今の独夫，故人を頼，予謁見す．諸談経て後，荒木が事を尋る処，彼れは算術何んにも不知者の処，関新助之後室へたより括要を借り出し板行に致し，自分の名を揚たがる不埒者之由，咄承る」

とある，荒木は関孝和の未亡人から『括要算法』の原稿を借り出して出版した．荒木は算術は知らん人で，自分の名を揚げるための出版である．私は『関孝和全集』を出版した時，松永良弼，中根元圭，藤田貞資らの『括要算法』の訂正百数十個を記入した．同書の跋文の「原孝和先生之説」の7字を松永は「委序先生之遺録」と訂正したるに対し，中根元圭はこれを評して「中根元圭曰，如自所作甚驕可改」と書き加えている．

私は本誌111号に「建部賢弘」なる項目を設け，関孝和が没する前後の様子を明らかにした．重複するきらいはあるが，その領要を述べておく．

建部賢弘は甲府宰相綱豊に仕えて納戸番をつとめていたが，宝永元年十二月には綱豊が五代将軍綱吉の世子となって西之丸に入るや，賢弘もまた幕府の士となり，翌宝永四年には賢弘は大納戸番（側近）に補せられた．その翌年の宝永五年十月に関孝和は没したのであった．宝永六年1709五月に綱豊は名を家宣と改めて六代将軍となったが，間もなく正徳二年1712十月に没した．正徳二年正月に括要算法は出版されたのであった．

この間，賢弘は家宣の側近として「常に君の御側に侯して所作進退悉く賢慮に

叶いければ」と建部氏伝記は伝えている．（明治前日本数学史巻二268頁）こういうわけであるから，括要算法は荒木が勝手に出版した，と言う建部の言を信ぜざるを得ない．建部は出版の仕事に手を貸す余裕はなかったであろう．

5. 荒木村英と言う人物

荒木のことは『明治前日本数学史』巻二20，21頁に述べられただけである．彼には一冊の著書もない．当時江戸で算法指南した四人のうちの一人に荒木の名が見える．正徳5年(1715)に荒木は田中市之進に規矩元法長験の免許を授けたが，これは清水流の規矩元法と同じであること，などが述べてある．現に荒木村英著の名で伝わっている『奇角諸数演段』『奇角平角中径演段』（共に東京大学蔵，前者は『係面演段』とも言う）などは建部賢弘の『大成算経』中の角術の一部に過ぎない．

更に不思議なことには『増修日本数学史』には約30個所に荒木の名が見えるが，それに対する三上義夫の頭注は極めて少い．三上は重要なことの出典のわからないときは，いちいち「出典不明」と頭注する習慣であった．そのうち主なるものを挙げてみよう．

190頁，「荒木村英，関氏の宗統を得て大いに伝書を理す」とあるが，宗統の位を得た根拠は知られない．

198頁，「宝永6年大高由昌，関孝和の遺稿を師荒木村を承けて，一書を著わして題して括要算法と曰う」事実にあらざること上記のようである．

207頁，「村英に荒木演段，奇累角，奇角角中径平中径演段，係面中濶演段等，僅かに伝うるのみ」と．同じ書名の著書はまだ管見に見らないが，『大成算経』の角術と同じか．

222頁，「村英は享保3年7月15日卒す．行年七十有九」と．このことは全く根拠を見出せない．遠藤利貞の旧著『大日本数学史』には荒木の生没年はない．大正7年に三上が編集したときに入ったものと思う．

259，260頁　「良弼，村英没後（享保元文年間）三題免許の外，更に二免許階級を立つ」「村英年すでに高し」と．この記事は享保20年の条にある．村英の健在を思わせる．前に村英は享保3年に没したとある．矛盾する．

山路主住の高弟藤田定資の言として「荒木彦四郎は後に浪人と為る．その居所を知らず」とある．（『明治前』巻二21頁）

荒木村英の生没年は編纂のとき何んらかの混乱を起した疑いが強い．林鶴一の

荒木に関する記述は遠藤のそれを祖述しているから，述べる必要はないが，晩年，林は「荒木には切支丹の疑いがある」と私に語られた．その後同じことを東北大学教授村岡典嗣からも聞いた．村岡は切支丹関係でも博学の人である．未だにその出典を明らかにしない．

242，251，259，271頁，「円理の進歩唯り荒木村英一派に秘するのは何の意ぞ」「建部賢弘，関孝和の門に在って荒木村英と並びて室奥に入り」「賢弘は村英と並びて関氏の高弟なり」「老成荒木村英と並び称せられる」と．これらの言葉はみな根拠を見出すことができない．

282頁，「藤田定資曰く，円の極数もまた松永良弼に始まれりと，この言過まれり」として，遠藤は誤りを犯したことになる．わが国の定積分の萌芽は松永である．『明治前日本数学史』巻二496頁参照．

『増修日本数学史』にはこのほかにも荒木村英については出典不明の記事があるが，これらは同書の汚点とも言うべきである．是正してよろしく歴史の使命を果すべきである．

5. 山路主住

山路主住(1704～1772)のことは本誌95号(1982)で述べたが，山路の師弟関係は『明治前日本数学史』巻三6頁山路君樹先生茶談(13)によると一層よくわかる．但し，文中「日向」は「岩城平」の誤りなるべし．久留島が内藤正樹侯の移封に伴われて日向に行ったのは延享4年である．すでに松永は延享元年に没していた．『明治前』巻三77頁によると中根元圭は享保6年と享保12年の二回京都から江戸表に出たことになる．

さて『山路君樹先生茶談』によると，山路は「始め中根先生に算法を学ぶ」とあるから，中根元圭が享保6年に江戸表に出て数年以内に山路は中根に師事したことになる．しばらくして中根は京都に帰えったから，山路は中根のすすめで久留島義太に師事することになった．しかるに久留島は内藤正樹侯に召し抱えられ享保14年（正式の召し抱えはその翌年）に岩城平に赴いたから，山路は久留島のすすめで松永良弼に師事することになった．

しばらくして，松永良弼も久留島義太の推薦で享保17年1732年一二月に内藤侯に召し抱えられ，江戸詰となった．しかし，松永の業績を調べると，元文元年1736までは暦術の仕事が主で，数学は左程進歩しなかった．その頃，八代将軍吉宗は改暦を政策の根本としたから，内藤侯もこれに従い，松永に暦術の研究を

させたことは推察に難くない．松永は天経或問と西川正休の説を激げしく非難し，建部の授時暦研究を支持した．その間，建部家から西洋の書物その他が内藤家に届けられた．松永も建部に会っている．建部の円理の研究も伝えられたことは勿論である．

果して，元文３年１７３８にはじめて松永は円理に関係する『太陰率』を著わし，翌元文４年には『方円算経』を著わした．この二書と元文元年の『割円十分標』にはじめて建部の円理の研究の影響が見られた．かくして元文４年１７３９には建部は没し，松永も延享元年１７４４には５０歳を出たばかりの短い生涯を閉じた．

それ故，松永が建部の影響を受けたのは享保２０年頃から約１０年間に過ぎない．しかし，建部の円理を最も成長させたのは松永であった．この意味で私は，松永は建部の一番弟子であると思う．

山路主住は建部には会っていない．山路は享保１４年１７２９から松永に師事したことになっているが，その実態は不明である．山路主住の業績（明治前日本数学史巻三１６３～１６６頁）を見ると，松永の円理に関するものは殆んどない．主なる業績は『大成算経』の角術に関する和解である．山路は建部のこの書も松永から手に入れたに違いない．

松永が内藤侯に仕えてからは天文暦術数学の研究を専ばらにした．一人の弟子もなかった．山路とは細い繋がりがあっただけであるが，このほかには弟子がなかったから，山路は一番弟子を名乗ったことは当然である．

6. 誤解の根源

以上，長々と荒木村英と松永良弼のことを述べて来たが，誤解を後世に伝えたくないためである．三上義夫が昭和のはじめに，関流宗統の検討をした．それから５０年後に，われわれは初めて新しい資料を手にすることができた．

昭和４９年『関孝和全集』を出版したときに新しい資料を二つ世に送った．『関訂書』と「括要算法の松永良弼の訂正」である．前者は関孝和の業績に対する重大な訂正となった．後者の，

(1)　「括要算法の松永良弼の訂正」

について次の(2)(3)と共に大切な資料である．

(2)　『算学雑談集』の建部賢弘の談話

(3)　名古屋科学館展示の免許状

若しこの三つが三上義夫の知る所となっていたなら，私と同じ結論を出すに違いないと信じている．

(1)と(2)によって『括要算法』は，建部賢弘が六代将軍家宣の側近として多忙な隙に，荒木村英が関孝和の未亡人から原稿を借り出して，勝手に出版したことは明らかである．

特に，『括要算法』巻三の巻頭に，

関氏孝和自由亭先生遺編，荒木村英検閲，大高由昌校訂

とあるのは，禍の根源である．慎重な孝和が自由亭と言う如何にも下品な言葉を号としたとは考えられない．荒木の仕業に違いない．検閲とは何事か．えらい人が調べる意味である．弟子が師の本を出板するときは校正とか校訂の言葉を使うのが普通である．

(3)の名古屋の免許状の連名は，

関孝和――荒木村英――松永良弼

とある．この免許状は関からも，荒木からも発せられたものでない．松永が作ったことは免許状の文章で明らかである．松永は荒木に師事したが，荒木が関に師事したと言う客観的証拠は伝わらない．松永も『括要算法』によって，荒木の師を関としたに違いない．

私はかく判断して，

関孝和――建部賢弘――松永良弼

を関流宗統としたい．

山路の制定した五段階の免許状の見題免許状の文章は関孝和の発した免許状と同じ文章である．これは関が宮地新五郎に授与した免許状から得たものであろう．この免許状は藤田貞資の家に伝わったものが，子孫から寄贈されて現に日本学士院の所蔵する所である．

私は決して，三上義夫の学説を非謗するものではない．最近，和算研究が全国に拡まり，新たに発見した資料によって訂正したまでである．全国の和算研究家に深く感謝している．

（昭和６１年１２月１７日受理）

〔追記〕この原稿を送った後，平山諦，内藤淳編『松永良弼』が出版された．参照されたい．

論　説

古代の令の注釈書にみえる“綴術”について

小　林　龍　彦

奈良時代から平安時代のわが国に祖沖之の“綴術”が存在していたことはよく知られている．最近筆者がわが国の古代数学史研究に係わる基本資料について調査してみたところ“綴術”について若干の見解が得られたので以下に報告する．

1．大矢真一氏の『和算以前』（中央公論社，１９８０）をみると祖沖之の著といわれる“綴術”についてつぎのように述べている（同書 p.５７）．

“『令集解』には『綴術』について「釈して云う．五巻・相氏なり．古記別つなし」とある．「相氏」とは相某の著ということで，祖沖之の著とは別の書とも考えられる．このへんのところ，いま考え及ばない．”

大矢氏の言う『令集解』とは，明法博士惟宗直本が貞観年間（８５９～８７６）に養老令（７１８年編纂，　７５７年施行）に対して注釈を加えたもので，清原夏野が撰じた『令義解』（天長１０：８３３年）とならんで，わが国の令制研究に欠くことのできない文献である．

いま問題とする“綴術”を含めて古代の数学書を『新訂増補国史大系（普及版）』（吉川弘文館，１９７４）からみることにする．

『令義解』学令十一

凡算経，孫子，五曹，九章，海島，六章，綴術，三開重差，周髀，九司，各為一経，学生分経習業

『令集解』巻十五学令十一

凡算経．孫子．釈云．一巻．即人名也古記云．一巻．即人名也今選三巻　五曹．釈云．一巻．即人名也．古記云．一巻．即人名也今選五巻．

九章．釈云．九巻．徐氏祖仲．種々計筭也．古記无別．　海島．釈云．一巻．徐氏祖仲．海島計筭也．古記无別．　六章．釈云．六巻．高氏也．古記无別．

綴術．釈云．五巻．相氏也．古記无別．　三開重差．釈云．三巻．高氏也．古記无別．　周髀．釈云．一巻．古記云．一巻．今選二巻．天地高計也．

九司．釈云．一巻九司．古記云．一巻九司事雑計也．

両者を比較すると明らかな違いがある．『令集解』には著者，巻数，そして内容も記してある．問題とする“綴術”は，『令義解』には付記がなく，他方の

『令集解』に“綴術．釈云．五巻．相氏也．古記无別．”とあって貞観年間に“相氏，五巻”とする“綴術”があったことを示している．

また，寛平年間（８８９～８９７），宇多天皇の命によって藤原佐世が当時わが国に存在していた漢籍書について調査し記録したものが『日本国見在書目録』（『続群書類従』第８８４雑部３４，平文社，1979）として残っている．これの“卅五曆数家”の項（同書 pp.４３～４４）をみると“綴術六”としてある．これは“綴術　六巻”と理解してよいであろう．

上記『日本国見在書目録』に注稿を加えたのが江戸時代の考証家として著名な狩谷棭齋である．狩谷の『日本見在書目証注稿』（『覆刻日本古典全集』，現代思潮社，１９７８）は，『明治前日本数学史』（新訂版，１９７９）第１巻によればあまり評価されてはいないが（同書，p.１４７），今狩谷の書から“綴術”について調べてみると（同書，pp.１９３～１９４）

綴術六巻

隋志　綴術六巻

旧唐志　綴術五巻 祖沖之撰 李淳風注

新唐志　釈祖沖之綴術五巻

としてある．狩谷は中国史書を調査して上記のような証注を加えたのである．『令集解』と『日本国見在書目録』がそれぞれ“綴術五巻”，“綴術六巻”としてあることと狩谷の調査からして，10世紀後半のわが国には五巻，もしくは六巻の“綴術”が存在していたことになる．

2．『令集解』は“綴術”の著者を相氏と書いている．先の大矢氏の記述はおそらく『新訂増補国史大系（普及版）』からこれを引用したものと思われる．ところが『古事類苑』（文学３，吉川弘文館，１９７９）文学四十一算術に載る『令集解』をみると（同書，p.５５２）

“綴術，釈云，五巻，祖氏也，古記无別”

となっており，ここでは祖氏としてある．これは明らかに『新訂増補国史大系（普及版）』の記録と異なる．また，『明治前日本数学史』はその第１巻で『令集解』を資料として使用しているが肝心の“綴術”についてはもれている（同書，p.147）．何故かその理由はわからない．よって相氏であるか祖氏であるかは『令集解』の原本をみなければ解決しないと思われる．

ところで，『令集解』にあらわれた著者についての書き方をみると，“九章…徐氏祖仲…”，“海島…徐氏祖仲…”とするものと，“六章…高氏…”，“三開重差…高氏…”とするものがある．“綴術”は“相氏”とあるから後者の方に属する．その後者に属する二冊の数学書は『三国史記』（朝鮮史学会編，国書刊行会，1974）巻第三十八雑志第七職官上に（同書，p.396）“綴経，三開，九章，六章教授之”とあることから，古代の朝鮮数学者の手になるものと考えられている．これについて『明治前日本数学史』第1巻では，高氏を高麗系の数学者ではないかと想像されている（同書，p.149）．また新羅系の数学者と考える研究者もいるようである．このことについて金容雲氏は著書『韓国数学史』（槇書店，1978）において次の様に述べている（同書，p.48）．これらは“中国の算書を百済人の手で再編輯したものであり，それが日本と新羅の二方面に伝達されたものと思われる”．古代の日本と百済の結びつきが非常に強いことを考えると十分に信頼できる意見である．『令集解』の相氏とする記述が正しいものとし，金氏の説に従えば高氏も相氏も共に百済人数学者と考えられ得よう．

3．なお，狩谷の『日本見在書目証注稿』は“九章”と“海島”について以下の様に記している．

九章九巻 劉徽注

　隋志　九章算術十巻 劉徽撰

九章九巻 徐氏撰

　隋志　九章算術二巻 徐岳甄鸞重述・九章算経二十九巻 徐岳甄鸞等撰・九章算経二巻 注岳注（ママ）

　旧唐志　九章算経一巻 徐岳撰

　新唐志　徐岳九章算術九巻

九章図一巻

　隋志・旧唐志　九章重差図一巻 劉徽撰

海島二巻

　旧唐志　海島算経一巻 劉徽撰

　新徽（ママ）志　劉徽海島算経一巻

これからして『明治前日本数学史』第1巻が心配していた徐氏とは（同書，p.147）徐岳甄と考えてよいであろう．

付記・筆者は1986年8月群馬県和算研究会訪中団の一員として中国科学院自然科学史研究所を訪ずれ，“In Relation to Chiu−Chang Suan−Shu and Kiku−Bunto−Shu”と題する研究発表をおこなった．また，その後の懇親会において同所副研究員郭書春氏と“九章算術”や日本の古代の数学書について意見を交換する機会をもった．本稿はこれらの意見交換をふまえたその後の調査結果の一部である．

（昭和62年3月18日受理）

資　　料

梅文鼎故里考察散記

劉　鈍*・川原秀城

梅文鼎(1633〜1721)は，字を定九，号を勿庵といい，清初，“暦算第一名家”[1]あるいは“国朝算学第一”[2]などと目された，民間の天文学・数学者である．宣城(今の安徽省宣城県)を本貫(原籍)とする．年27にして暦算の学に志し，爾来60年，畢生の精力を一芸に傾けた．著書八十余種を残し，前人のいまだ発せざるところを発すという．著書は死後，『暦算全書』(1723)や『梅氏叢書輯要』(1759)に纒られている．

梅氏の遠祖は隋代まで遡ることができ，北宋になって二支に分れた．一支は宣城の九渓河に住み，北宋の詩人の梅堯臣がもっとも著名である．別の一支は宣城の柏梘山の山口に住まい，明末に梅守徳など多くの名士を出した．梅文鼎の家庭は後支の望族に属し，文鼎のほかにも，弟の文鼐と文鼏・子の以燕・孫の瑴成・曽孫の鈖と鈁など，高名な暦算学者を輩出している．

中国数学会と中国科学技術史学会は合同で1988年10月，宣城において梅文鼎にかんする国際学術討論会を開催しようと企画し，その準備委員10余名が1986年6月末から7月初めにかけて宣城に集い，一連の具体的な問題について協議した．われわれ両名はその際，劉は準備委員の一人として，川原はオブザーバーとして会議に参加し，同時にこの機会を利用して，最近発見されかつ開放された梅氏墓地ならびに故居にたいして，いささかの実地調査を敢行した．以下に記すのが，その報告である”．

1.

7月1日，われわれは車を駆って，県城東南約30キロの地点にある楊林郷柏梘村小管村に向った[4]．目的は梅文鼎の墓地の参観である．一代大師の墓は当地のいわゆる梅家沖―― 梅家の山田中にひっそりとあった．

同墓はほぼ円形を呈し，直径約20メートル，高さ約2.5メートルからなる．背面は梅氏の祖居たる柏梘山の山口によっている．正面前方の拝台(祭品を供える石台)はかすかに認めうるものの，墓道や石翁仲(墓を守る石像)はすでになく，全体としては草むした盛土としか見えない．同墓はかつて盗掘を蒙ったともいう．

* 中国科学院，自然科学史研究所，数学史小組

だが，梅文鼎は一生布衣として過ごしながら，その墓前に石翁仲などが設けられた点にはやはり，注意を払わねばならない．この破格の処置は直接には彼の死にあたって，康熙帝が地方官に特命して“その喪を経紀”させたことによるであろうが，時の皇帝が文鼎をいかに尊重したかを如実に示しているからである．

墓地の東南にはハス池があり，東北には小丘がみえる．当地の人がその小丘を“独山”と呼んでおり，この点も文献の記載にひとしい[5]．案内をしていただいた県文化局の徐之由氏の説明によれば，当地の人は誰もが同墓の墓主を“定九公”と認めており，また，80余歳の梅姓の中医(漢方医)が，毎年清明節になると，数十里をいとわず墓参にここを訪れているとのことであった．時間の関係上，残念ながら，この梅文鼎の直系の子孫を訪問することはできなかった．

2.

小管村の近くで，文鼎にかんする石碑の残片二片が発見されたと聞き，われわれはその保管場所に急行した．石碑は幸い，二つながらほぼ完全であった．

その第一の碑は，梅文鼎の二人の弟とその夫人の合墓たることを大字で記し，梅以鵜や曽孫・玄孫の合葬のことを小字で記している．そこには学術著作上かって言及されることがなかった文鼎の三弟の名がみえ，その点で特筆に値する発見である．大字の碑文を記すと，

曽祖考梅公諱 文鼒妣 施氏孺人
　　　　　　 文鼏妣 詹氏孺人 合墓

ここにいわゆる“文鼏”は文鼎の四弟のこと．文鼎や早逝した二弟の文鼐とともに明代遺民の倪正に師事して暦算学を学び[6]，『経星同異考』等を著わす．また“文鼒”は文鼎の三弟のこと．生平，名利に淡白であったといわれ[7]，それ故あまり世に知られていない．

第二の碑は，文鼎の後人が立てた功徳碑である．乾隆五十三年(1788)に鐫刻された．碑文はこうある．

康熙六十年九月内〻部江寧織造□□□

聖旨営建

皇清誥贈 光祿大夫左都御史 曽祖
　　　　 一　品　夫　人 　老□□

いわゆる“江寧織造”は曹頫の官職である．彼は康熙六十年(1721)，文鼎の

病歿に際し，康熙帝の命を受けて，“喪事を治め，葬地を営”んだ[8]．また“光祿大夫”と“左都御史”はいずれも梅瑴成の官銜（従一品）であり[9]，“瑴成の貴をもって”，その官銜が文鼎に贈られている[10]．

3

7月2日，われわれは宣城県文化局局長の葛毅夫氏の安排のもと，新田郷にある梅文鼎の故居を訪問した．随行してくださったのは，県文化局の闞延武氏である．

新田郷への道は泥濘り，小雨などと相俟って，終にはジープでさえも進めず，徒歩で進むことを余儀なくされた．水田中の小道を辿って途中，伏村に至ったが，闞氏はそのとき村の後ろ，小渓の傍らの土墟を指さして，そこが昔日の梅氏宗祠の所在であることを教示された．

梅氏宗祠，すなわち梅氏の家廟は，その歴史は明初洪武年間まで遡ることができる．同地点に祠宇を建てたのは文鼎の時代からである[12]．宗祠は以来重修をかさねるも，1930年の末にいたって戦火でその主要部分を失った．だが，当地の教師，余治家氏によれば，残祠は50年代初めにも依然として存在し，彼自身もそこで教鞭をとったことがあるという．

余氏の話はさらに詳細な点にまで及ぶ．彼はこう続けられた．祠宇には匾額三幅が掛かっていたことを覚えている．中央の額は康熙御題の“績学参徴”――学を績みて徴に参る，の四字からなり[13]，右の額は“出類抜萃”――類を出て萃を抜く，の四字を記していた．左の額の字句は，いまやまったく思い起こせない，と．

余氏はまた，対聯一幅が祠宇に掲げてあったと語り，その句を暗誦された．

祖に遺業あり，伯言の文集，聖兪の詩稿．
家に別物なし，誕生の字彙，定九の叢書．[14]

この対聯は，梅氏が引いて誉れと為した．四人の族祖の業績を謳ったものである．“伯言”は梅曽亮（1786～1856）の字．文鼎の五世の孫にあたり，『柏梘山房文集』を著わしている．“聖兪”は北宋の著名な詩人兼政治家，梅堯臣（1002～1060）の字．文鼎の遠祖である．“誕生”は文鼎の叔祖梅膺祚のこと．明朝の光祿寺寺監となる．文鼎はかつて彼の史書を得ている[15]．“定九”は梅文鼎のこと．

“叢書”は瑴成が乾隆二十四年（1759）に編輯刊行した『梅氏叢書輯要』のことである．

4.

伏村から約2.5キロ進むと，蒲田行政村三家渡村に着いた．そこには清初の建築の風格を顕著に示す，梅氏の祖居が厳然と残っていた．その老屋は俗称を“九進宮”という．

九進宮とはすなわち，九棟からなる大住居のことであるが，現存する建物はそのわずか一進半にすぎない，七進半はすべて太平天国の戦乱期に毀たれている．だが，老屋の前や横の路地には卵石が敷き詰められており，敷地の大規模なことと相俟って，清代梅氏大族の盛況ぶりを十分想像することができる．

いま九進宮に住まわれるのは，文鼎十世の孫娘の梅玉華氏と彼女の甥の梅立功氏である．彼らはわれわれにたいし，大した文物は残っていないと前置きして，習字机と方硯を見せてくださった．習字机は，机面が約45センチ四方の正方形からなり，内に石板を埋め込む．高さ90センチ弱である．方硯は相当古く，磨損も甚だしい．梅玉華氏の話によれば，九進宮は梅氏族長の居住するところであり，文化大革命以前には梅文鼎の彩色の肖像画が蔵せられていたという．残念なことには，現在その画像の行方は知れない．

以上が，梅氏墓地と故居にたいして行ったわれわれの実地調査の報告である．この調査に際して，多くの“単位”と“朋友”のお世話になった．宣城県文化局・中国科学技術大学自然科学史研究室・自然科学史研究所は公的に便宜をはかってわれわれを助けてくださり，梅玉華氏・余治家氏などはわれわれの質問に快く応じ，さまざまなことを御教示くださった．この場を借りて，心よりお礼申しあげる．多謝多謝！

注　釈

1) 江永“翼梅序”，『翼梅』巻首．
2) 銭大昕“天元一釈序”，焦循『天元一釈』巻首．
3) 同報告は，まず劉が漢語で綱要をしたため，つぎに川原が翻訳・加筆し，その草稿を再度，劉が手直しして出来あがった．

4) 同道者は総勢20名ぐらいであった．中国数学史の研究者では，杭州大学の沈康身・内蒙古師範大学の李迪・安徽師範大学の胡炳生などの諸先生が参加した．

5) 梅曽亮『柏梘山房文集』巻4：“文鼎……配陳夫人，合葬独山”．

6) 梅文鼎『物庵暦算書目』：“一，『暦学駢枝』二巻．已刻．順治辛丑(1661)，鼎始従同里倪竹冠先生受『交食』『通軌』，帰與文鼐，文鼏両弟習之”．

7) 梅文鼎『績学堂詩鈔』巻4“爾素弟六十”に，文鼎は爾素すなわち四弟文鼏の60歳を祝ってこう詠んでいる．“同生有四人，仲往垂三紀．為謀寧不遠，賫志長已矣．叔也守舊廬，栄華脱如屣．門戸付諸兒，優游安耋齒”——私には兄弟が四人あったが，二弟の文鼐は世を去ってすでに36年になる．彼は謀生に拙く，ただ志を持つことにのみ優れていた．三弟の文鼐は旧宅を守り，敝履のごとく栄華を見る．門戸に子供らと遊び，悠々と老年を楽んでいる，と．

8) 梅曽亮『柏梘山房文集』巻4：“公……康熙辛丑卒．聖祖仁皇帝命江寧織造曹頫監葬事”．『梅氏宗譜』：“瑴成内廷供奉，越数年給假帰省，値公病得侍疾数月而卒．特命江寧織造曹公治喪事，営葬地.”．なお，曹頫は，古典小説『紅楼夢』の作者，曹雪芹(？～1763)の父親である．

9) 江永“翼梅後序”：“勿庵先生文孫循斎先生(瑴成)，時官光録”．『寧国府志』(乾隆十八年修)巻18”“梅瑴成……現任都察院左都御史”．

10) 阮元『疇人伝』巻37“梅文鼎”：“以孫瑴成貴，贈左都御史”．

11) 他に李迪先生が同行した．

12) 梅文鼎『績学堂文鈔』巻4には，“重修梅氏宗祠碑記”の一文がある．梅氏宗祠の変遷を詳述している．

13) 文鼎が“績学参徴”を賜わった経緯は，杭世駿『道古堂文集』巻30・31や，梅文鼎『績学堂詩鈔』巻4所収“賦得御製素波詩後記”などにくわしい．

14) “祖有遺業，伯言文集，聖俞詩稿．家無別物，誕生字彙，定九叢書”．

15) 梅文鼎『勿庵暦算書目』：“一，『元史暦経補註』二巻．……続得家誕生先生所蔵二十一史”．

(昭和62年12月20日受理)

資　料

朝鮮算書目録

平山　諦

明治前日本数学史の編纂に当り，まず調査したのは朝鮮に現存する算書であった．当時のメモが手許に残っているから，ここに書き出すことにする．順序はそのままにした．

なき子の年を数えるに似たものがある．朝鮮本は入手する見込みがないから，費用をかけて写本を作り東北大学の蔵に付したものも多い．いまは調査する時間もない．所蔵場所の不明になったものもある．次の四つの所を調査して次ぎ次ぎに追加した．中国の天文算書の混入もあった．将来，調査することが困難と思うから私のメモのままを書き出すことにした．調査に当っては終始，延禧専門学校教授張起元氏のお世話になった．感謝致します．

略字　所蔵場所

(大)………京城帝国大学附属図書館

(朝)………朝鮮総督府図書館

(李)………李王家図書館

(延)………延禧専門学校

四余纒度通軌(距大明洪武十七年歳次甲子為元，題簽，四余通軌)正統九年七月跋，印出

授時暦立成，嘉儀大夫大史令臣王恂等奉勅撰，(大)

授時暦捷法立成，姜保編，忠烈王二十四年，(大)

九数略，完山崔錫鼎述，(延)，(大)

東国算書，辛丑流月川上面巨雲新刊，(大)

九一集，南陽洪正夏著，五世孫男永錫校字，(李)，(大)

数理精蘊補解，憲暦元甲子後一百三年鶴山樵夫書，(大)

劉氏句股述要図解，宜寧南秉吉図解，(大)

無異解，宜春南元裳(秉吉)撰，乙卯孟秋六一斎主人序，咸豊乙卯重陽節後学運城李俊養跋，(朝)

緝古演段，六一斎主人撰，(朝)

借根方蒙求，志叟述，李尚爀著，歳閼逢摂提格甲寅仲呂之月志叟自序，(朝)，(大)

量度儀図説，宜春南元裳撰，陜川李尚爀訂，乙卯仲冬李爀序，（朝），（大）
中星新表，宜春南秉吉推求，蓮城李俊養校正，咸豊三年中夏上澣自序，（朝），（大）
時憲紀要，上之十一年日南至大匡輔国崇祿大夫議政府左議政兼領経筵事監春秋館事楊州趙斗淳叙，聖上十一年歳在庚申臘月奎章閣検校提学金炳冀序，（朝），（李）
玉鑑細草詳解，六一斎主人，南秉吉著，（朝）
圭斎遺藁，上之元年甲子季秋楊州趙斗淳序，甲子秋七月旬有三日擒文旧僚帯方尹定鉉序，永嘉金炳学序，東陽申錫禧序，潘南朴珪寿序，光山金尚鉉序，甲子九月上澣胞弟秉吉跋，（刊本）
算学啓蒙〔朝鮮初刊本〕，（大）
算学啓蒙，庚午重刊蔵于本学，（大），（朝），（李），（延）
詳明算法，洪武癸丑春廬陵李氏明経堂刊，（延）
九章術解，宜寧南秉吉解，（李），（大），（朝）
算法全集（又題，聚文堂新較算法全書），古呉張心所較梓，康熙乙卯仲夏呉宜興函亭蔣守誠正先代漫題，新編直指算法統宗巻之十二，新安賓渠程大位汝思甫編集を附す．（朝），（延）
黙思集算法，慶善徴，（北京燕京大学）
星座及地球図，泰外斎，（朝）
算学正義，宜寧南秉吉編撰，陜川李尚爀校正，丁卯夏自序，（朝），（大），（延）
翼算，陜川李尚爀，戊辰孟冬宜寧南相吉序，（大），（朝）
国朝暦象考，聖上二十年季秋初吉観象監提調崇政大夫行礼曹判書閔鍾顕序，同年観象監提調正憲大夫原任礼曹判書徐浩修序，（朝）
籌学拾遺，平壌趙義純，己巳三月下　宜寧南相吉序，（京城翰南書林蔵）
天文類抄，〔木活本〕，（朝）
諸家暦象集，正統十年三月李純之跋，（朝）
推歩捷例，上之十二年辛酉孟秋嘉義大夫観象監提調南秉吉叙，（大）
太陽更漏表，丁卯九月留斎南元裳識，（大）
春秋日食攷，宜山南元裳撰，（大）
新法中星紀漏籌通義（又題，新法中星紀），上之十三年季秋奎章閣提学金鍾秀序，（朝）
新法漏籌通義〔木活〕，金泳等，（朝）

儀象図，南懐仁，（朝）
星鏡，上之十二年辛酉仲秋観象監提調南秉吉記，聖上十二年歳在辛酉秋八月白露節嘉義大夫前同知中，（大）
細草類彙（又題，玄象新法細草類彙），上之三十七年庚寅六月哉生明観象監首任折衝将軍行龍驤衛副司果臣許遠謹識
暦象考（鈔本），晩斎蔵書印，（李）
推歩続解，宜寧南秉哲著，同治元年壬戌仲春圭斎居士自序，（朝），（李），（大）
儀器輯説，宜寧南秉哲輯説，（朝），（李），（大）
揆日考，陜川李尚爀編輯，庚戌仲冬宜春南秉吉序，聖上元年庚戌仲秋楽安金得彦謹序，（朝），（李）
七政細草（又題，日纒細草）
重修大明暦
日食仮令（又題，重修大明暦丁卯年日食仮令）
日月交觧
交食通軌
交食表
交食推歩法，天順二年正月日嘉靖大夫礼曹参判脩文殿提学臣李純之奉教序
庚午元暦
太陰通軌
宣徳十年月五星凌犯
大統暦
五星通軌
七政算内篇
七政算外篇
日月食仮令（又題，七政算外篇丁卯年日食仮令）
七政経緯□度五星伏見図録，李俊養，（朝）
歩天歌，李俊養，（朝）
七政歩法，聖上二十二年戊年書雲観編輯徐諧修，李時秀ら
聚文堂新較銅陵算法（又題，聚文堂新較算法全書）
賢首諸乗法数，姑蘇洞庭沙門行深編集，宣徳丁未歳季秋序
恒星表

千歳暦上編
輿載撮要
行用籌訣
塹堵測量，梅文鼎著
筆算，宣城梅文鼎定九学，康熙四十五年歳次丙戌長至日三韓金世揚題於上谷官署，
　　康熙癸酉二月初吉宣城梅文鼎自序
天源微発
新法歩天歌〔六一斎校正本〕，壬戌開版蔵于雲観，聖上十三年歳在戌之秋七月朔
　　台官李浚□謹記
管通八解，崇禎紀元後学巴山文観子趙希閔序，山水散人権震応序
涓吉亀鑑，宜山南元裳編輯，錦城林兢淵校正，上之四年丁卯八月自序
明谷集，崔錫鼎著，粛宗四十一年
退渓先生文集
東京志
測量図解，南秉吉著，戊午夏日陜川李尚爀謹序，（朝）
矢対数表，（朝）
六一斎叢書（儀器輯説，推古続解，時憲紀要，量度儀図説，中星表，恒星表，
　　揆日考），（朝）
恒星出中入表〔柱，六一斎〕，宜春南元裳撰，六一斎主人自序，（朝）
簡捷易明算法，（朝）
回回暦法，（朝）
算術管見，李尚爀述乙卯孟冬宜春当之裳序，（朝）
九章重差（活字本），魏劉徽注，浿東南元裳図解，（朝）
海島算経，魏劉徽撰，唐李淳風等勅注釈，浿東南元裳図解，（朝）
数書九章測量類，魯郡秦九韶撰，浿東南元裳図解
算術新書，李相卨著，光武四年七月学部編輯局長李圭桓序，（朝）
増補詳明算法，書成遂題其目回芸末云，上章涒灘大壮之下澣菊史書，（朝）
五緯表〔木活〕，（朝）
五緯暦指〔木活〕，徐光啓等訳編，（朝）
管窺輯要，（朝）
授時法解，（朝）

観象監啓目，（朝）
三暦応完文，（朝）
簡明算法，辛酉歳作，（朝）
選択紀要，上之四年丁卯七月上澣崇政大夫行知敦寧府事南秉吉序，（大），（李）
漸幾孕算秘録，山陰道士述伝，（大）
奎章総目，（大）
敬斎古今黈，御製題武英殿聚珍版十韻序，御製題敬斎古今黈序，（大）
楊輝算法，洪武戊午冬至勤徳書堂新刊，（李）
西洋新法暦書，羅雅谷撰，湯若望訂，（李）
儀象志，（李）
細草類彙（玄象新法細草類彙），上之三十七年庚寅六月哉生明観象監首任折衝将
　　軍行龍驤衛副司果臣許遠謹識，（李）
万年暦，（李）
円象訣，（李）
日躔細草，（李）
三元交会初書，（李）
天文大成，順治乙未長至前一日姪男九錫百□跋
象緯考，鄱陽馬湯，予貴与著，（李）
筆算，宣城梅文鼎定九学，（延）
籌解需用，南陽洪大容徳保著，（延），（大）
海鏡細草解，南秉哲解草，咸豊十一年刊，（朝），（李）
緝古演段，南秉吉著，（朝）
新編算学啓蒙註解，任濬壬寅輯書註解，（朝）
（昭和61年9月1日受理）

講座（総会記念講演）

和算の研究について

道脇義正

私どもの『和算家の生涯と業績』（文部省助成図書，多賀出版刊，1985.6，772p）が桑原賞を受賞した．大変有難いことと共著者一同に代ってお礼を申上げる．

I　この機会に少し本書にまつわるお話を申し上げたい．

1.　書名の由来

もともと昭和56年から58年まで文部省科学研究補助金（科研費と略称する）総合研究Aとして17名による協同研究の3年目，多賀出版からこの研究を本にまとめられたらと進められたのが発端である．申請すれば恐らく科研費の刊行費が認められるだろうという．研究会のあと，喧々諤々，議論のすえ，申請，採択されたものである．書名については出版社からそんな長い名前 ── 総合研究Aのときの── では売れないというので，頭初の書名となった．

2.　内容

第1篇　歴史編

第1章　和算概説

第2章　各地の和算

第3章　和算家の生涯

佐久間　纉　　小野栄重　　剣持章行

を扱う．

第2篇　数学編

本編は本人の業績を紹介し，それに関連する研究論文を集録した．

第1章　剣持章行関係

第2章　佐久間纉関係

第3章　小野栄重関係

第3篇　天文学・暦学・測量編

第4篇　年譜

3.　書評

新聞，雑誌（歴史学関係を含む），同窓会誌など20を越えた．その中から2つのことを取上げる．

o 何故横文字の論文が入っているのか？

これは本書のはしがきを読んで頂くとわかる．

o 既に研究されたことは，それを読んで次の段階に駒を進めなければならない．手に入れにくい学術誌は集録しておくべきだということから決定されたことである．

o 取上げた和算家は3名なのに，書名は一般論のように思われるではないか？ sub−title を附すべきだったと反省している．

以上は受賞に伴なう本の話である．

II　演題は「和算の研究について」という大きなものです．

1.　「和算の解法の研究史」

『数学史研究』80号 1979 に依頼執筆したもので，和算をどう受けとめ，どう研究するかということが大きな課題である．その中の一部に，岩田至康教授は日本数学教育学会誌 vol. 49. 1967 の中で次のように述べています．

「和算はわれわれの祖先の偉大な遺産として世界に誇示すると同時に，その内容を批判検討してこれを後世に伝えることは，われわれ現代の数学研究者に課せられた大きな使命であると思う．

和算の歴史的研究については幸いにして学士院編『明治前日本数学史』全五巻があり，また数学的研究については，加藤平左ヱ門博士著の『和算の研究』全7巻等大部の著書があり，また和算家自身の著書については，安島直円全集，会田安明等の書が富士短期大学から出版されているので，それによって和算の内容をも知ることができるようになったことは，甚だ喜ばしいことである．

しかしながらまだ解明されていないものが数多くあることは遺憾である．2，3の例をあげれば，極形術，変形術，算変法等である．これらの方法は数学的に果して正しいものであるか否かについては，故林鶴一博士をはじめ多くの学者によって検討されたが，まだはっきりした結論が出ていないように見受ける」，と平山諦先生の『学術を中心とした和算史上の人々』を引用して述べておられる．

さらに，岩田教授は，その方法を次のように述べている．

「しかし，これまでの誤った論評によって，和算は明治維新とともに亡びて了ったと信じられ，今さら省みる余地のないものとされている今日，和算をこのままの形で如何に強化宣伝してみても到底理解して貰うことはできないと思う．和算を生かすために，これから我々のなすべき仕事は「和算の現代化」と

いうことである．

ギリシアの数学は如何に古くとも亡びたとはいわれない，何となれば，それは現代の数学へと発展してきたからである．それと同じように，和算を現代に生かす道はこれを現代化して西洋の数学と同じような形に書き換えることである．われわれはこれを「和算のリバイバル」と呼ぶ．

すなわち，和算の問題を西洋流に翻訳し，かつこれを「一般化し，拡張する」のである．このことは既に林鶴一，藤原松三郎博士等々の数学者によって今までにも不十分ながら行われてきたのであるが，われわれはこの考えを更に拡大して，意識的に現代化することを以って使命とするのである．

特に，幾何学についてその現代化の方法を述べるならば，（和算の問題の9割は図形の問題である）円の直径や線分の長さ，面積を求める問題に対しては，まずその図形が成りたつための条件を考究して「作図問題や定理の形」に直し，あるいは計量を取り去って「位置的，射影幾何学的な問題」に変形すること．さらに進んで，平面幾何学の問題は「空間へ，n次元へ」と拡張して行く．また，三角形の問題ならば「四角形へ，多角形へ」拡張し，ユークリッド幾何学の問題は「非ユークリッド空間その他へ」と拡張して行くのである．」

筆者は岩田教授とちがって解析学専攻なので，仲々和算の数学的研究になじめなかった．岩田教授のいわれる方法に多少の違和感はあるにしても，大部分は全く同感である．

和算の問題を拡張して現代の数学にしたい．その為には

円などの個数を増す

三角形なら四角形，五角形，………とする．

平面ならば，立体へ，そしてn次元へ

定性的関係から定量的関係へ

二量間の関数関係

数題からの帰納

などを心におけばいいと思う．ここで注意しなければならぬことは，その定理の内容である．余り数学専攻の方から指弾されることのないようなものを選ばなければならない．

2. 本年5月北京師範大学において

秦九韶“数書九章”成書740週年紀念曁学術研究国際会議　（別稿参照）

が開催された．その4日目の夜，主催者白尚恕教授から1時間半程時間をさいて，北京師範大学，内蒙師範大学（李迪教授），天津師範大学（李兆華副教授），杭州大学（沈康身教授）の数学史専攻院生との座談会に出席して欲しいといわれた．留学中の岐阜大学教育学部川原秀城氏も出席された．

その席で発言を求められ，次のように述べた．

数学史の研究には2面あると思う．

① 数学的に研究する方法——前述の通り

② 当時の社会の様相をふまえて，それを数学に反映した方法——歴史的研究

さらに言えば

③ 数学史は地域の関連性を考えなくてはいけない．もちろん，その国の数学史を充分研究した上で，その地域の特性を考える．何か共通した考え方がないかどうか．このことは1人では出来ない．チームを組んで組織的に研究しなければ出来ないだろう．

特に③は，漢字文化圏の数学史に共通なことがないかどうか．8月に群馬大学で開催される国際 Symposium もこの辺に意味があると述べた．

3. 6月に Singapore で

4th Southeast Asian Conference on Mathematical Education

が開催され，1990年代の数学教育はどうもコンピューターが数学教育の主流になるような気がしたが，数学教育の大きな柱である数学史を忘れぬようにというので

On Some Examples of Mathematical Thinking Based on a Mathematical History

という演題で講演．西独の Prof. Dr. Fischer の旨いリードで質問・討論そして各国のこれに関する実情報告など，大変関心を呼んだ．

Ⅲ まとめ

以上いろいろ雑然と申上げたが，数学史の研究を更にひろげて，地域に共通する何かがないか．また数学教育の重要な柱であるという立場をもつと数学教育に働きかけるべきではなかろうか．何か参考になることがあることを願って終ります．

（昭和62年7月23日受理）

数学的考察

法道寺の算変法の解釈とCaseyの定理について

鈴　木　福　藏

道　脇　義　正

1. はじめに

法道寺善（1820～1868）は，江戸末期の和算家であるが，いつの頃からか算変法なるものを考え，接触円の半径の間の関係を論じる問題にいろいろと応用した．平山諦氏は，その著〔4〕において，算変法は西洋の反転法と同じようであるが，西洋の反転法は，円の接触関係のみを論じているのに対し，その間の量的関係をも同時に扱っているため，現代数学の立場からも説明困難な所があるむねを述べておられた．この事について，算変法は，実は西洋の反転法と同じではないかという推測が出来ることを示したい．即ち，接触円に関する性質と反転の性質から接触3円の間の反転による不変式を導き，算変法への解釈を与えたい．

この不変式は，Casey（1820～1891）が，1866年に発見したとして知られる，2円の半径と共通外接線の長さの間の最も重要な反転による不変式と本質的に同じものであるが，法道寺の場合，接触円のみを考えていたため，Caseyによる不変式と同じ不変式を知ってはいたが興味を持たなかったのかもしれない．因に，法道寺の年代を考えるとCaseyよりも早くその不変式を知っていたと思われる．

さらに，この不変式の環円問題への応用を考え，半径の間の新しい関係式を導く．

2. 定義と補題

まず，準備として，反転の定義といくつかの性質，さらに接触円の間の関係を述べよう．

定義 1.　中心がC，半径 a の円を円 C(a) と書く．特に，円 O(r) を円 O と表す．

定義 2.　円 S(ρ) と任意の点 P に対して，SP又は，その延長上に $SP \cdot SP' = \rho^2$ となるような P′を対応させる変換を円 S(ρ) に関する反転といい，反転の軌跡を反形という．図形 F の反形を F′ で表す．

反転の定義から，次の性質は容易に導かれる．

補題 1.

(i)　円Oの円 S(ρ) に関する反形は，円O′で，Sから円O，O′へ引いた接線の長さをそれぞれ t，t′とすると，半径の間に次の関係式が成り立つ：

$$(1)\qquad r' = \frac{\rho^2}{t^2}\,r \quad , \qquad r = \frac{\rho^2}{t'^2}\,r'$$

但し，反転の中心Sが円Oの内部にあるとき，t はSより直線SOに立てた垂線の円Oとの交点までの長さを表す．

(ii)　任意の2点A，Bの円 S(ρ) に関する反転を，それぞれ A′，B′とするとき，

$$(2)\qquad A'B' = \frac{\rho^2}{SA \cdot SB}\,AB$$

が成り立つ．

定義 3.　中心が O_i で半径 r_i の円を円 O_i（$i = 1, 2, \cdots\cdots$）で表し，円 O_i の外点Sから円 O_i に引いた接線の長さを t_i とする．但し，点Sが円 O_i の内点のとき，t_i はSより直線 SO_i に立てた垂線の円 O_i との交点までの長さとする．さらに，円 O_i と円 O_j の共通外接線の長さを t_{ij} とする．

補題 2.　点Pで互に外接する2円を O_1，O_2 とし，Sを2円の任意の外点とするとき，

$$(3)\qquad SP^2 = \frac{r_2 t_1^2 + r_1 t_2^2}{r_1 + r_2}$$

が成り立つ．

注1）　円 O_i（$i=1, 2$）が他方に内接しているときは，(3)式で r_i を $-r_i$ で置きかえた式が成り立つ．

注2）　点Sが円 O_i の内点のときは，(3)式で t_i^2 を $-t_i^2$ で置き換えた式が成り立ち，点Sが円 O_i の周上にあるとき，(3)式は $t_i = 0$ とおいた式となる．

証明〕　SP又は，その延長と2円 O_1，O_2 の交点をそれぞれQ，Rとする．

$$SP \cdot SQ = t_1^2 \;,$$
$$SP \cdot SR = t_2^2 \;,$$
$$SQ = SP \pm PQ \;,$$
$$SR = SP \mp PR$$

であるから，

(4) $SP^2 \pm SP \cdot PQ = t_1^2$

(5) $SP^2 \mp SP \cdot PR = t_2^2$

また，$\triangle O_1PQ \backsim \triangle O_2PR$ であるから

$$\frac{PQ}{PR} = \frac{r_1}{r_2}$$

それゆえ，(4)× r_2 +(5)× r_1 より

$$(r_1 + r_2)\, SP^2 = r_2 t_1^2 + r_1 t_2^2$$

したがって，(3)式を得る．

他の場合も同様に示せる．

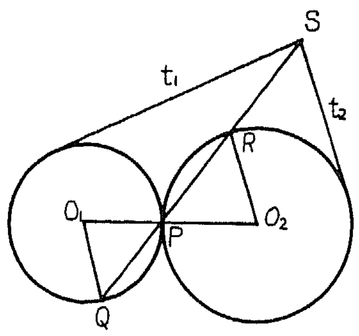


図 1

次の補題は，三円傍斜術として，和算でよく知られたものである．

補題 3. 2円 O_1，O_2 が円Oに，それぞれ点A，Bで外接しているとき，

(6) $$AB^2 = \frac{r^2 t_{12}^2}{(r+r_1)(r+r_2)} = \frac{t_{12}^2}{r_1 r_2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right)}$$

が成り立つ．

注) 2円 O_1，O_2 が共に円Oに内接しているときは，(6)式で r_1，r_2 の代りにそれぞれ $-r_1$，$-r_2$ とおいた式が成り立つ．

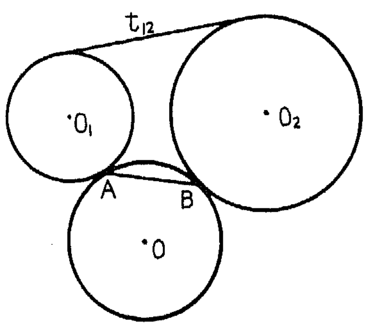


図 2

3. 主定理と算変法の解釈

ここでは，接触3円の間の反転による不変式を導き，算変法への解釈を与える．

円O，O_i ($i=1, 2, \cdots\cdots$) の円S(ρ)に関する反形を，それぞれO′，O'_i とし，反形円の半径を r'，r'_i，Sからの接線の長さを t'，t'_i とする．さらに，2円 O'_i，O'_j の共通外接線の長さを t'_{ij} で表す．

定理 1. 2円 O_1，O_2 が，円Oに点A，Bで外接しているとき，

(7) $$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right) AB^2$$

は，反転に対して不変である．

注1) 2円 O_1，O_2 が，円Oに共に内接しているときは，(7)式で r_1，r_2 の代りにそれぞれ $-r_1$，$-r_2$ とおいた式が不変である．

注2) 反転の中心Sが円 O_i ($i=1, 2$) の周上又は，円Oの周上 ($S \fallingdotseq A, B$) にあるときは，それぞれ，次式が成り立つ．

(7′) $$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right) AB^2 = \left(\frac{1}{r'_j} + \frac{1}{r'}\right)\frac{1}{r'} A'B'^2, \quad j = i - (-1)^i$$

(7″) $$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right) AB^2 = \frac{1}{r'_1 r'_2} A'B'^2$$

証明) 他の場合も同様に示せるから，反転の中心Sが，円O，O_i ($i=1, 2$) の外点の場合を示そう．

補題2より

(8) $$SA^2 = \frac{1}{r+r_1}(r t_1^2 + r_1 t^2) = \frac{r r_1 \rho^2}{r + r_1}\left(\frac{t_1^2}{\rho^2 r_1} + \frac{t^2}{\rho^2 r}\right) = \frac{\rho^2}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}}\left(\frac{1}{r'_1} + \frac{1}{r'}\right)$$

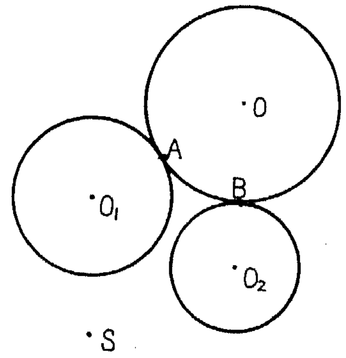


図 3.

同様にして，

(9) $$SB^2 = \frac{\rho}{\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}}\left(\frac{1}{r'_2} + \frac{1}{r'}\right)$$

補題1の(2)式より，

$$A'B'^2 = \frac{\rho^4}{SA^2 \cdot SB^2}$$

これに(8)，(9)を代入し整理すると

$$\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right) AB^2 = \left(\frac{1}{r'_1} + \frac{1}{r'}\right)\left(\frac{1}{r'_2} + \frac{1}{r'}\right) A'B'^2$$

を得る．

反転の中心Sが，円O又は，円O_i（$i=1$，2）の内点のときは，上式において反形円の半径r'，r_i'（$i=1$，2）を，それぞれ$-r'$，$-r_i'$で置き換えた式となる．この事は，半径の逆数は円の曲率を表すから，有向円を考えれば統一的に扱える．

内接の場合や点Sが円周上にある場合は上の証明より明らかであろう．

法道寺善の問題への応用

(i)「外円に白円が点Sで接している．はじめ，両円の中心線上に中心をもつ甲円を両円に接せしめ，順次両円に接するように乙，丙，丁，……円を対象に画き，最後の円を末円とする．容れた円の個数をnとし，末円の直径を求めよ．」という問題がある．

法道寺の解は，次のようである．

まず，外円と白円との円の直径を大きくして，無限大になった場合を考えると図5のようになり，外円周と白円周は平行線となって，その間にn個の相等しい円が外接して挾まれる形になる．

このとき，末円の直径を末とすると

$$斜^2 = (n-1)^2 末^2$$

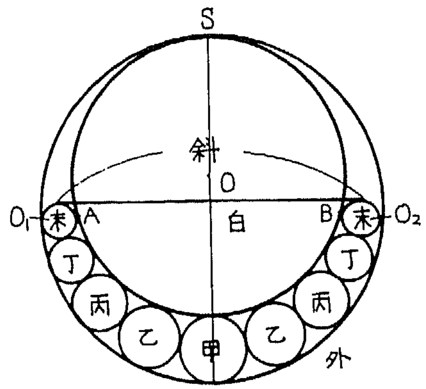


図4

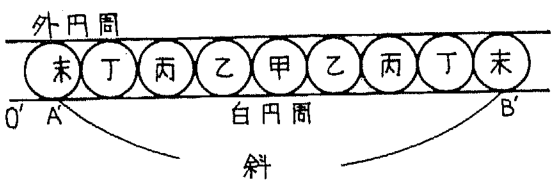


図5

また，原図に対して，四円傍斜術より

$$斜^2 = \frac{4・外・白・末}{外-白} - \frac{4・外・白・末^2}{(外-白)^2}$$

この斜^{2}に，前に求めた斜^{2}を代入し，末を求めると，

$$末 = \frac{4・外・白(外-白)}{4・外・白+(n-1)^2(外-白)^2}$$

を得るというものである．

ここで，平山氏は両図形の斜^{2}を等しいとおいた所に説明困難な所があると述べている．そこで，白円をO末円をO_1，O_2とし，円Oとの接点をA，Bとすると補題3より

$$斜^2 = t_{12}^2 = r_1 r_2 \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r}\right) AB^2$$

反転の中心をSとすると定理1の注2 (7″) 式より

$$r_1 r_2 \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r}\right) AB^2 = r_1 r_2 \frac{1}{r_1' r_2'} A'B'^2$$

ここで，$r_1=r_2$であるから，$\rho^2=t_1^2$とすると$r_1'=r_2'=r_1$となり

$$t_{12}^2 = A'B'^2$$

を得る．

したがって，Sを反転の中心にとり反転の半径を$\rho=t_1$にとったもの，即ち，2円O_1，O_2に直交する円を反転の円として反転を行ったものと考えることができる．

(ii)「外円とその中にある心円の間に環状に接する4つの円東，西，南，北を容れたとき，東，西，南の3つの直径を知って北円の直径を求める．」という問題がある．

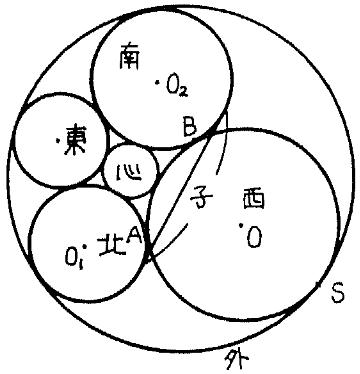


図6

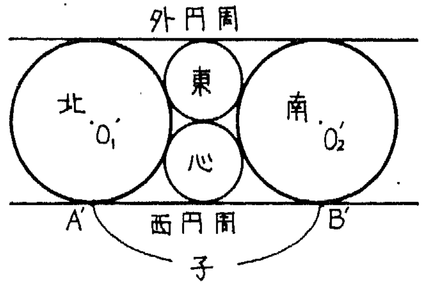


図7

法道寺は，次の如く解いた．

まず，原図に対し，四円傍斜術より

子^2(東＋西)・外−2子^2・東・西＋4東・西・南・北−②(南＋北)・外・東・西＝0

ここで，算変法により，外円と西円の直径を無限大とすると周は平行線となり，

図７のようになる．これから，

$$\text{子} = \sqrt{\text{東}\cdot\text{北}} + \sqrt{\text{東}\cdot\text{南}}$$

ところが，２東＝南であるから，

$$\text{子}^2 = 2\text{南}\cdot\text{北}$$

となり，これを上の子^{2}に代入し整理すると

$$\frac{1}{\text{東}} + \frac{1}{\text{西}} = \frac{1}{\text{南}} + \frac{1}{\text{北}}$$

を得るが，やはり，両図形の子^{2}を等しいとおいたところが疑問点となっていた．

ここで，西円をO，北，南円をそれぞれO_1，O_2とし，２円O_1，O_2の円Oとの接点をそれぞれA，Bとする．西円と外円の接点Sを反転の中心として反転すると，原図の反形は，図７となり，補題３と定理１の注２（7″）式より，

$$\text{子}^2 = t_{12}^2 = r_1 r_2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right) AB^2$$

$$= r_1 r_2 \frac{1}{r_1' r_2'} A'B'^2$$

それゆえ，$\rho^2 = t_1 \cdot t_2$とすると

$$r_1 r_2 \frac{1}{r_1' r_2'} = r_1 r_2 \frac{t_1^2}{\rho^2 r_1} \cdot \frac{t_2^2}{\rho^2 r_2} = 1$$

であるから，

$$t_{12}^2 = A'B'^2 = 8 r_1'^2 = 8 r_1' r_2' = 8 r_1 r_2 = 2\text{南}\cdot\text{北}$$

したがって，Sを反転の中心にとり，反転の半径ρを$\rho^2 = t_1 t_2$ととったもの，即ち，２円O_1，O_2に直交する円を反転円にとることにより，両図形の子^{2}を等しくおいたものと考えられる．

(iii) 円内容八円術　この問題は，「外円内に環状に外接する甲，乙，丙，丁の４円を容れる．次に，図８のように戊，己，辛，庚の４円を容れることが出来たとすると

$$\frac{1}{\text{甲}} + \frac{1}{\text{丁}} = \frac{1}{\text{乙}} + \frac{1}{\text{丙}}$$

なる関係が直径の間に成り立つ．」というものである．

法道寺は，これを次の如く解いている．

まず，原図に対して，四円傍斜術より，

$$\text{外}(\text{乙}+\text{丙})\cdot\text{斜}^2 - 2\text{乙丙斜}^2 + 4\text{甲乙丙丁} - 2(\text{甲}+\text{丁})\text{外乙丙} = 0$$

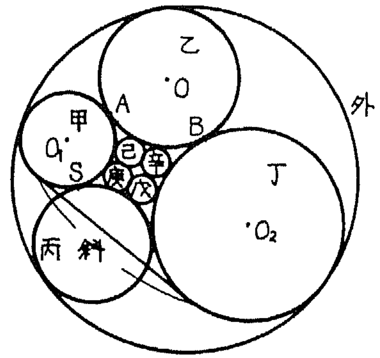


図８

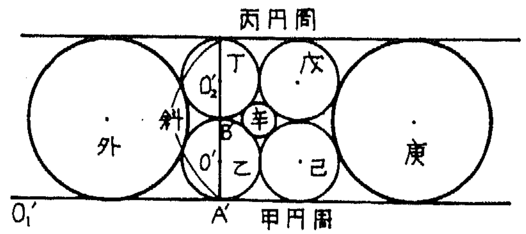


図９

ここで，丙円と甲円の直径を無限大とすると円周は，平行線となり，その接触関係は図９のようになる．そして，甲円と丙円の共通接線斜は，この場合，平行線間の距離となり，

$$\text{斜}^2 = 2\text{甲丁}$$

となる．これを上式に代入し整理すると

$$\frac{1}{\text{甲}} + \frac{1}{\text{丁}} = \frac{1}{\text{乙}} + \frac{1}{\text{丙}}$$

を得る，というのであるが，やはり，斜^2＝２甲丁というところが疑問点となっていた．

ここで，甲，丁，乙円をそれぞれ円O_1，O_2，Oとし，円Oと円O_1，O_2の接点をそれぞれA，Bとする．甲円と丙円の接点Sを反転の中心とし反転すると原図の反形は，図９となり，補題３と定理１，注２（7′）式より

$$\text{斜}^2 = t_{12}^2 = r_1 r_2 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r}\right) AB^2$$

$$= r_1 r_2 \frac{1}{r'}\left(\frac{1}{r_2'} + \frac{1}{r'}\right) A'B'^2$$

この場合，$r' = r_2'$，$A'B' = 2r_2'$であるから，

$$= r_1 r_2 \frac{2}{r_2'^2} A'B'^2$$

$$= 8 r_1 r_2 = 2\text{甲丁}$$

さらに，$r_1 r_2 = 2 r_2'^2$　即ち，$\rho^4 = \dfrac{r_1 r_2}{2 r^2} t^4$

となるように反転の半径 ρ をとると

$$斜^2 = t_{12}^2 = 4A'B'^2$$

となり，これは，図 9 における平行線間の距離となる．

以上のことから，法道寺の算変法は，接触円の間の関係，補題 2， 3 と反転法の性質より定理 1 の不変式を導き，反転の中心と半径を適当に定めたものではないかと推測出来る．

4. Casey の不変式との関係

定理 1 より，Casey が，1866 年に発見した反転による不変式が容易に導かれる．

定理 2　　2 つの有向円 O_1，O_2 に対して

$$(10) \qquad \frac{t_{12}^2}{r_1 r_2}$$

は，任意の反転に対して不変である．

但し，反転の中心 S が，円 O_1 の周上にある場合は，その反形である直線 O_1' と円 O_2' との距離を d とするとき，

$$(11) \qquad \frac{t_{12}^2}{r_1 r_2} = \frac{2d}{r_2'}$$

が成り立つ．

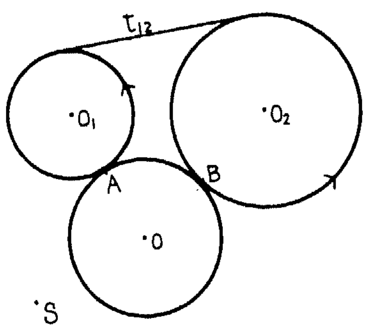


図 10

証明）　反転の中心 S が，2 円 O_1，O_2 の外点とし，反転の半径を ρ とする．2 円 O_1，O_2 に外接し，その周上及び内部に S を含まない任意の円を O とし，円 O_1，O_2 との接点を A，B とする．このとき，補題 3 と定理 1 より，

$$\frac{t_{12}^2}{r_1 r_2} = \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r}\right) AB^2$$

$$= \left(\frac{1}{r_1'}+\frac{1}{r'}\right)\left(\frac{1}{r_2'}+\frac{1}{r'}\right) A'B'^2$$

$$= \frac{t_{12}'^2}{r_1' r_2'}$$

反転の中心 S が，円 O_1 の内点の場合も同様にして証明できる．

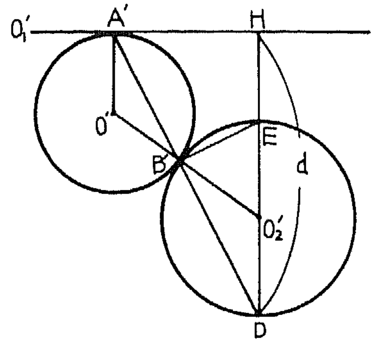


図 11

反転の中心 S が円 O_1 上にあるときは，S 以外の点で，2 円 O_1，O_2 に外接する任意の円を O とし，その接点を A，B とする．それらの反形は，図 11 のようになり，$A'B'$ の延長と円 O_2' との交点を D，DO_2' の延長と円 O_2'，直線 O_1' との交点をそれぞれ E，H とする．このとき，$\triangle A'O'B' \backsim \triangle DO_2'B'$ であるから

$$(12) \qquad B'D = \frac{r_2'}{r'} A'B'$$

また，$\triangle B'DE \backsim \triangle HDA'$　　ゆえ

$$(13) \qquad B'D \cdot A'D = 2r_2' \cdot DH$$

一方，$A'D = A'B' + B'D$ であるから，これと (12) 式を (13) 式に代入し整理すると

$$\frac{r' + r_2'}{r'^2} A'B'^2 = 2d$$

したがって，補題 3 と定理 1 (7′) 式より

$$\frac{t_{12}^2}{r_1 r_2} = \left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r}\right) AB^2$$

$$= \frac{1}{r'}\left(\frac{1}{r_2'}+\frac{1}{r'}\right) A'B'^2$$

$$= \frac{r' + r_2'}{r_2' r'^2} A'B'^2 = \frac{2d}{r_2'}$$

5. 環円問題への応用

ここでは，定理 2 の環円問題への応用を考える．

外円 O に内円 O_0 が含まれ，図 12 のように中心線で OO_0 上で，2 円 O，O_0 に接する挾円を C (α)，2 円 O，O_0 に接する任意の円を O_1 とする．2 円 O，O_0 を同心円に移す反転を考え，その反形（図 13）円間において $\angle A'O_0'B' = \theta_1'$，$\angle C'O_0'T' = \alpha'$ とする．

このとき，次の補題が成り立つ．

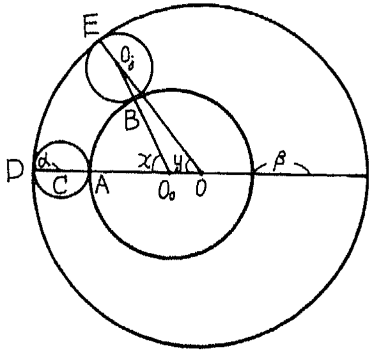


図12

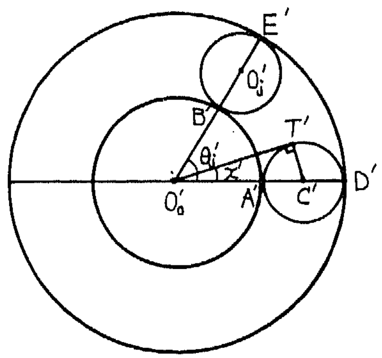


図13

補題 4.　$\beta = r - r_0 - \alpha$　とするとき，

$$\text{(14)} \qquad \frac{r_0 r + \alpha\beta}{\beta - \alpha}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{r_j}\right) = \frac{1 - \cos\theta_j'}{2\sin^2 x'}$$

が成り立つ．

証明〕　図12の3円O_0，$C(\alpha)$，O_jにおいて，$\angle CO_0O_j = x$　とすると

$$AB^2 = 2r_0^2(1 - \cos x)$$

一方，補題3より，$t_{\alpha j}$を2円$C(\alpha)$とO_jの共通外接線の長さとすると

$$AB^2 = \frac{r_0^2\, t_{\alpha j}^2}{(r_0 + \alpha)(r_0 + r_j)}$$

したがって，

$$\text{(15)} \qquad \cos x = 1 - \frac{t_{\alpha j}^2}{2(r_0 + \alpha)(r_0 + r_j)}$$

同様に，3円O，$C(\alpha)$，O_jにおいて，$\angle COO_j = y$　とすると

$$\text{(16)} \qquad \cos y = 1 - \frac{t_{\alpha j}^2}{2(r - \alpha)(r - r_j)}$$

ここで，

$$OO_0 = (r - r_j)\cos y - (r_0 + r_j)\cos x$$

これに，　$OO_0 = r - r_0 - 2\alpha = \beta - \alpha$　と(15)，(16)式を代入し，整理すると

$$t_{\alpha j}^2 = \frac{4(r_0 r + \alpha\beta)(r_j - \alpha)}{\beta - \alpha}$$

一方，反形円を考えると$\alpha' = r_j'$，$\angle A'O_0'B' = \theta_j'$，$\angle C'O_0'T' = x'$　であるから

$$A'B'^2 = 2r_0'^2(1 - \cos\theta_j'), \qquad \frac{\alpha'}{r_0' + \alpha'} = \sin x'$$

補題3より

$$t_{\alpha j}'^2 = 2(r_0' + \alpha')^2(1 - \cos\theta_j')$$

したがって，定理2より

$$\frac{t_{\alpha j}^2}{\alpha r_j} = \frac{t_{\alpha j}'^2}{\alpha' r_j'}$$

であるから，

$$\frac{(r_0 r + \alpha\beta)}{\beta - \alpha}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{r_j}\right) = \frac{1 - \cos\theta_j'}{2\sin^2 x'}$$

が成り立つ．

外円Oと内円O_0に接する任意の挟円をO_1とする．円O_1に接し，2円O，O_0に接する累円をO_2とし，次々に累円を作りm番目の円をO_mとする．

定理3.　　円O_mがk回転した後，最初の円O_1に接するための必要十分条件は，α，βが，次のtの2次方程式

$$\text{(17)} \qquad t^2 - (r - r_0)t + r_0 r \tan^2\frac{k\pi}{m} = 0$$

の解となることである．

このとき，j番目の累円の半径をr_jとすると

$$\text{(18)} \qquad \frac{1}{r_j} = \frac{\alpha + \beta}{2\alpha\beta} + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{\alpha + \beta}{2\alpha\beta}\right)\cos(j-1)\frac{2k}{m}\pi - \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{r_1}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{\beta}\right)}\ \sin(j-1)\frac{2k}{m}\pi$$

が成り立つ．但し，$\alpha + \beta = r - r_0$，$\alpha\beta = r_0 r \tan^2\dfrac{k\pi}{m}$．

証明〕　2円O_0，Oに対し，定理2を用いるとこの場合

$$\frac{d^2 - (r - r_0)^2}{4r_0 r} = \frac{-(r' - r_0')^2}{4r_0' r'} = \frac{-(r' - r_0')^2}{(r' + r_0')^2 - (r' - r_0')^2}$$

$$= \frac{1}{1 - \dfrac{(r' + r_0')^2}{(r' - r_0')^2}} = \frac{1}{1 - \dfrac{1}{\sin^2 x'}} = -\tan^2 x'$$

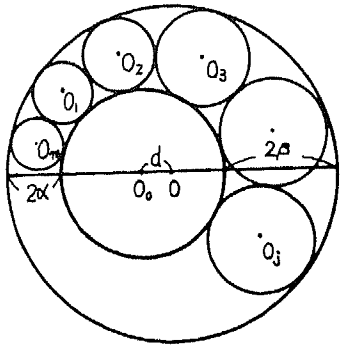


図14

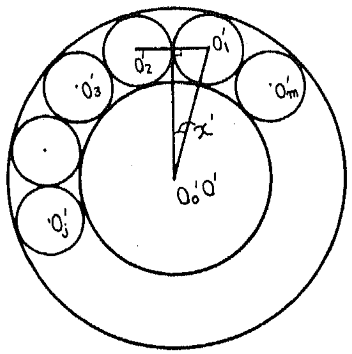


図15

したがって，

$$d^2 = (r - r_0)^2 - 4 r_0 r \tan^2 x'$$

また，$d = r - r_0 - 2\alpha = 2\beta - (r - r_0)$ であるから，α，βは，2次方程式

$$t^2 - (r - r_0)\, t + r_0 r \tan^2 x' = 0$$

の解である．但し，$x' = \frac{k}{m}\pi$

次に，補題4 (14) 式より，

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\beta - \alpha}{r_0 r + \alpha\beta} \cdot \frac{1 - \cos\theta_1'}{2\sin^2 x'} \quad , \quad x' = \frac{k\pi}{m}$$

(17) 式より，$\alpha\beta = r_0 r \tan^2 x'$ であるから

$$(r_0 r + \alpha\beta)\sin^2 x' = \alpha\beta$$

したがって

$$\text{(19)} \qquad \frac{1}{r_1} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}(1 - \cos\theta_1')$$

$$= \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta} + \frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\cos\theta_1' \qquad (0 \leqq \theta_1' < \pi)$$

それゆえ，

$$\text{(20)} \qquad \frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\sin\theta_1' = \sqrt{\left(\frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\right)^2 - \left(\frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\right)^2\cos^2\theta_1'}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{r_1}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{\beta}\right)}$$

(14) 式より，

$$\frac{1}{r_j} = \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta} + \frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\cos\theta_j' \quad , \quad \theta_j' = \theta_1' + 2(j-1)x'$$

$$= \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta} + \frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\{\cos\theta_1'\cos 2(j-1)x' - \sin\theta_1'\sin 2(j-1)x'\}$$

(19)，(20) 式を代入すると

$$\frac{1}{r_j} = \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta} + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta}\right)\cos 2(j-1)x'$$

$$- \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{r_1}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{\beta}\right)}\ \sin 2(j-1)x'$$

注） 安島直円（1732〜1798）は，逐索術により r_j を求めている．

定理4. 定理3の条件の下で，円O_0，Oと直線O_0Oに直交し，反転の中心Sを通る円の，円O_0，Oとの交点で接する累円を$C_\iota(r_\iota)$とするとき

$$\text{(21)} \qquad \sum_{j=1}^{m}\frac{1}{r_j} = \frac{m}{r_\iota} \quad ; \quad \frac{1}{r_\iota} = \frac{r-r_0}{2r_0 r}\cot^2\frac{k\pi}{m}$$

$m = 2n$ のとき，

$$\text{(22)} \qquad \frac{1}{r_j} + \frac{1}{r_{j+n}} = \frac{2}{r_\iota} \qquad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

が成り立つ．

証明） 三角関数についての性質より，

$$\sum_{j=1}^{m} 2\cos(2jx' + \theta_1')\cdot\sin x'$$

$$= \sum_{j=1}^{m}\{\sin((2j+1)x' + \theta_1') - \sin((2j-1)x' + \theta_1')\}$$

$$= \sin((2m+1)x' + \theta_1') - \sin(x' + \theta_1')$$

$$= 2\cos((m+1)x' + \theta_1')\cdot\sin(mx')$$

$$= 0 \qquad ; \quad x' = \frac{k\pi}{m}$$

$$\therefore \sum_{j=1}^{m}\cos(2jx' + \theta_1') = 0$$

補題4. (14) 式と定理3より

$$\frac{1}{r_j} = \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta} + \frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\cos\theta_j' \quad ; \quad \theta_j' = \theta_1' + 2(j-1)x'$$

であるから,

$$\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{r_j}=m\cdot\frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta}+\frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}\sum_{j=1}^{m}\cos\theta'_j$$

$$\cos\theta'_1=\cos(2m x'+\theta'_1)\qquad \text{ゆえ,}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\cos\theta'_j=\sum_{j=1}^{m}\cos(2jx'+\theta'_1)=0$$

円 C_t に対して, $\theta'_t=\frac{\pi}{2}$ で, α, β は, (17) 式の解であるから,

$$\frac{1}{r_t}=\frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta}=\frac{r-r_0}{2r_0 r}\cot^2\frac{k\pi}{m}$$

$$\therefore\quad \sum_{j=1}^{m}\frac{1}{r_j}=m\cdot\frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta}=\frac{m}{r_t}$$

また, (22) 式についても,

$$\frac{1}{r_j}+\frac{1}{r_{j+n}}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{\beta-\alpha}{2\alpha\beta}(\cos\theta'_j+\cos\theta'_{j+n})$$

ここで, $\theta'_{j+n}=\theta'_1+2(j+n-1)x'=\theta'_j+k\pi$

$m=2n$ であるから, k は奇数, それゆえ,

$$\cos\theta'_{j+n}=\cos(\theta'_j+k\pi)=-\cos\theta'_j$$

$$\therefore\quad \frac{1}{r_j}+\frac{1}{r_{j+n}}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{r_t}$$

注 1)　池田貞一は, 環円廉術により, (22) 式の左辺が一定となることを $k=1$ の場合に示している. また, 一般の場合 (22) 式の左辺が一定となることは, Steiner (1796〜1863)により証明されているが, これを量的に表したことは, いまだ聞かない. (21) 式についても, 環円が閉形になるときは, m が奇数の場合にも成り立つもので, $k=1$ で $m=3$ 以外のときは, これまで知られなかった新しい関係式と思われる.

注 2)　先に筆者等の得た〔5〕に於る結果も, (18), (22) 式を用いれば容易に得られる.

終りに, 本稿を草するにあたって, 図版のトレースなど御協力頂いた木村規子氏に篤くお礼を申し上げます.

参　考　文　献

1. 岩田至康： 幾何学大辞典 I, IV, 槇書店, 1971
2. 小曽根淳： 「精要算法」の環円問題に関連して, 群馬県和算研究会会報, №19. p.3〜6, 1984
3. 銀林浩訳； コクセター幾何学入門, 明治図書, 1966
4. 平山諦； 和算史上の人々, 富士短期大学出版部, 1965
5. 道脇義正, 鈴木福蔵； 簾術変換について, 数学史研究, vol.61, p.1〜13, 1974
6. 道脇義正； 和算解法の研究史, 数学史研究, vol.80, p.20〜29, 1979

(鈴木福蔵：群馬工業高等専門学校勤務)

(昭和61年11月30日受理)

On Hodozi's Sanhenhō and Casey's inversion theorem

Fukuzō Suzuki
Yoshimasa Michiwaki

The relation Hodozi's Sanhenhō in Wasan (This word is the Japanese word meaning the development of mathematics in Japan.) and inversion is discussed. In particular, Casey's inversion theorem is led from Sanhenhō. Moreover, new invariant relation of radii in closed Steiner circle chains is given by using inversion.

落 穂 集

(116－1)『算用記』と『割算書』

平 山 諦

毛利重能の『割算書』(1622)以前に『算用記』なるものが出版されていたことは，昭和40年頃神田茂が発見した．しかし，このことは昭和31年に『割算書』が復刻されたとき，山田孝雄がすでに予想していた．同書57頁の解説に山田は「本書以前に算書が刊行せられたことは考へられねばならぬ」と主張し，その書の性格について「その問題や範囲は略同様であったらうが，算法が改善して示されたのであらう」と述べている．

その通りである．誠に国語学者の卓見と言うべきである．『割算書』は説明の仕方は上手になっているが，算法は全部にわたって改善されたとは言えない．『割算書』の出版は急いだ形跡がある．ために校正も疎かにされたためではないかと私は思っている．

私は，初期和算への西洋の影響(『富士論叢』32巻)で登り坂の問題は，『割算書』では記述不十分であるとして，『算用記』の原文を掲げて解釈した．復刻本『割算書』の終りの方35～44頁が『算用記』と違う所が多い．『割算書』の「普譜割の次第」は『算用記』には「ほりふしんのいり」と題して，堀の土を運び出す仕事の量など述べてある．『割算書』にはただ堀の体積を計算しただけである．つづく「のぼりさかふしんのはり」は『割算書』には標題も省かれて説明も不完全である．

35頁の「うろこかた」の田の面積を求める問題は『算用記』にはない．その前に，底31間，高さ18間2尺の三角形の面積を求める問題が次のようにある．

「此よこて十八間二尺あり，此二尺を六のこゑにて，はりつくれは，十八間三三三有，是を二おりて，九けむ一六六と定，さて長みの三十一間をかけ合すれは，以上のふり寸二百八十四ふ一四六あり，たたし四ふのほか一四六に六のこゑをかけ尺寸になおしみるなり，然は以上二百八十四ふ八寸七分六あり．右田の面さを打事せむなり」

これを数式で書けば次のようである．

(1) 18間2尺＝18.333間(2尺÷6尺＝0.333)

(2) 18.333間÷2＝9.166間

(3) 9.166間×31間＝284.146歩(平方間)

＝284歩8寸7分6(0.146歩×6＝0.876)

『割算書』には同じ問題が次のようにある．但し，この書では二等辺三角形を画いて，うろこかたと言っている．

「是うろこかたと云，此中の十八間二尺有十八間に六をかけ一一に成申候，是を二にわり申候時五五に成，扨長さ三十一間をかけ一七下五に成，六にてわり申候時に，二百八十四歩一六六に成也」

(1) 18間2尺＝11(18×6尺＋2尺＝110尺)

(2) 110尺÷2＝55尺

(3) 31×55＝1705(これに6を掛ければ平方尺となる)

(4) 1705÷6＝284.166歩(平方間)

1平方間＝36平方尺であるから(3)(4)は次の計算をしたことになる．

$$\frac{31\times 6\times 55}{36}=284.166\text{歩}$$

『算用記』は間単位に直して計算している．最後に284.146歩を284歩8寸7分6と直したことは無意味である．1平方間(1歩)は36平方尺であるから，0.146歩に6を掛ける代りに36を掛けるべきである．

また『割算書』の答284.166歩が正しくて，『算用記』の284.146歩は誤っている．(2)(3) の計算で，小数多桁をとって，

$$9.1666666\times 31=284.1666646$$

とすべきである．

このように見てくると，毛利重能には『算用記』を悉く作り直す志しはあったが，完成はみなかった．殊に巻末が不完全であることを考えると，天は重能に時をかさなかったか．『割算書』の出版された元和八年(1622) は切支丹弾圧の最高潮に達したときである．切支丹の嫌疑ある百川治兵衛(1550～1638) はこの年佐渡に逃れた．初期和算に影響を与えたと思われる宣教師スピノラ Carlo Spinola (1564～1622)はこの年に没した．(富士論叢32巻158頁)何かわれわれに知られない事件があったか，事，切支丹に関する限り，最早や知るべくもない．

重能はこの書の出版を，知音富小路通讃州寺町の市兵衛尉に托して姿をかくした．市兵衛は武村市兵衛であろう．武村市兵衛は万治元年(1658)には榎並和澄の『暦学正蒙』を，承応二年(1653)には和澄の『参両録』を，また寛文十一年

(1671)には田原嘉明の『素問入式運気論奥』を出版した書肆である．（山路実著,『割算書の本書名を探る』,昭和57年）

『割算書』はその後，寛永四年と八年に重版されたが，何んらの訂正も見られなかった．

（昭和62年10月2日受理）

(116−2) 経歴不明の和算家

平山 諦

『数学教育研究』（大阪教育大学数学教室発行）第16号（1986）の中村正弘の論文の1節「経歴不詳の顕官ヴィエタ」は興味があった．ここに言うヴィエタは代数記号をはじめて導入した16世紀のフランスの大数学者である.サリヴァンの『近世数学史』を引用して言う．

「フランキスクス・ヴィエタは1540年にポアトゥのフォンタネ・ル・コムトで生れ，1603年にパリで亡くなった．最初法律学を学んだが，1567年にこの職業を放棄し，のちレンヌ最高法院議員になり，1580年にはパリ大審院の請願部長官に就任し，以後いろいろ歴任して死に及んだ．故に彼は数学専門家ではなかった．しかし非常に多くの時間を書斉裡にすごし，時には幾日間も部屋に閉じこもって，ほとんど寝食を廃することがあった．とくに1580年以後は，自分の時間の大部分を数学に費したようである」

この記事に対して，中村はヴィエタはアンリ4世の秘書となり，スペインの外交暗号を解読したことを付け加えている．

当時，西欧はスペインを最強国として混乱のるつぼと化していた．暗号解読は秘密諜報戦争の一端である．第2次世界大戦の裏側では，戦争目的のコンピューターの開発，水爆の研究などに優れた数学者が駆り立てられたのを見せつけられている．ヴィエタが暗号解読の秘密任務に就いたとすると，経歴が不明になるのも当然だ，と中村は述べている．

ヴィエタの場合と事情は違うが，和算家のうちにも，優れた業績を残しながら，経歴不明の人が幾人もいる．そのうちの1人は鈴木円である．この人について，『明治前日本数学史』巻四168頁に次のようにある．

「鈴木円，また央ともいう．通称録之丞，政辰ともいう．高久守静の門弟である．容術新題を著す」

しかし，鈴木円を央といい，通称録之丞，政辰という，とあるが，これが同一人物である確かな根拠はない．林鶴一も同一人と述べたこともあるが，林の最も晩年の論文（『林鶴一博士和算研究集録』上巻912頁）に次のようにあるのが本音である．

「数学秘訣と題する写本四冊あり．狩野亨吉博士はこれを鈴木央の著作なりとす．鈴木央とは鈴木政辰のことなるか．本書中に屢々鈴木政辰写之とあり．一見してその雑記帳なることを知る．政辰はまた後鈴木円といいたるか．」

『数学秘訣』には3次方程式の解法（公式による）が述べてある．和算書の中で異彩のものである．

鈴木の名を央としたほかに，円，政辰，録之丞としたのは，それぞれ次のような別々の根拠からである．

綴込六種（東京大学），鈴木円
算法奇賞上巻解義（東北大），鈴木円編集
方円数理（学士院目録470頁自筆），鈴木円編
算題象形類五十問解義（東北大），鈴木政辰編
精要算法解義（東北大），鈴木政辰編
増刻神壁算法解義（東北大），馬場正統教授・鈴木政辰編
異形同術解義（院目録68頁），鈴木録之丞編
算法浅問抄解義（東北大），高久謙次郎教授，鈴木録之丞編
続算小筌解義（東北大），高久謙次郎教授，鈴木録之丞編

増修日本数学史には一貫して鈴木円としている．515頁には「余嘗して，これを正統の門人なる鈴木円に聞きたることあり」とあるから，遠藤利貞は鈴木円と知り合いであったことを示している．648頁は，鈴木円は明治11年に『容題新題』を出版した，とある．

明治3年(1870)に浜名湖畔の諏訪神社に「鈴木録三郎政辰」として算額が奉納された．録之丞ではない．内容もむずかしいが，実に立派な額である．2，3年前この額が浜松のデパートに展示されたことがあった．政辰はこの近くの人であろうかと探じたが，まだ何処の人もわからない．

明治10年は東京数学会社が設立されるや，鈴木円はむずかしい和算の問題を投稿している．『林鶴一和算研究集録』下巻118頁などに『啓廸算法指南大成』（安政2年1855）に司天家都講鈴木円の序あり，とあるがそうではない．司天

家都講鈴木図書とある．図書を円と同一人した理由はわからない．

以上のように，鈴木央，円，政辰，録之丞，録三郎，図書の関係は不明である．しかも，この人は何処の人とも，いつ生れたか，いつ没したかも不明である．しかし，彼の業績は後世に伝えられるべきものである．

（昭和62年7月18日受理）

図　　書

法井八夫（編集ならびに著）『福島県伊達郡下の算額　特集
渡辺治右衛門算額　付記　鈴木忠義の芝愛宕山算額』
Ｂ５版，425ページ，自家版，昭和62年6月

編著者法井氏が本書のはしがきの中で

(1)　故きを温ねて，新しきを知ること
(2)　福島県の日本数学の中興の人，渡辺治右衛門一（かず）の算額の解説
(3)　数学を愛した当時の伊達男たちの算額紹介
(4)　江戸中期より明治までの日本人による数学の紹介と解説
(5)　やってみると新味があり，興味が湧く日本数学の素晴らしさ
(6)　伊達郡先人者の学術文化遺産の保存と現代人への活用を図る

と本書の主なねらいをあげている．

最近，数学史特に和算に関する出版が多くなってきた．実に喜ばしいことである．本書は3部からなり，さらに付記がついている．

先ず，奉掲算額の一覧表が付けられている．この一覧表には，本書○×頁，掲額先，奉掲場所，掲額者，年記，問題数，出典をあげている．終りに，「問題内容程度一覧表」として，№，問題番号，中・高・一般・特別という表がある．この表を作るのに，アンケートをとったとも思えないが，著者の感じで作った表であろうか．この一般とは，数学教師等を指し，特別とは難問題のことで，これはおよその目安で確たる分類ではないと註をつけている．

Ⅰ部　渡辺治右衛門一の算額

東都湯嶋天満宮算額　本文，術文式と現代
　解を入れている．全問解答入り．
土湯薬師堂　二本松坂上観音　会津栄
螺堂の4額12問の解答を行なう．そのあとへ註，いろいろな方の意見やら解法の説明があり，数学史の話がふんだんに載っていて大変参考になる．

Ⅱ部　伊達郡下の算額

梁川町大字八幡　　　八幡神社算額

川俣町字宮前	春日神社算額
梁川町大字粟野村	地蔵尊堂算額
国見町大字高城	高城国見神社算額
川俣町小綱木鎮守	八幡神社算額
飯野町西宮平	大宮神社算額
飯野町大久保字椿沢	水雲神社算額
飯野町青木	小手算額
飯野町明治字棚屋敷	地蔵尊堂算額
飯野町大久保字赤石	稲荷神社算額
飯野町大字飯野字鎮石地	毘沙門堂算額
梁川町二ノ袋	庭渡神社算額
国見町大字見田字宮の腰	水雲神社算額

以上18額71題を扱う.

III部　伊達郡内出身者の郡外(都，他県を含む)への算額

東京都	愛宕神社算額
二本松市亀谷町	坂観音堂算額
仙台市	横山不動堂算額
塩釜市森山	塩釜神社算額
相馬郡小高町	相馬大黒天算額
三春町亀井	三春六地蔵算額
東和町大字戸沢字足尾山	足尾大権現算額
松川町大字浅川	若宮阿彌陀堂算額
白河市字明神前	堺明神算額
東和町大字木幡	木幡弁財天算額
福島市立子山	篠葉沢稲荷社算額
福島市立子山	立子山八幡社算額
小高町	小高神社算額

以上16額36問の解答など.

付記　鈴木忠義の東都芝愛宕山算額

1額1問を扱う.

総計120題の膨大な解説書である.

解説を読むのはあまり気が進まぬという方もあろう．しかし，この註は何とも言えぬ味がある．一読を進めたい.

なを，本書は300冊自費出版．伊達郡国見町山崎字滝山原11の10　法井八夫氏宛に申しこめば，書籍小包送料300円だけで頂けると思う．8月群馬大学工学部で開催された「漢字文化圏とその近隣諸国の数学史・数学教育国際シンポジウム」の折，出席の希望者に差上げたもので，残部少々ありと思う.

(道脇義正)

板倉聖宣『かわりだねの科学者たち』

A5版　410ページ，　仮説社，1987年10月20日，3,200円

著者の板倉聖宣は仮説実験授業研究会の中で，魅力にあふれた理科の実験を通して，多くの小・中・高校生に理科の考え方を自分自身で工夫させようと努力している．その彼の目に留まった興味ある「かわりだね」の科学者たちを本書で紹介している．すでにだれもが知っているような狩野亨吉，長岡半太郎，小倉金之助なども入っているが，そろそろ忘れさられようとしている沢田吾一とか渡辺敏を紹介した功績は大であろう．中でも，受験屋として受験数学の面で広く知られた藤森良蔵の紹介はすばらしい事だと思う．目次は次の通りである.

第一章　妖怪博士・井上円了と妖怪学の展開
第二章　沢田吾一のこと
第三章　狩野亨吉のこと
第四章　長岡半太郎の仕事と生涯
第五章　小倉金之助・人とその思想
第六章　永海佐一郎のこと
第七章　藤森良蔵と考え方研究社
第八章　渡辺敏と三沢勝衛と藤森栄一
第九章　渡辺敏の一瓣百験と自由民権教育思想
第十章　渡辺敏とその時代

(下平　和夫)

群馬県和算研究会『群馬の算額』　A 5 版，314ページ，同研究会，
昭和62年3月31日，5,000円（送料500円）

本書は群馬県和算研究会が何年もの時間をかけて調査・研究・収集・記録した労作である．今回の書に収録したのは，現存74面（復元を含む），亡失86面である．

初めにグラビア写真入りで，9面（内一つは墓碑算題）が示されている．目次は次の通りである．

第一章　群馬の算額
第二章　群馬の和算家
第三章　群馬の和算家の系譜
第四章　問題の解説

「はしがき」「あとがき」を読むと，群馬県和算研究会の人たちがどれほど苦労を重ねたかがこちらにも伝わってくる．また，最後の「人名索引」はこの書をさらに使いやすくしている．申し込みは郵便振替「長野6－15586　大竹茂雄」で5,500円送金の事．

（下平和夫）

伊東俊太郎『数学の歴史Ⅱ 現代数学はどのようにしてつくられたか 中世の数学』
A 5 版，671ページ，共立出版，1987年9月25日，12,000円

比較数学史の一つの試みとして本書は出版されている．初めに，

序説　比較数学史の地平
1. 三上義夫と小倉金之助
2. シュペングラーの比較文化論と数学
3. 比較数学史の意図と枠組
4. 数学の五つの基本類型
5. 数学の文化社会学へ

とあり，伊東俊太郎により本書の編集の意図が示されている．目次だけでも相当な字数になるので，章の名前だけ紹介しておく．人名は執筆者．

第1章　ラテン世界の数学 ……… 三浦伸夫・佐藤徹・高橋憲一
第2章　アラビアの数学 ……… 三浦伸夫・鈴木孝典
第3章　インドの数学 ……… 楠葉隆徳・林隆夫・矢野道雄
第4章　中国の数学 ……… 川原秀城

なお「数学の歴史」（全10巻）のうち，以下は既刊である．

ギリシャの数学	彌永昌吉ほか	3,800円
中世の数学	伊東俊太郎ほか	12,000円
18世紀の数学	小堀　憲	3,300円
幾何学　Ⅰ	寺阪英孝	4,000円
幾何学　Ⅱ	寺阪英孝ほか	4,000円
解析学　Ⅰ	吉田耕作	4,500円

（下平　和夫）

大矢真一『和算入門』　A 5 版，205ページ，日本評論社，
1987年10月20日，1,800円

書名には「和算入門」とあるが「和算とは何か」という概論ではなく，和算書に書かれている計算や論理の進め方を初心者にもよくわかるように丁寧に説明している．目次は次の通りである．

1. 算木　2. 天元術　3. 容術　4. 点竄術(1)　5. 点竄術(2)
6. 算顆術　7. 点竄術(3)　8. 約術　9. 剰一術・朒一術

（下平　和夫）

小倉金之助研究会『小倉金之助と現代 ── 彼の理論をどう生かすか ──』
（第三集）　A 5 版，212ページ，教育研究社，1987年9月30日，
1,300円

岡部進，松宮哲夫，和田耕作，蔵原清人，阿部博行らによる小倉金之助についての研究は着々と進み，本書が第三集である．目次を紹介して，本書の紹介に代える．

小倉金之助と中等数学教育におけるグラフ教授の普及 ……………松宮　哲夫．
数学教育に関する広島での小倉金之助の講義（第二稿）── 新宮恒次郎ノートによる分析 ……………………………………………… 蔵原　清人
小倉金之助と民衆のための数学 ──「家計の数学」の今日的意義……………
……………岡部　進

林鶴一と小倉金之助 ……………………………… 和田　耕作
林鶴一・小倉金之助略年譜 ……………………………… 和田　耕作
小倉金之助研究文献目録・第一稿（その３）……………… 蔵原　清人
小倉金之助ノート（一）……………………………… 阿部　博行
小倉金之助ノート（二）……………………………… 阿部　博行

なお，第一集は７８ページ，６５０円；第二集は１１２ページ，1,０００円である．申し込みは直接に教育研究社（〒171 東京都豊島区南池袋２－６－１０ TEL　０３－９８５－６８５６）へ．

（下平　和夫）

宮崎興二『プラトンと五重塔　かたちから見た日本文化史』
Ａ５版，２５４ページ，人文書院，１９８７年９月１０日，2,３００円

宮崎興二は種々の平面と立体の図形に関し，いろいろな組み合わせを考え，それらの関係を深く考察している．本書は宮崎の研究の一つの表れであるが，日本史の中に出てくる種々の図形について考察している．とにかく，興味深い著書であり，数学史ばかりでなく，数学教育の関係者にも是非読んでほしいと思っている．目次を並べる．

登呂遺跡に住む　勾玉を曲げる　卑彌呼に会う　天円地方を駆ける　古墳で生きる　古事記を疑う　夢殿で暴れる　蘇民将来をいじめる　六角堂をあばく　晴明ききょうが咲く　魔方陣を攻める　陰陽五行に迷う　五大を見る　曼荼羅を読む　五輪塔になる　プラトンに聞く　多宝塔をのぞく　宝篋印塔が悩む　火輪を持つ　賽の河原で遊ぶ　宝珠を食べる　和算で捜す　算額を塗る　十三仏を救う　切籠を切る　家紋が崩れる　五重塔に登る

（下平　和夫）

中山茂・石山洋『科学史研究入門』　Ａ５版，３５２ページ，
東京大学出版会，１９８７年１１月２０日，2,４００円

本書は，中山茂と石山洋により，世界各国の科学史研究の状態，研究機関，研究者，会議の持たれた方がのべられていてきわめて便利である．また，学会誌，研究誌，刊行物にはどういうものがあるか，ある分野を研究するにはどんな専門書があるか，どこの図書館へ行けば良いかなどがくわしくのべられている．

（下平　和夫）

松原元一『日本数学教育史Ⅳ数学編(2)』　Ａ５版，６９５ページ，
風間書房，昭和６２年１２月１５日，１５,０００円

本書は算数編であるⅠ，Ⅱ　それに数学編(1)のⅢに続いて書かれたものである．日本における算数・数学の教育史を現在に残る全ての資料にもとずいて，詳細に述べたものである．Ⅳで扱った内容は，女子教育や実業教育からはじめ，昭和の初期の数学まで，多くのページを使って述べている．数学教育史の研究者にとっては，貴重な書である．

目次は

XIV　学校令初期の高等女学校と実業教育
XV　「実業学校令」，「高等女学校令」の公布までの間の実状
XVI　中等教育の整備充実
XVII　「中学校令」時代初期の教科書
XVIII　形式陶冶論
XIX　数学教育改革運動（ペリー運動）
XX　数学教育改革運動が欧米諸国へ及ぼした影響
XXI　日本中等教育数学会の発足
XXII　数学教育改革運動がわが国に及ぼした影響
XXIII　中学校，高等学校，実業学校に関するその後の法令の改正
XXIV　大正中期から昭和初期までの教科書

なお，すでに刊行されたⅠ～Ⅲについては
『日本数学教育史Ⅰ，算数編(1)』　５４５ページ，14,０００円
『日本数学教育史Ⅱ，算数編(2)』　７４２ページ，16,０００円
『日本数学教育史Ⅲ，数学編(1)』　５６２ページ，15,０００円
である．参考までに紹介した．

（佐藤　健一）

115号訂正

『数学史研究』の115号について金子勉氏より訂正文が届きましたので，ご連絡致します．

頁	行	誤	正
3	3	鉄をへ，	鉄をへへ
	4	あつさとへ	あつさとへへ
9	5	後掲	別掲
15	2	なあ	なお
	9	Ｃにみられる	Ｃにもみられる
17	3	Ｄは金井町松林家蔵，Ｅは河原町諏訪町	Ｄは河原田町諏訪町

編集後記

このところ『数学史研究』はページ数が多くなっている．これは，投稿された原稿が多くなったためもあるが，印刷費の増額が認められたためでもある．

印刷方法も，近くタイプから写植に変る予定であり，そうなると，若干費用が増加する．本会の運営はすべて会員の会費によって賄っているので，増収は会員の増加に頼る他ない．数学史の研究家，愛好家など身近かにおりましたら紹介をお願いします．

英文の標題の未記入の原稿が多く，編集段階で，仮に書いて印刷へまわしております．必ず原稿の上へでも書いて下さい．

（佐藤　健一）

数　学　史　研　究

通　巻　116号（1988年 1月～ 3月）

発行所　日　本　数　学　史　学　会

東京都新宿区下落合１丁目７番７号（〒161）

富士短期大学科学史研究室

電話　東京（03）368−8826（出版部）

会　費　年額　7,000円

振　替　東京２−20022番

印刷所　トーコーワイス株式会社

東京都中野区東中野３−14−19 高田ビル３F

電話　（03）368−8232

東京・新宿・下落合１　電話 368-8826　振替 東京 8-157559

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN
NO.116

January — March, 1988

CONTENTS

ARTICLE

Toya Sheiichi; On "Jingoki" owned by the Yoshizawa-horizontally-written, no date of publication and old printing type. .... (1)
Hayashi Takao; Mind Reading-A Mathematical Game of Medievel India. .... (9)
Bai Shangshu; An exploration to Liu Xin's value of π from wang Mang's measuring Bronze Vessel. .... (24)
Onozaki Norio; On Muramatsu Shigekiyo. .... (32)
Hirayama Akira; On the position of Murahide Araki in the Seki-school. .... (37)
Kobayashi Tatsuhiko; On 'Tetsujutsu' in the annoted ancient laws. .... (44)

MBTERIAL

Liu Don & Kawahara Hideki; A Note on Mei Wending's Homeland. .... (48)
Hirayama Akira; Korean mathematical books. .... (53)

LECTURE

Michiwaki Yoshimasa; On the study of 'wasan'. .... (58)

MATHEMATICAL STUDY

Suzuki Fukuzo & Michiwaki Yoshimasa; On Hōdozi's "Sanhenhō" and Causey's inversion theorem. .... (62)

NOTE .... (78)

BOOKS .... (83)

Edited and Published by
The History of Mathematics Society of Japan
Fuji Junior College
1-7-7, Shimoochiai, Shinjuku-ku, Tokyo, 161, Japan

数 学 史 研 究　（通巻116号）　昭和63年３月25日
東京都新宿区下落合1-7-7　電 話 (03) 368-8826　日本数学史学会