ISSN 0386-9555

数学史研究

(通 巻 124 号)

1990年1月～3月

目　　　次

日本数学史学会

論　説

石田玄圭の暦学と『暦算全書』

小　林　龍　彦

1　はじめに

上毛の和算教育の開拓者として知られている石田玄圭（？～1817）には，医学・漢学の他に天文・暦学に係る研究がある.[(1)] 和算家が精密科学の一部であるこの領域に関心をもったのは，その精密性が詳細な計算によって得られると考えていたためと思われる．彼らの天文・暦学への関心は関孝和（1642？～1708）以前に始まっており，また関以後の和算家にとってはこれが必須の研究課題であったのではないか，と思わせるほど沢山の研究物を残している．当の石田玄圭も，時の和算家と同様に，『暦学小成』（天明８年刊：1788）の他に「授時暦精正」（天明元年：1781），「暦学小成秘伝」（年代不明）などの研究物がある．だが，暦書の刊行という点においては，地方在住の研究者としてその特異性が注目される.

ところで彼の主著とも言うべき『暦学小成』を読んでいくと，文中に『暦算全書』が引用されていることに気が付く．『暦学小成』でのこの暦算書の引用は，表面的には僅かに１箇所に過ぎない．しかし，これが解説書である「暦学小成秘伝」になると，『暦算全書』の引用は“暦算全書曰”或いは“暦算全書にみえたり”として８箇所にも渉っている．恰も『暦学小成』の暦論の基礎となっているかの如くみえる．また，石田が後年に著した「文亭随筆」（年代不明）の暦学についての記述中にも１箇所引用されている．このようにしてみると石田玄圭が『暦算全書』に少なからずの関心を持っていたことが伝わってくる.

石田の『暦学小成』に『暦算全書』が引用されていることは早くから指摘されていたが,[(2)] これが『暦算全書』のどの部分からの引用であるかの研究は皆無である．そこで筆者は，この小稿において石田玄圭の暦学者としての思想を理解する一助として，『暦算全書』の内容とこれを比較検討し，更にその結果について若干の論評を加えることにした.

2　『暦算全書』及び『暦学小成』・「暦学小成秘伝」について

『暦算全書』と石田玄圭が重なり合う部分について比較をする前に，『暦算全書』と『暦学小成』の歴史的位置付けについて，僅かでも述べておく必要があろう.

『暦算全書』は，中国清朝の暦算家である梅文鼎（1633～1721）の死後，梅氏の著書を

彼の孫や弟子が編集し，雍正元（1723）年に刊行された．これがわが国に輸入されたのは享保11（1726）年のことで，『暦算全書』の出版から僅かに3年後のことであった．輸入後直ちに，8代将軍徳川吉宗の命を受けた建部賢弘（1664～1739）や中根元圭（1672～1734）の手によって翻訳作業がなされ，そして享保13年には一応の完成を見たという.[(3)] 以後この『暦算全書』は，江戸時代の天文・暦算家によって，西洋の天文・暦学を理解するための重要な文献として広く読まれた．勿論，石田玄圭のような，暦算に関心を持つ和算家たちにも深い影響を及ぼしたことは言うまでもない．

この『暦算全書』の内容構成は“法原”・“法数”・“暦算”・“算学”の四部からなっており，天文・暦算については“暦算”のなかで触れられている．今“暦算”のなかで議論をしている内容総てを紹介することは煩雑になるので，ここでは取り上げないことにする．

一方，石田の『暦学小成』は天明8年に刊行されたとされる（序は天明7年）.[(4)] つまり，本書の出版は『暦算全書』の伝来後，半世紀以上が経過してからである．何故にこの時期に石田玄圭が斯様な暦算書の出版を思いついたのか，この点が一つ問題となる．其の理由を彼の序文に求めてみると，

“授時暦，獨不用積率日法，實易簡之善術也．恒自成童嗜数藝，嘗以授時暦，推測今時，間所不合也．要之非拠地隨，”

とある．この序文から石田が授時暦を能く学習していたことがわかると同時に『暦学小成』刊行の一理由が，授時暦による予測が彼自身の実測と不合であったためと解される．石田はこのように授時暦の不備さを指摘・批判しつつも，その立場は全く授時暦に依拠していた．例えば，天球上の恒星の位置を表わす“赤道宿度”を視ると，365度25分及秒を総数とした授時暦の値がそっくりその儘採用されることでも理解される.[(5)] しかしその一方では，実測と合わない部分を修正するために，その他の暦算書を参考にして授時暦の不備な箇所を補おうとしている．この様な石田の折衷的な態度は『暦学小成』の凡例中に明瞭に示されている．以下にそれを示しておこう．

一，此書（筆者註：『暦学小成』のこと）依授時暦法，兼取諸家之説．有新立法者，有改法者，学者詳諸．

一，授時暦赤道宿度，校今之天，雖已有小異同，未得精測．故姑従授時暦之宿度為準．

一，此書所載者，暦之最要，而切於日用者而已，其佗就授時暦，而求之可也．

凡例中に石田が言う諸家之説を総て明らかにすることは不可能であるが，このための参考文献と成ったものが，どのようなものであったかは「暦学小成秘伝」のなかから引き出すことが出来る．同様にそれらを列挙してみよう．

『授時暦』，『宝暦甲戌元暦』，『貞享暦』，『論語』，『周髀算経』，『詩経』，『括要算法』，『授時暦経』，『天文成象図』，『授時暦發揮』

勿論，これらの参考文献の中に『暦算全書』が含まれることは言うまでもない．また「文亭随筆」にも暦算に係わる彼の考え方や観測の実測結果が示されている．当然ながら、自分の考えを補強するために，ここにも幾つかの暦算書が引き合いに出されている．これらも上記凡例中に言われた諸家之説に該当すると思われる．依って同様に列挙しておく必要があろう．当然ながら，ここでは暦学に関係する文献のみに止めて置いた．

『或問』，『三正俗解』，『授時暦』，『薩摩暦』，『暦算全書』，『授時暦諺解』，『時憲暦』

このようにしてみると，石田玄圭にとって『暦算全書』は『授時暦』とその周辺の解説書と並んで，かれの暦学研究のための基本的な参考文献であったことが分かろう．しかし，石田玄圭が，自からの暦学研究において，『暦算全書』を如何に利用したかについて詳細に調査してみると，この暦算書の占める位置は単なる参考文献と言う枠の中に納めてしまうことが出来ないことに気付かされる．そこで、続く次の章ではこのこと中心に据えて議論することにしょう．

3　石田玄圭の暦学における『暦算全書』について

では具体的に，石田玄圭の暦学研究にとって如何に『暦算全書』が重要な文献であったかを理解するために，石田の暦学の中でこれがどのように用いられたのかを検討することにしよう．まず，「暦学小成秘伝」に現れる『暦算全書』についての記述から取り上げて見てみることにする．ただし，文頭の番号は筆者が便宜的に付けたものである．

①十六万八千云々□是暦算全書に見えたり.[(6)]

②土王策□暦算全書に一名貞策．是歳周を五行に配し，それを又四時にわかち，其内気策を減したる余なり.[(7)]

③求盈縮差別術□暦算全書曰，按平差立差定差之法，古無其術乃郭太史所創.[(8)]

④冬至赤道日度□此術暦算全書に出たり．此段授時暦経は甚迂遠地．用べからず[(9)]

⑤黄赤道率□是亦暦算全書に見えたり．曰，箕宿度在冬至前，而今用至後立成者，赤道変黄道之率．至前より至後本同一法，故可通用地．大致より縮末盈初二限，共一加分積度者同理．又曰至後従冬至順数，至前是従冬至逆朔，其距冬至度，同則赤黄之変率不異といへり.[(10)]

⑥交積度□暦算全書曰，若算有法数，太多者則変為簡法，両次除謂之切法．注七度以下者云々.[(11)]

⑦定用分□暦算全書曰，大統暦法日食には行度八百二十に七を因して五千七百四十を用ゆ．月食盈行度八百二十に六を因して四千九百二十を用たり．其説曰，日體不満一度，

大約為十之七耳．月行限得八百二十分，其十之七，則五百七十四分矣．故以五百七十四分乗之云々．[12]

⑧帯食□暦算全書曰，凡日出入分，在初欠以上復円以下，是為帯食而出入也．大統暦訛為初欠以上食甚以下，求之暦経．亦復仍訛といへり．[13]

上記の８箇所が「暦学小成秘伝」に見える『暦算全書』についての引用部分である．今，これらが『暦算全書』のどの部分から引用されたものであるかを調べてみると，以下のように指摘できる．

① 残念ながら，筆者はこの数字がどこから引用されたものであるかをまだ確認できないでいる．

② 『暦算全書』の「暦学駢枝」巻一歩気朔用数六[14]を見ると，ここには“按土王策，一名貞策，以五除之得七十三日０四五八，為一歳中五行分王之日数．又為實，以上四除之、得一十八日二六二一二五，為毎季中土王日数、内減気策，得余三日０四三六八七五　為土王策．”とあって，この部分の全くの引用であることが分かる．ところでこの部分は『暦学小成』の“推五行用事”の説明事項ときわめて類似している．

③ 『暦算全書』の「暦学答問」巻一平差立差[15]を見ると，“按平差立差定差之法，古無其術，乃郭太史所創．”とあって，この部分のその儘の引用である．この箇所は冬至から夏至，夏至から冬至までの一日の太陽の行定度を求めるものである．「暦学小成秘伝」の中に示された計算は，関孝和の『括要算法』の累載招差術によっている．

④ この項は，任意の歳の冬至における天球の赤道上の太陽の位置を求めようとするものである．『暦学小成』の“推冬至赤道日度”に著された術文は，[16]

距算×歳差－日点箕宿度＝天正冬至日点赤道宿度

である．ただし，歳差は一年に0.015，箕宿度は二度六十三分半である．

石田はこの式を『暦算全書』に求めたという．そこで，『暦算全書』の「暦学駢枝」巻二の日食通軌の推歳前冬至天正赤道宿次度分法[17]をみると，“按歳差者，日行黄道之度，所毎歳遷徒不常者也．…故以距算乗歳差而．得所差之数以減箕宿十度…”とある．ただし，歳差は一分五十秒．

⑤ 『暦算全書』の「暦学駢枝」巻二日食通軌の黄道立成[18]を見ると，“箕宿度在冬至前，而今用至後立成者，赤道変黄道之率．至前与至後本同一法．故可通用也．至後是従冬至順数，至前是従冬至逆朔，其距冬至度同則赤黄之率不異．大致与縮末盈初二限，共一加分積度者同理．”とあって，ここも『暦算全書』その儘の引用である．ところで「暦学小成秘伝」のこの項は続けて次にように述べている．“故に今只三度載するのみ”．この三度がなにを意味しているかを調べてみると，次のような事実が明らかになった．石田の『暦学小成』の黄赤道率[19]を見ると，ここにはつぎの表が載っている．

黄道積度	度率	赤道積度	度　率
初度	一度	初度0000	一度0865
一度	一度	一度0865	一度0863
二度	一度	二度1728	一度0860
三度	一度	三度2588	一度0857

そして，“原有九十一度，今只用三度者，暦元冬至日点在箕宿度二度六十三分半，故也”と続けている．この黄赤道率については，実は『暦算全書』の「暦学駢枝」巻二日食通軌の黄道立成に載る黄道積度の初度から十度までの数値をそっくり使っているのである．『暦算全書』のほうにも“按黄赤道交率立成、原有九十一度，今只用十度”とあって，石田は全く『暦算全書』に倣ってこの数値を使っているのである．なお，『暦算全書』の「暦学駢枝」巻二日食通軌の最後には，黄赤道立成として初度から九十一度までの表が載せられていることは言うまでもない．

⑥ この部分は石田の『暦学小成』の本文で引用されているところと関連するので，そこで触れることにする．

⑦ 『暦算全書』の「暦学駢枝」巻二日食通軌の推日食定用分法[20]を見ると，“五千七百四十分乗者何也．先求日食分秒句股開方等率，皆就日體分為十分，其實日體不滿一度，大約為十之七耳．五千七百四十者，七因八百二十也．月行一度，得八百二十分、其十之七，則五百七十四分矣．故以五百七十四分乗開方為實…”とあって，この部分も全く『暦算全書』の中からの引用である事が分かる．

⑧ 『暦算全書』の「暦学駢枝」叙凡の刊誤[21]を見ると，“凡日出入分，在初欠以上復円以下，是為帯食而出入也．今則訛為初欠以上食甚以下，是得其半而失其半，求之暦経．亦復仍訛”とあって，この部分からの引用は明らかであるが，見ての通り若干の省略が有る．

続いて『暦学小成』における引用を見てみよう．先にも触れたように本書での引用は僅かに一箇所である．それは“求交積交常交定度”[22]において，謙虚な表現としての割註で用いられており，次のように述べている．

暦算全書曰，交定度在七度巳下者，数雖在正交限度下，實則為陽暦交後度也．宜加交正為交定度矣．

この部分については，やはり，『暦算全書』の「暦学駢枝」巻二日食通軌の推日食在正交中交度[23]を参照したようで，

視交定度分，在七度巳下三百四十二度巳上者，為食在正交。如在一百七十五度巳上二百二度巳下者，為食在中交．

とあるものを，上記のようにまとめてあらわしているが，ここには梅文鼎の暦理の強い影

響を感じ取ることが出来る．更にこの箇所を「暦学小成秘伝」より探ってみると“保井春海先生曰，十三度巳下者加交正為交定度貞享暦に見たり．此段授時暦経より貞享暦精也．”と述べており，[24] 他の暦書と比較したうえで『暦算全書』に著された数値を使おうとする石田の姿勢が窺える．

さて最後に，「文亭随筆」に引用される『暦算全書』について紹介しておこう．ここには，如何に石田玄圭が『暦算全書』に傾倒していたかという事実が隠されている．この事実は石田の暦学に対する態度を考えていくうえで意味の有る資料と思える．その「文亭随筆」の16丁目には24節気ごとの表影の長さを記録している．やや長くはなるが原文をその儘にしてあげておこう．

〇官暦の終に立表測景定節気とあるは，冬至夏至前後十日はかり毎日表を立景を測て二至を正して算数を以恒気を定たるものなり．今算法を不用して節気を知術在。北極出三十六度の地に在て壱丈の表を立，其景をはかるに冬至には其景一丈六尺九寸八分也。
小寒と大雪と其景同各壱丈六尺四寸三分となる也
大寒と小雪と其景同じ皆壱丈四尺九寸三分也
立春と立冬と其景等し皆壱丈二尺九寸八分也
雨水と霜降と其景同じ皆壱丈零九寸二分也
啓蟄と寒露と其景同じ皆八尺九寸八分也
春分と秋分と其景同じ皆七尺二寸六分也
清明と白露と其景同じ皆五尺八寸なるなり
穀雨と処暑と其景同じ皆四尺五寸五分なり
立夏と立秋と其景同じ皆三尺五寸八分なり
小満と大暑と其景同じ皆二尺八寸三分なり
芒種と小暑と其景同じ皆二尺三寸七分なり
夏至は其景極短く二尺二寸二分也．是暦算全書に測出す所也．日本江都北極出地正三十六度也．皇都は三十五度半強半強大率七分五厘と是保井春海の測定る所也．然は江戸より京都までの間東海道中仙道筋の国々は右の表景に多分の相違は有まじき也．

内容は読んで明らかな通りであるが，ここには石田が表影の長さについて，かなり自信を持ってその数値を挙げていることに気が付く．そして此が『暦算全書』によるものだとはっきりと断言している．そこでこの元を調べてみると，驚くべきか石田自身が断言するとうり『暦算全書』からの全くの引き写しであることが判った．『暦算全書』の「揆日候星紀要」巻一四省表影立成の四省直節気定日表影考定[25]をみると，立表を十尺として，24節気における北直，江南，河南，陝西の表影の長さが出されているが，先の「暦学小成秘伝」の表影の長さは陝西の値と全く一致している．そして，『暦算全書』では24節気毎の四省

の表影の表に続いて次のように述べている．

“右表影，皆以直省城内為準，付近二百里内外可用，其餘州県各各不同．須以彼処北極高度定之”

石田が何故，陝西の表影の長さをその儘に“算法を不用して節気を知術”としたかであるが，これについてはやはり『暦算全書』の同書の求日影法[26]に，京師（即ち北直）四十度、…陝西三十六度，…河南三十五度，…江南三十二度，…と中国各地の緯度が載せてある．ここの陝西三十六度とすることが“日本江都北極出地正三十六度也．“に繋がっていたのであろう．これは「暦学小成秘伝」の北極出地の解説において“日本諸国北極の高下は保井春海先生の天文成象図に出たり”とすることからも確信を得たものと思われる．更に江戸と上州との緯度の差は『暦算全書』が“付近二百里内外可用”（即ち中国里で約115km）ととしてこの表景が融通できる範囲を示していたことが，尚更，石田玄圭に意を強くさせたものと思われる．

4　まとめ

石田玄圭は群馬県前橋市を中心に活動した和算家である．しかし，本来の仕事は医者であり，暦学研究は余技であったといえる．とはいえ暦算への傾倒は並々ならぬものがあった．石田はしばしば江戸に行き，師の藤田貞資（1734～1807）から算学や暦学を手ほどきされていたようである．[27] おそらく『暦算全書』に関する情報はこの方面からであったと考えてよいであろう．

確かに石田は『授時暦』の暦理をよく理解してはいたが，その一方では，『暦算全書』も作暦のための重要文献として活用した．その在り方は単なる参照の枠を越え，基本的な数値や式をその儘使うという姿勢である．しかもその引用の仕方は全く無批判であり，当時国内に流布していた『授時暦』の解説書に対する批判と好対照を成していることには驚かされる．

では，石田が『暦算全書』に載る式やデーターを用いることで，かれの暦論が揺るぎないものとして形成されたかとなると，これには消極的な評価をあたえざるを得ないだろう．「文亭随筆」を読めば，天明９年に起きた日食の時刻と食分が官暦と異なるのを指摘し，そして『暦学小成』に載せた数値での推歩が正しいともいい，結果として改暦の必要を説いている．[28] だが其の一方では、彼の作暦の技量は怪しく，作暦の根本とも言うべき一年の長さを修正して計算しようとする態度が見えている資料も存在する．[29] この事実は彼自身の暦学への不信の表明に他ならない．そしてまた，先の観測の記録を以ってして，石田が天文・暦学の常道とも言うべき継続的な天体観測を行なっていたとするのも早計であろう．『暦算全書』のデーターをその儘で利用していることからして，殆ど観測は行なっていなかっ

たのではないかという疑いさえ起こってくる．このような思いを強くさせるのが『暦学小成』の彼の序文のなかの一行である．そこでは石田は“…於是乎方技之暇，苦心精思、参考諸家，似私有所得，以推歩今日，…而雖不中不遠矣．…”と吐露している．つまり自ら日常的且つ精密な観測をして作暦をしたのではなく，諸家の理論をあれや是やと検討して，己れの結論に類似するものを採用したのであり，其の結果は当たらずとも遠からずであろうとはき捨てるのである．これが石田玄圭の暦研究の到達点であったのではないだろうか．嘗て丸山清康氏が石田の暦学を余り高く評価してはいないと指摘したことがあるが，[30] 全く頷ける見解である．

しかし筆者は，石田玄圭の暦学の限界を感じながらも，彼が『授時暦』の研究だけに没頭するのではなく，Tycho Brahe の天文学も組み込んでいる『暦算全書』を活用しようとした姿勢に，因習的な暦学者とは異なった新鮮な雰囲気があることも感じている．それは石田が官暦の批判を，慎ましやかでは有るが，自著の中に残していることと共鳴してくる。この小編は特に『暦算全書』との比較という点に重点を置いたので、この辺の所は後日議論をしてみたい．と言うのは，石田玄圭が『暦算全書』以外の漢訳西洋天文暦書を参照している可能性があるからである．

参考文献

(1) 小林龍彦：“石田玄圭とその門人について”，『桐生史苑』，昭和55年，第19号，pp．48～56.
(2) 丸山清康：『石田玄圭伝』，総社町郷土趣味の会，昭和26年，p．17.
(3) 蜂屋定章の『円理発起』(享保13年) における中根元圭の序文には“余時来東都，奉教訳暦算全書，畢功且西帰，云々．享保戊申　平安平章元圭書”とあって明らかである．
(4) 小林龍彦他：“関流五伝　石田恒玄圭について”，『群馬大学教養部紀要』，第15巻，1981年，p．225.
(5) “暦学小成秘伝”、第８丁.
(6) 同書，第２丁.
(7) 同書，第３丁.
(8) 同書，第５丁～６丁.
(9) 同書，第９丁.
(10) 同書，第９丁.
(11) 同書，第15丁.
(12) 同書，第16丁.
(13) 同書，第16丁.

(14) 同書，第６丁.
(15) 同書，第33丁.
(16) 同書，第９～10丁.
(17) 同書，第10丁.
(18) 同書，第12～13丁.
(19) 同書，第10～11丁.
(20) 同書，第26～28丁.
(21) 同書，第４～５丁.
(22) 同書，第18丁.
(23) 同書，第13～14丁，
(24) 同書，第15丁.
(25) 同書，第13丁.
(26) 同書，第７丁.
(27) 小林龍彦：“薩摩暦について”，『数学史研究』，1981年，通巻89号，pp．1～4.
(28) 同書，第13～14丁.
(29) 丸山清康：『上毛の和算』，みやま文庫，昭和47年，pp. 209～210.
(30) 前出：『上毛の和算』，p．210.

(平成元年10月10日受理)

論　　説

中国の「圭表」の考察

──清朝十尺の「圭表」についての仮説──

城地　　茂

西洋の数学が哲学と密接な関係があったように，中国の数学は天文学と不可分な関係にある．有名な数学者，例えば，祖沖之（註１），王孝通（註２），李淳風（註３），秦九韶（註４），梅文鼎（註５）などは，いずれも天文学上の業績を残している．そこで，中国天文学の二つの潮流の一つである蓋天論，および，その基礎となった中国最古の天文機器ー圭表の研究を通して，中国天文学，数学の特徴を探ってみたい．本論では，特に，清朝の十尺の圭表を分析し，そこから清代という時代の文化史上の位置を考えてみたいと思う．

Ⅰ　「圭表」の構造と機能

「圭表」は，中国文明（黄河文明）最古の天文観測機器であるが，その構造は極めて簡単である．まず，垂直に８尺の棒を立てる．これが「表」である．この「表」で太陽の影の長さを測るのであるが，その物差しが「圭」である．後世には，正確に測定するために，水準器も付属した「圭」もある．

「表」が８尺であるのは，正確に垂直に立てるためと考えられる．つまり，最も簡単な整数比の直角三角形は３：４：５なので，このような比率で作った定規のようなものを二つ組み合わせれば，容易に垂直が決まるからである．また，天を意味する「表」が身長より低いというのは不都合であるし，弦を区切りのよい１丈（10尺）にするために，６尺：８尺：10尺としたと考えれば，「表」が８尺であることは容易に理解できよう．

太陽の影の長さを測る「圭表」には，『中国天文学史』によれば（註６），次のような機能がある．

①方向を定める

②季節（節気）を知る

③時刻を知る

④宇宙論の構築

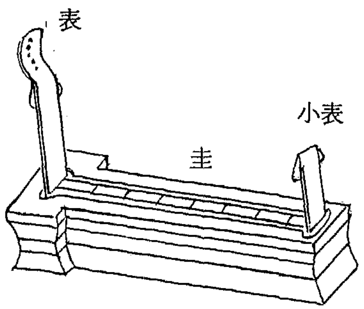


図１　清朝の十尺の圭表

①の方向を定めるというのは，Indian Circle Method として知られている方法である．中国では，それより古く，『周礼・考工記・匠人篇』に既に記載がある．これは，先ず，午前中の任意の時間に影の長さを測り，この点をaとする．a点を通り，「表」oを中心とした円を描く．次に，午後に影の先がこの円と一致した点をa'とする．aとa'を結べば，正確に東西が決まるというものである．

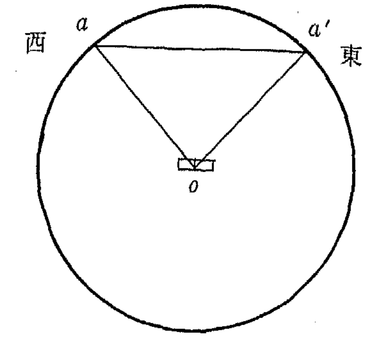


図２　圭表による方向の定め方

②の季節を知るというのは，毎日，南中時に影の長さを測り，１年で影の最も短い日が夏至であり，最も長い日が冬至となるというものである．

また，これら以外にも，影長によって季節が分かる．試みに，地球の公転軌道を円と仮定して計算してみよう．

春分点を０度として，地球が公転軌道上x度にあるとき，太陽が赤道から離れる角度zは，黄通傾斜角をεとすれば，

$$\frac{\sin x}{\sin 90^\circ}=\frac{\sin z}{\sin \varepsilon}$$

$$\therefore \quad z=\sin^{-1}(\sin \varepsilon \cdot \sin x)$$

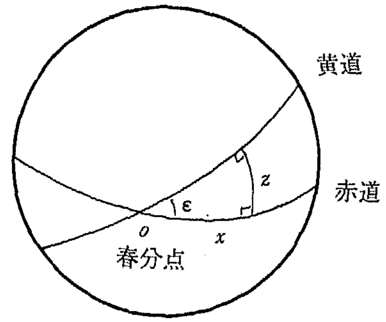


図３　太陽の天球上の運動

となる．したがって，緯度ϕにおける太陽の南中高度eは，

$$e=90-\phi+z$$
$$=90-\phi+\sin^{-1}(\sin \varepsilon \ \sin x)$$

となる．ここで，高さbの「表」を立てると，その影の長さyは，

$$y=b\cdot \cot e$$
$$=b\cdot \tan\left[\phi-\sin^{-1}(\sin \varepsilon \cdot \sin x)\right] \cdots\cdots (1)$$

で表すことができる．

③は，日時計として，独立した機器になるので，細かい説明は省略する．

④の宇宙論とは，地球の大きさや太陽までの距離を求める機能である．蓋天論と呼ばれるもので，『周髀算経』にあるように，夏至の影の長さが１尺６寸となる地点（緯度）を世界の中心，「地中（註７）」と考えている．そして，南に1000里行くと影の長さが１寸短くなるので，１万6000里南が太陽直下になると計算し，さらに，比例計算から太陽高度が８万里と計算している．しかし，これらは地球が平面であり，しかも，三角関数が一次式になるという仮定での計算であり，直観的な宇宙論と言えよう．

Ⅱ　十尺の「圭表」の二つの仮説

現在，南京の紫金山天文台に保管されている「圭表」は，清代に公式に使用されていたもので，青銅製で装飾が施されたものである．周公が定めたとされる伝統的な８尺のものとは，

1　高さが10尺であること

2　「圭」の北端に直立した「小表」があること

の２点で異なっている（註８）．『大清会典』にその詳細な記述があり，これによると，明の正統７年（1437年）に８尺（明尺）の「表」として製造されている．これを清の乾隆９年（1744年）に「表」高10尺（清尺）に改造したものである．従来の「表」の上に継ぎ足した形跡が，現在でも確認できる．「圭」の方は改造した形跡はなく，長さ16尺５寸（清尺）であるから，明代に製造した時は15尺（明尺）として設計されたようである．(註９)．そして，この「圭」の北端に「小表」３尺５寸（清尺）が立っている．

まず，この「小表」から考えてゆこう．これは，冬季に影が伸びたとき，「圭」に収まりきれない場合がある．そこで，「圭」の北端を立てて，影の高さを読み取り，これを換算して測定するというものである．尚，観測記録には，「小表」に影が達したときでも「圭」に換算した数値を記録している．

この方法では，「小表」の観測値を実際の影の長さに換算しなければならず，求める影の長さyは，「圭」の長さをg，「表」の高さをb，「小表」上の測定値をxとすると，

$$y=\frac{gx}{b-x} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

となり，単純な比例計算ではあるが，計算が複雑になるだけで，「小表」の利点は考えにくい．「小表」設置の目的は何だったのだろうか．

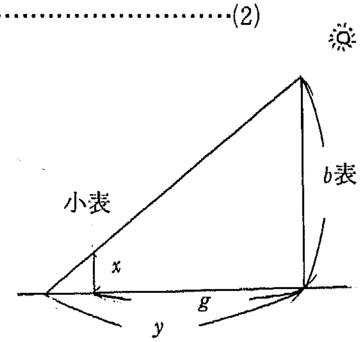


図４　小表から圭への換算

ここで，この「圭表」が製造された明代の歴史を考えてみよう．明は，朱元璋が蒙古族の支配に抗して1368年に革命を起こし，南京を首都として建国された．しかし，その子の建文帝のときに，叔父の永楽帝がクーデターを起こし，1421年に北京に遷都したという歴史がある．このことが，「小表」の創設と結び付かないだろうか．

ここで，一つ目の仮説を述べてみたいと思う．

名前の通り，南京は北京の南にある．南京で，最も影が長くなる冬至での長さは，(3)式で，「表」の高さb＝８尺，南京の緯度$\phi=32.05°$，当時の普通傾斜角$\varepsilon=24.03°$，冬至

$x=270°$であるから，

y＝11.6271366尺

までしか到らない．

ここで，『周髀算経』の蓋天説によれば，夏至の１尺６寸の影長のとき，北へ1000里行った所では１寸長くなる．そこで，明代の技術者は，冬至のとき「地中」では影長は，１丈３尺５寸であるのだから，北へ1000里行けば８寸４分強長くなると考えたのではあるまいか．そうすると，北京－南京間は，鉄道の営業キロで1166km，約2900里である．したがって，北京では，14尺余りとなるはずであった．15尺の「圭」があれば充分と計算したとしても不思議はない．

しかし，実際には，(1)式に北京の緯度$\phi=35.55°$を代入した，

y＝15.9549375尺

まで影の長さは伸びてしまう．「圭」は既に完成してしまい，皇帝の親銘までもらっている．作り直すという訳にもいかない．そこでやむを得ず，「小表」を設けて測定出来るようにしたのではないだろうか．つまり，蓋天説に盲従し，「圭」の寸法を間違えたのではないかというのが，「小表」創設の仮説である．

次に，「表」を10尺にしたことを考えてみたい．このことは，８尺の「圭」で構築された蓋天論を顧みなくなったということであり，伝統的な宇宙論を捨て去ってまで10尺にした理由は何だったのだろう．

従来，その理由として，三角関数が伝来し，計算を簡素化するためとされていた（註10）．この計算とは，太陽高度の計算のことと考えられるが，太陽高度を測定するには，専門の機器が既に発明されている．郭守敬が13世紀に実用化している「仰儀（註11）」である．こうした機器があるのだから，「圭表」をわざわざ改造しなくても問題ないはずである．また，「小表」を「圭」の数値に換算する際にも，(2)式のｂを８から10に変えても，計算がさほど簡単になるとは思えない．

そこで，二つ目の仮説を述べてみたい．これは，「小表」を利用しようとしたのではないか，という仮説である．

(1)式でｂ＝10，$\phi=35.55°$，$\varepsilon=24.03°$として，$y>15$となるxを求めると，

$225.194856°<x<314.805144°$

となる．つまり，大体，立冬（225°）から立春（315°）となる，という答えを得る．すなわち，二十四節気上での「冬季」に影が「小表」にかかるようになるということである．不便であった「小表」を逆用して，「圭表」の②の機能である，季節を知るという機能を強調するようにしたのではないだろうか，というのがこの仮説の骨子である．

ところが，「表」は清尺の10尺であり，「圭」は明尺の15尺である．そのため，今述べた

ような機能はこの「圭表」にはない．もしも，この仮説のように天文家が考えたとしても，明尺と清尺を混同するという失敗をしたことになる．「表」と「圭」が分離可能であったので，現場でその失敗に気が付かなかったのかも知れない．

「圭表」が南中時のみ測定するようになって機能は①は失われ，日時計として独立した機器が生まれ機能③も無くなった．そして，「表」の高さを10尺にするというのは，８尺での影で構築した宇宙論との訣別を意味する．したがって，10尺の「表」とは，残る季節を知るという機能を強化したものと考えた方が理解し易いのではないだろうか．

Ⅲ　清代の文化史上での位置

「圭表」が８尺から10尺に変えられたというのは事実であるから，宇宙観が変化したのは確実である．これは，古代黄河文明の受容の態度が変化したと言ってよいだろう．すなわち，明代が伝統を尊重して遵守したのに対し，清代はそれを改良，応用したのである．つまり，清代に，大きく時代の思潮が変わっていると言えよう．

数学でも，橋本敬造教授が指摘する（註12）ように，明代と清代では，計算方法が珠算から筆算へと大きく変化している．算術が主体である中国数学にとって，このことは，画期的な大変化である．数学と天文学の密接な関係を考えたとき，変化がどちらかだけという方が不自然と言えるかもしれない．

自然科学史の分野でこのような変化が見られるにもかかわらず，明清は文化的に同一視されることが多い．清代が明代の延長であるという位置付けになっているのである．しかし，自然科学だけが他の文化とは全く独自なものとするのは不自然である．数学，天文学以外の文化が，明代と清代は同様なものなのか，もう一度確認する必要があるのではないだろうか．清代が従来のものとは異なった地位の得る可能性もあるだろう．

（註）

1　429～500年．円周率を計算した『綴術』の著作がある．また，初めて歳差現象を取り入れた『大明暦』を作る．

2　７世紀．初めて３次方程式を解いた『緝古算経』を著す．この中にも，天文学関係の記述もあり，また，彼の職は，太史丞（天文台の次官）だった．

3　７世紀．『算経十書』に注釈を施す．このとき，太史令（天文台の長官）の職にあった．

4　13世紀．高次方程式の解法，剰余方程式の解法などを論じた『数書九章』を著す．このうち，剰余方程式の解法は，暦学上の必要性から考案されたと考えられている．

5　1633～1721年．中国に西洋式の筆算法を紹介した．死後に纏められた『梅氏暦算全書』は天文・暦学の研究として有名．

6　中国天文学史整理研究小組編著，『中国天文学史』，科学出版社，中国北京，1987年，ｐ．174．

7　「地中」の緯度は，夏至の影の長さが１尺６寸，冬至が１丈３尺５寸であるから，35.33度，すなわち，黄河流域となる．なお，このとき，黄通傾斜 $\varepsilon=24.02°$ である．

8　８尺以外の「表」には，『淮南子・天文訓』にあるような実在したかどうか不明であるが，10尺のものの記載がある．また，梁代の大同10年（544年）には，「地中」より南にある荆州（現在の湖北省江陵県）で，「地中」と影長を合わせようとして９尺の「表」を試みたことがある．元代には，相対誤差を少なくするために，８尺を５倍にした40尺の「表」が作られた（前出，『中国天文学史』，ｐ．177～178）．

9　明の１尺は，31.10cm，清の１尺は32.00cmである．（呉承洛，『中国度量衡史』，　商務印書館，1937年，ｐ．66）．

10　前出，『中国天文学史』，ｐ．177．

11　直径１丈２尺の椀状の機器．中心にピンホールがあり，太陽の像が「仰儀」の球面に投影される仕組みになっており，太陽の位置を観測する．

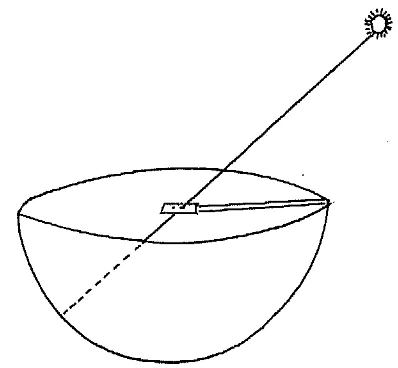


図5　仰　儀

12　橋本敬造，「梅文鼎の数学研究」（『東方学報』1973年44冊，ｐ．241）

論　説

ほっ，弗，拂について

平山　諦

百川忠兵衛が寛永十五年1638年に没し，寛永十八年には弟子によって遺稿『新編諸算記』が出版された．

その中に小数の単位，匁分厘毛糸忽……の糸を「ほっ」と呼んでいる．この一字が初期の和算が切支丹の宣教師の影響を受けた明瞭なる証拠となる．初期の和算は宣教師の影響を受けたと思われることは感じられたが，その証拠は何物も見出されなかった．

この事は，和算発生に関する重要なことであるから，少し詳しく述べたい．

1．『新編諸算記』(1641)

このことは，すでに『明治前日本数学史』巻一92頁に述べたが，ここに要約しておく．

本書の第12，金銀両替さんの条に「金百弐拾弐匁壱分八リン八毛七ほっ五」とある．同書には，その外にもある．「ほっ」は匁・分・厘・毛・糸・忽・微……の「糸」の単位に当る．ここに初めて，「ほっ」の字が出現した．同書下巻第39，ほりふしんの事に「壱間三尺欠欠六リ二毛五弁」とある．この「弁」はここだけ出現した．その後は算書には全く見られないから，弟子が出版した時の誤記であろう．

これより先に，元和八年1622に百川治兵衛の名で弟子に書き与えた『諸勘分物』の巻末に，後人の書き入れであるが，「九寸四歩九厘三毛六弗七」とある．ここでは「ほっ」は「弗」となっている．やはり「糸」の単位である．

『新編諸算記』の後には『新刊算法起』1652，『九数算法』1653，『参両録』1653，『算元記』1657，『円方四巻記』1657，『格致算書』1657，『四角問答』1658などの出版を見たが，「ほっ」「弗」の字は見当らない．

『新刊算法起』には『新編諸算記』の影響は認められるが，著者はその影響を隠すように書いている．

2．『改算記』(1659)

『新編諸算記』よりも18年も後になって，「ほっ」「弗」の影響が『改算記』に現われた．今度は「拂」の字になった．弗も拂も漢音では「フッ」呉音では「フチ」であるから，同じ発音の拂を当てたものであろう．しかし，どちらにも「ほっ」の音はない．どうして「ほっ」としたかは，後に意見を述べることにする．

さて，『改算記』は，大和郡山の山田正重の著で，『塵劫記』についで広く読まれた算書

である．その序文の書き出しは次のようである．

「改算記序．夫，世間に行る丶『塵劫記』という算書を見るに，事わずらわしくて，相違のみおほし．其後『亀井諸算』『参両録』等の諸書も木にちりはめ梓に録す．是も，先書に，すきて類あやまれる事おほし」

下巻の目録に，

廿三，塵劫記難算之註

廿四，同違を改，付亀井算之違

とあって，『亀井算』の誤りを二問指摘している．『亀井算』または，『亀井諸算』とあるは，『新編諸算記』が明暦三年1657に重版されたとき，奥書に『新板亀井諸算記』とあるからである．其れ故『改算記』は『新編諸算記』を読んだことは確かである．

本書の上巻に「「銀四十五貫四百五十目六分二厘を，七万九千八百五十に割ば，五分六厘九毛二拂つ丶に成」とある．これは「拂」が「糸」の代わりに使われた例である．

下巻の第十七，鉄砲玉の中に「二分九リ三毛七糸七拂」とある．これは，「拂」が「忽」の代わりに使われた例である．

但し，『改算記』には糸も忽も通常の如く使われているが，上記の如く拂が稀に使われているだけである．それにも拘らず，通俗書には，左程多くはないが，拂の字が使われているのを見受ける．恐らく『改算記』の影響であろう．

時代は新しくなって，寛政年間（1789～1800）に志筑忠雄の訳した『暦象新書』にも「拂」の字が見える．

『明治前日本数学史』巻一93頁の２行目，９行目の「弗」は「拂」の誤植であることがわかった．

まだ正誤を確めないが，『明治前』巻一93頁には「松永良弼の絳老余算首巻に，又或ハ西国ニテハ分厘毛弗朱味仙沙ト作ルアリ．是，忽ヲ弗ニ作ル也」とある．

また「松宮俊仍の『分度余術』のうちにも，一ケ処弗の字が見える」とある．

『明治前』巻五415頁には「安政二年1855に出版された青山幸哉の『西洋度量考』には弗とある」とある．

「弗」「拂」の論議には，しばらく触れないことにする．「ほっ」は寛永の中頃，『新編諸算記』に始まり，しばらく立って，「弗」となり，それが『改算記』で「拂」に変わり，弘ろまったことが，わかった．

3．『本朝度量権衡攷』

昭和二年に出版された古典全集中の本朝権衡攷85頁には，注目すべき次の言葉がある．

「一糸又一杪トモ云フ．隋志ニ見ユ．今俗ハ一拂ト云フ．拂ノ名，何ヨリ出タルニカ詳ナラズ．或人ノ云ヒケルハ，拂ハ忽ノ譌音ニテソレヲ誤リテ毫ヲ十分シタル数ノ名トセシ

ナリト云ヘリ．（忽ハ毫ヲ百分シタル者ナリ）」

ここにも「糸」「忽」の混同が見られる．さきに『改算記』で忽を拂と記るされてあったが，これと同じことが見られる．

博学な狩谷棭斎（1775～1835）も拂の出典を明らかにしない．或は拂は忽の譌音でないかとある．「譌」は辞書によると，「いつわる」「なまる」（訛）などの意味が含まれている．（『明治前』巻一93頁12行には，偽と誤植してある．）

しかし，拂を忽の譌音としたことは，まことに卓見である．次節で，私の意見を述べる．或人とは狩谷自身を指すか．

4．『日本文典』（1604）

最近，私は宮崎賢太郎氏の教示によって，次の二書を見ることができた．

ロドリゲス原著，土井忠生訳註，日本大文典，三省堂出版，昭和30年３月

ロドリゲス著，日本文典，1604年長崎 Collegio 出版　東京都勉誠社復刻，昭和31年

この中に，小数，分厘毛糸忽微……の単位がある．

まず，前者の768頁と後者のそれに相当する部分のコピーを掲げることにする．（次頁）

この中ほどに「一厘の百分の一にあたる一忽は ichifot （イチホッ）と言って， Ippot （イッポッ）とは言わない」とある．

一厘の百分の一を一忽と言っている．

また別に，重さ（774頁）では，

Mi （微）が	十で	Xi （糸）
Xi （糸）が	十で	Fot （忽）
Fot （忽）が	十で	Mô （毛）
Mô （毛）が	十で	Rin （厘）
Rin （厘）が	十で	Fun （分）
Fun （分）が	十で	Momme （匁）

とあるから，『日本文典』では，

匁・分・厘・毛・忽・糸・微

の順になっている．中国本来の小数は，

匁・分・厘・毛・糸・忽・微

であるから，糸と忽とが入れ変わっている．

私は，前に糸，忽の混同があると述べたが，これに由来するか．これはさて置き，われわれには，もっと大切なことが分った．

5．「ほっ」の由来

さきに，狩谷棭斎は「拂ハ忽ノ譌音ニテ」と述べた．拂の漢音は「フッ」である．忽の

例　　外

○米の容積の意味には Ichicocu（一石）と言って，一つの国の意の Iccocu（一国），又は，iccacocu（一ヶ国）と区別する。

一冊の書物の意味には Ichiquan（一巻）と言って，銅貨一千文の Icquan（一貫）とは区別する。

一厘の百分の一にあたる一忽は Ichifot（イチホッ）と言って，Ippot（イッポッ）とは言はない。

○附　則　一

○六の Rocu は，Rocquan（六貫），Roppiacu（六百），Rocquiôgai（六境界）と変る。

:EXCEIÇAM.

¶ Dizemos, Ichicocu, por cem medidas darroz, à differença de Iccocu, l, iccacocu, por hum Reyno.

Dizemos, Ichiquan, por hum liuro, à differença de Icquan por mil caixas de cobre.

Dizemos, Ichifot, & nam Ippot por a centesima parte de hum condorim.

¶ Appendix.

¶ Rocu, por seis muda, Rocquan, Roppiacu, Rocqiôgai.

漢音は「コッ」であるが，ロドリゲス風に書けば， Kot となる．これを「なまって」（訛）Fot としたか．或いは，中国人の発音をロドリゲスは聞き誤ったか．

1604年長崎で出版されたロドリゲスの『日本文典』には，仮名も，漢字もないから日本人には読めまい．

かく私は判断する．

その頃の日本では，厘毛以下の単位は知らなかったと思う．ロドリゲスは算法統宗を見て，この単位を知ったに違いないと思う．同書には，分厘毛糸忽微繊沙塵まである．このことは，あとで述べることにする．

6．スピノラとロドリゲス

この二人の宣教師については，すでに私は富士論叢第32巻（昭和62年）や本誌などで述べたが，本論を理解して頂くために年表風にまとめて置く．

1576年（天正四年）ロドリゲス来日．このとき彼は16歳であった．すぐに開設されたばかりの長崎の Collegio に入学して，神学課程を了えた．彼の経歴は明らかでない．

1582年（万暦十年）マテオ・リッチ（1552～1610）は中国の広東省に上陸した．彼は故国イタリアでクラヴィウスに師事して，天文数学を学んだ．上陸してから語学を学び，天文数学を教えつつ，次第に北上した．1583年には肇慶府に，1589年には韶州府に，1594年には南昌に，1595年には遂に南京に到った．1598年には北京に入ることがで

きた．この間，天主教に関する多くの著書を出版した．中でも1598（万暦二十六年）には，畳六畳敷もある大きな万国地図を出版した．遂に，1610年５月11日に北京で没した．没後，幾何原本（1611），同文算指（1615）が出版された．この二書はクラヴィウスの著書の中国語訳である．

1593年（万暦二十一年）算法統宗出版される．

1597年（慶長二年）二月，家康将軍となり，政策上一時，禁教の令は緩められた．

1602年（慶長七年）七月，スピノラは長崎に上陸．彼は若くして，東洋への布教を志し，東洋に布教する為めには，天文数学の知識が必要だとして，Collegio Romano でクラヴィウスに師事したと言う．

1603年夏頃，有家に移って，日本語勉強した．

1604年（慶長九年），スピノラは京都に移る．ロドリゲスの日本文典長崎の Collegio から出版された．

1606年，ロドリゲス伏見城に家康を訪ね，天文学を講ず．

1611年（慶長十六年），スピノラ京都で会計係となる．八月，江戸幕府初めて，切支丹を禁ず．十月，スピノラ長崎に移る．

1612年（慶長十七年），京都の天主堂は幕府の手によって打ち壊わされた．

十一月八日，スピノラ長崎で月食を観測して，マカオの月食の時刻と比較して，長崎の経度を測定した．

1614年一月，全国禁教令発布．

十一月，宣教師らマニラ，マカオに追放された．ロドリゲスはマカオに追放され，のち短期間中国に渡り，再びマカオに帰り，死に至るまで『日本教会史』の編纂主任であった，と言う．

1618年（元和四年）十二月，スピノラ長崎で捕えられ，鈴田の牢に送られた．

この頃，『算用記』が出版されたか．

1622年（元和八年）春，毛利重能の『割算書』出版された．

九月十日，スピノラは長崎に送られ，殉教した．

7．スピノラの講義

スピノラは慶長九年から十六年まで，足掛け七年間も京都の天主堂にいた．しかし，その間に天文数学を教えたと言う記録は何に一つ残っていない．しかし，彼は数学を教えたことは確かであろう．

宮崎賢太郎氏の著書によると，スピノラはこの七年間に，二通しか書簡を故国へ出さなかった．その一通（1606年12月，彼が京都に移ってから２年ばかり立ってから）の書簡に次のようにある．

「数学は親愛な雰囲気の中で，主立った殿達の中に，うまく入り込むのに非常に役に立ちます．彼らは，その種の科学を大変に喜びます．それによって，内裏や将軍様も，私の噂を聞きつけて，私を招かせました．」

「布教のために，最も必要なことは，日本人に尊敬されることです．私が数学を学んでから，日本へやって来たのはよいことでした．当地に来る者は，もし数学を知っていれば，尊敬されることでしょう．」

「一つ残念なことは，本を持っていないことです．ミラノでの三年間に学んだノート類と共に，イタリアから持ってきた本を失ってしまったので，さまざまな好奇心を，そそるような事柄について，もう覚えていません．それらは，この日本人たちを驚嘆させることは必定です．」

このように書き出して，送ってもらいたい本を知らせている．彼の手もとには，クラヴィウスの小著（多分 Astrolabium　1593を指すであろう）が一冊あるだけである，と書いてある．「本を失った」とあるは，彼の乗った船が英国船に拿捕されて，本を没収されたことを指す．

彼は，京都に移ってから，多忙な会計掛りとなったのは京都を離れる年であった．京都の五，六年間は彼の最も充実した年月であったであろう．彼が若くして立てた志は遂行されたに違いない．彼は多く（と言っても十数人程度か）の弟子を集め，数学を教えたに違いない．

鈴田の牢に捕えられた後も，数通の書簡を書いたが，数学を教えたことは何も書いていない．

試みに，彼が京都に赴任した1604年には，ロドリゲス44歳，スピノラ40歳である．弟子と思われる人々は，『算用記』の著者，『割算書』の毛利重能，を最年長として，吉田素庵34歳（光由はまだ６歳），田原嘉明は30歳ぐらい，百川治兵衛は24歳であった．

すでに，ロドリゲスの『日本文典』は出版された．スピノラはこれを頼りにして講義をしたであろう．「ほっ」（Fot）の発音は，この時，弟子が聞いたに違いない．

8．結語

本論の結論はすでに述べた．「ほっ」（弗，拂）は糸または，忽に相当する単位である．スピノラに教えられ，百川忠兵衛の『新編緒算記』に初めて現われた．これが和算家が宣教師の影響を受けたと言う明らかな唯一の証拠である．

これは，一つの小さな突破口にすぎない．

しかし，私は本論で色々なことを明らかにした．すでに「初期和算への西洋の影響」で述べた如くに，登り坂の問題，開平・開立の問題，弧矢弦の問題，『新刊算法起』と『算元記』の問題などは検討し直さなければならない．

Clavius, Epitome Arithmeticae Practicae, 1585の中国語訳『同文算指』は1615（元和元年）の出版であるから，和算家は手にしないことは確かである．スピノラが「本を失った」と言うからには，クラヴィウスの原本も日本に渡らなかったことであろう．

『幾何原本』とその底本も同様である．和算家が使った比例の理論は初歩のものであるから，スピノラに教えられたものであろう．

開平・開立の仕方は『新編諸算記』に明瞭に述べてあるから，そろばんによる，この計算の発明は和算家であろう．

海老沢有道の著書によると，ロドリゲスはマカオに追放された後，死に至るまで『日本教会史』を執筆したとある．その52頁には，

「『日本教会史』のアジュダ文庫に存するマカオ写本第一部土地及び住民の第二巻「諸科学，自然学芸，工芸」は，第八章日本及びシナの数学，九章シナ及び日本の天文学」

とある．ロドリゲスがマカオに追放されたのは1614年であるから，第八章は注目すべきである．

『算法統宗』の我が国への渡来について，三上義夫は次のように述べている．（『文化史上より見たる日本の数学』昭和56年版147頁）

「嵯峨の吉田氏は祖先以来，医を業とし，了以の父はかつて明に遊び，明の天子の病を治して意安と称せられたという．素庵はこの家をしょって立ち，外国の貿易もやるが，この人が中々に数学もできる人である．この人が南洋貿易の関係からでも『算法統宗』を取り寄せることもできたであろう」

宗忠
- 宗桂（？～1572）—光好了以（1554～1614）—玄之素庵（1570～1632）
- 与左衛門
- 六左衛門—宗運—周庵—光由（1598～1672）

この説には，私は賛成しない．

『算法統宗』の出版は1593年であるから，それから12年後には，マテオ・リッチは北京に，スピノラは京都にいた．ロドリゲスの『日本文典』は出版されていた．

マテオ・リッチが故国イタリアを出港したのは1577年である．スピノラの出港は1594年である．天文数学を教えつつ布教したいと言う同じ抱負を抱いて，天主教会から派遣された両人であった．

すでに，1576年には長崎にCollegioが設立され，ロドリゲスは学んでいた．マテオ・リッチは『算法統宗』の出版を知るや，いち早く長崎のCollegioに届けたに違いあるまい．それは出版後10年以内であった．それから，すぐに「算法統宗』は京都にもたらされ，和算家に研究された．この本のほかにも，届けられたものがあろう．

私はかく判断する．

和算の発生には，不鮮明な所がある．このままにして，置くことは到底許されない．われわれは，勇気を振って，メスを入れるべきである．

文献

土井忠生訳注，日本大文典，三省堂出版，昭和30年

海老沢有道著，南蛮学統の研究，創文社，昭和33年

佐久間　正訳，鈴田の囚人，長崎文献社，昭和42

宮崎賢太郎訳注，カルロ・スピノラ伝，東京四谷駅前中央出版，昭和61年

（平成元年5月9日受理）

数学的考察

有向円と有向直線による和算の幾何学の解釈

奥　村　　　博

§１．はじめに

和算の幾何学の多くは接する円（または球）に関するものである．これらの結果は図形に向きを付けて考えることにより，統一的に把握できたり，容易に拡張できたりする場合が多い．この論文では，この考え方をもとに，和算の幾何図形を有向図形としてとらえ直してみた．

§２．有向円，有向直線についての準備

円と直線に向きを付け，それらを有向円，有向直線と呼ぶことにする．図においては，それらの向きを矢印で表す．有向円については反時計回りの向きを正の向き，その逆向きを負の向きと約束し，半径はその向きに従った符号をもつものとする．よって，その逆数である曲率も同様の符号をもつ．有向直線ｘについて，直線としてはこれと一致し，有向直線としてはｘと逆の向きをもつ有向直線を－ｘで表すことにする．有向円についても同様である．二つの有向直線が直線として互いに平行でかつ有向直線として同じ向きをもつとき，それらは有向直線として，平行であると言うことにする．もし，向きが互いに逆なら逆に平行であると言うことにする．有向直線と有向円または二つの有向円が接するとは，それらを通常の直線と円または二つの円とみなしたときに接していて，かつ接点における向きが一致するときであると定める．接点における向きが反対のときは，逆に接するということにする．有向円に接する有向直線を単に接線と呼ぶ． A,B,C, …が通常の円または有向円を表すとき，それらの半径を a,b,c, …で表すことにする．

§３．傍斜術

二つの円の共通接線またはその長さを傍斜と呼び，これに関する公式がある．しかし，これらの式は円の位置関係によってその符号が多様に変化し，色々な場合分けを必要とした（[18]　p. 96－97）．この節では有向円と有向直線を考えることにより，これらの理論が統一的に扱えることを示す．

二つの有向円Ａ，Ｂについて，（Ａ，Ｂ）で中心の間の距離を表すことにし，

$$\{AB\}=\{(A,B)^2-(a-b)^2\}^{1/2} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(*)$$

と定義する．Ａ，Ｂが共通の接線をもつことと，$\{AB\}$ が実数値をとることとは同値である．

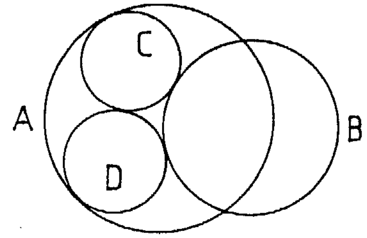


図１

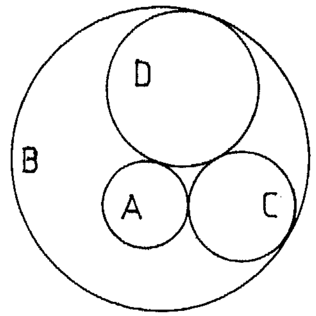


図２

このとき，$\{AB\}$ はその接線の長さを表すことに注意しよう．また，Ａ，Ｂが共通の接線をもたないことと，$\{AB\}$ が虚数値をとることとは同値である．この場合がまさに『虚の傍斜』にあたる [19]．この定義により接線の存在しないときも，傍斜術の公式が使えるばかりか，従来傍斜術の公式を使う際に必要であった置き換えが不要になる．例えば通常の円を扱うとき，図１，２に四円傍斜術を適用するためには，（とくに図１においてはＡ，Ｂの接線が存在するにもかかわらず）傍斜の二乗を $(a+b)^2-(A,B)^2$ で置き換える必要があった（[18] p. 96, [25] p. 47）．実は，後述の定理（３，５）の仮定に従えば，これらを有向円の図形として考えるとき，Ａ，Ｂの共通接線は存在しない．さらに，符号を無視すれば，従来置き換えていたものは，我々が（＊）で定義したものの二乗に他ならない．

Ａ，Ｂが接すれば，$(A,B)=|a-b|$ であり，逆に接すれば，$(A,B)=|a+b|$ となることに注意すれば，次ぎを得る．

命題（３，１）．（１）有向円Ａ，Ｂが接するとき，$\{AB\}=0$．
（２）有向円Ａ，－Ｂが接するとき，$\{AB\}^2=4ab$．

定理（３，２）．（三円傍斜術）有向円Ａ，Ｂが有向円－Ｃに接しているとき，これらの接点の間の距離をｔとすれば，次が成り立つ．

$$t^2=\frac{c^2\{AB\}^2}{(a+c)(b+c)}.$$

証明． 有向円Ａ，Ｂが有向円－Ｃに接するとき，$(A,\ C)=|a+c|$，$(B+C)=|b+c|$ である．二つの接点をＸ，Ｙとするとき，ＸＹがＣの中心を見込む角を θ とす

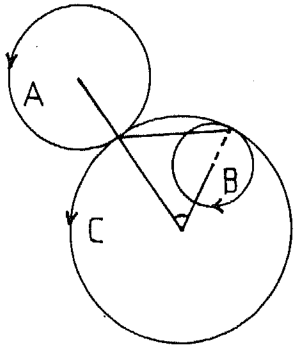


図 3

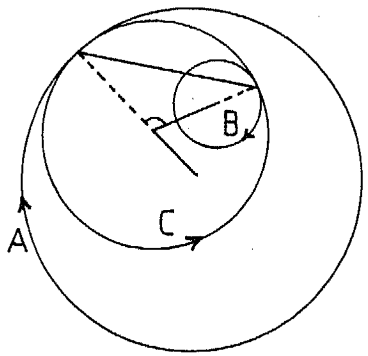


図 4

れば，余弦定理より

$$\cos\theta = \frac{2c^2 - t^2}{2c^2} = 1 - \frac{t^2}{2c^2}$$

が成り立つ．また（＊）より $(A,\ B)^2 = |AB|^2 + (a-b)^2$ である．A，Cの中心を結ぶ直線とB，Cの中心を結ぶ直線のなす角は，$a+c$，$b+c$ が同符号のとき θ に等しく（図 3），異符号のときは θ と補角をなす（図 4）ことに着目し，三円の中心のなす三角形に余弦定理を適用すれば，

$$\cos\theta = \frac{(a+c)^2 + (b+c)^2 - (A,B)^2}{2(a+c)(b+c)}$$

$$= \frac{(a+c)^2 + (b+c)^2 - |AB|^2 - (a-b)^2}{2(a+c)(b+c)}$$

$$= \frac{2\ (a+c)(b+c) - |AB|^2}{2(a+c)(b+c)} = 1 - \frac{|AB|^2}{2(a+c)(b+c)}$$

が求まる．先の式とこれより $\cos\theta$ を消去すれば定理の式が得られる．

系（3，3）． 前定理において，さらにA，－Bが接するとき

$$t^2 = \frac{4\,abc^2}{(a+c)(b+c)}.$$

定理（3，4）． 有向円 A,B,C が有向円－Dに接するとき次が成り立つ．

$$|AB|^4 (c+d)^2 + |BC|^4 (a+d)^2 + |CA|^4 (b+d)^2$$
$$- 2\,|AB|^2\,|BC|^2\,(c+d)(a+d) - 2\,|BC|^2\,|CA|^2\,(a+d)(b+d)$$
$$- 2\,|CA|^2\,|AB|^2\,(b+d)(c+d) + |AB|^2\,|BC|^2\,|CA|^2 = 0.$$

証明． A，B，Cが同じ点で，－Dに接すれば，$|AB| = |BC| = |CA| = 0$ となり，定理の式が成立する．B，Cが同じ点で－Dに接し，A，－Dが接する点がこれとは異なるとき，$|BC| = 0$ であり，定理（3，2）より $|AB|^2\,(c+d) = |AC|^2\,(b+d)$ が求まる．これより定理の式の成立がわかる．

A，B，Cが－Dに接する点が三角形をなすとき，これをXYZとし，$XY = z$，$YZ = x$，$ZX = y$ とすると，

$$d^2 = \frac{x^2}{4\sin^2 X} = \frac{x^2}{4(1-\cos^2 X)}$$

$$= \frac{x^2 y^2 z^2}{2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2 - x^4 - y^4 - z^4}$$

であるから，次の式が成立する．

$$x^2y^2z^2 - d^2\,(2x^2y^2 + 2y^2z^2 + 2z^2x^2 - x^4 - y^4 - z^4) = 0.$$

定理（3，2）より，$x^2 = d^2|BC|^2/(b+d)(c+d)$ 等をこの式に代入し，x, y, z を消去すれば，定理の式が得られる．

[25] によると，この定理の関係式は梅村がA，B，Cが同時にDの内部にあるとき，または外部にあるときに求めているとのことであるが，今までの議論から明らかなように，そのような条件は不要である．

この定理で，さらにA，Cが－Bに接するとき，いわゆる四円傍斜術の公式を与える．四円傍斜術の数ある公式も次の定理の式一つに統一される．

定理（3，5）．（四円傍斜術）有向円A，B，Cが有向円－Dに接し，A，Cが－Bに接するとき，次ぎが成り立つ．

$$(b+d)^2\,|CA|^4 - 8\,b\,d\,(b+d)(a+c)\,|CA|^2 - 16\,a\,b\,c\,d\,|CA|^2$$
$$+ 16\,b^2 d^2\,(a-c)^2 = 0.$$

証明． A，Cが－Bに接するから，$|AB|^2 = 4\,ab$，$|BC|^2 = 4\,bc$ が成立する．これを前定理の式に代入して本定理の式を得る．

さらに，定理においてA，－Cが接するとき，$|CA|^2 = 4\,ca$ をこの式に代入し，$a^2 b^2 c^2 d^2$ で両辺を割れば，デカルトの円定理の公式 [24]

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)^2 = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2}\right)$$

が求まる．この式は，どの有向円も残りの三つの有向円に逆に接している四円の半径の関係を示している．五円傍斜術について，基本となるのは，次の Casey の定理である．

定理（3，6）. 有向円A，B，C，Dが有向円Eにこの順，または逆順に接するための必要十分条件は，次の式が成り立つことである．

$$|AB|\,|CD| + |BC|\,|DA| = |CA|\,|DB|.$$

証明. 定理（3，2）を用いれば，定理の式はトレミーの定理を翻訳したものに他ならない．

今までの議論からわかるように，Caseyの定理もA，B，C，Dのうちの二つの有向円の接線が存在しなくても成立することに注意しよう．次の定理（[25] p.47）についても同様である（図5，右図を見よ）．

定理（3，7）. 有向円A，B，C，Dが有向円Eに接し，A，－B；B，－C；C，－D；D，－Aがそれぞれ接するとき（図5），

$$64\,abcd = |CA|^2\,|BD|^2.$$

証明. 定理の仮定の下にA, B, C, D, Eは定理（3，6）の仮定を満たすから

$$|AB|\,|CD| + |BC|\,|DA| = |CA|\,|DB|$$

が成立している．一方，A，－Bが接しているから，この式に $|AB| = 2(ab)^{1/2}$ を代入し，同様に $|BC|$，$|CD|$，$|DA|$ をa, b, c, dで表し，定理の式を得る．

さて，我々は従来の傍斜術の公式に沿った議論をするために，（＊）の式で $|AB|$ を定義したが，むしろ

$$|AB| = \left[\frac{(A,\ B)^2 - (a-b)^2}{ab}\right]^{1/2}$$

と定義し，半径の代わりに曲率の関係式を考えたほうが簡潔な議論を展開できる．この場合例えば，定理（3，6）の式はそのまま成立し，定理（3，7）の式は $8 = |CA|\,|BD|$ と述べることができることに注意しておく．

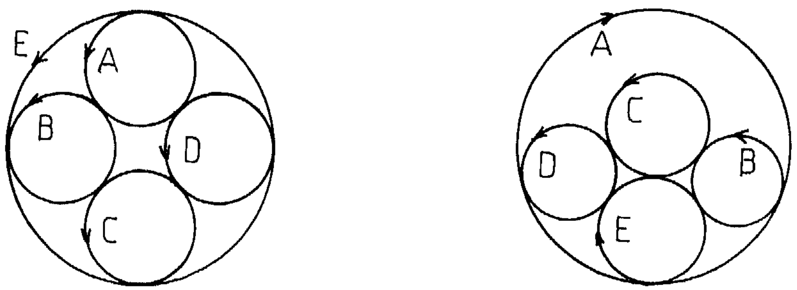


図5

§4．算法円理括發の問題

算法円理括發付録にある大脇豊久の問題を考える．すなわち，円Kに内接する二つの円A，Bの一つの共通外接線をPQとし，P，Qをそれらの接点とするとき，P，QでA，Bに接し，Kに内接する二つの円をC，Dとすれば，a：b＝c：dが成立する（図6）．

この問題においては，各々の隔斜が二円の接点でそれらの円に接しているということが特徴になっている．このような接しかたを『隣円相切挟斜』といっている．[6]（p.270）においては，A,B,C,DがKに外接する場合も扱っているが，図形に向きを付けて考えると，これ以外にも，この問題の範疇に入る場合があることがわかり，一般的に扱える．有向円 A_i，B_i の半径を a_i，b_i で表すことにする．

補題（4，1）. 二つの有向円 A_1，A_2 が有向円Kに接し，A_1 は $-A_2$ に点Pにおいて接し，有向直線tが点Pにおいて，A_1，$-A_2$ に接しているものとする．Kの中心からtまでの距離（この符号をtの右側にKの中心があるとき正，左にあるとき負と決める）をdとすれば，次ぎが成り立つ．

$$\frac{d}{k} = \frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1}.$$

証明. 三個の円の中心の作る三角形に余弦定理を適用すると（図7），

$$(k - a_2)^2 = (a_1 + a_2)^2 + (k - a_1)^2 - 2(a_1 + a_2)(K - a_1)\cdot$$
$$(a_1 + d)/(k - a_1).$$

この式を整理して，容易に補題の式が求まる（この証明は算法通書のものを向き付けたものである．[21] p.43にも解説がある）．

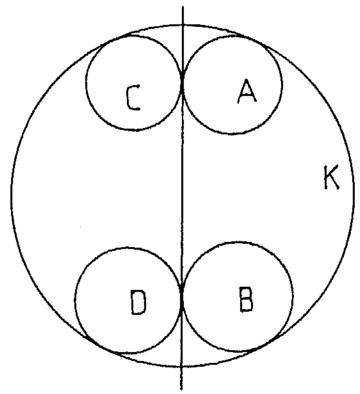


図6

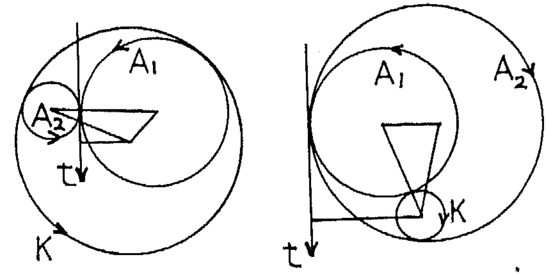


図7

定理（4，2）. 二つの有向円 A_1，A_2 が有向円Kに接し，A_1，$-A_2$ と有向直線 t_1 が点 P_1 において互いに接しているものとする．また，二つの有向円 B_1，B_2 がKに接し，B_1，$-B_2$，t_1 は点 Q_1 において互いに接しているものとする．さらに帰納的に有向直線

t_i とKに接する有向円A_i，A_{i+1}，B_i，B_{i+1} を描く．ただし，A_i，$-A_{i+1}$，t_i は点P_i において接し，B_i，$-B_{i+1}$，t_i は点Q_i において接しているものとする（図8a，8b，8c）．このとき，

(1)a_i ：b_i は一定である．

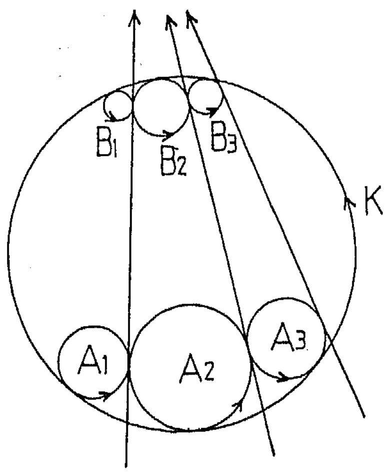


図8a

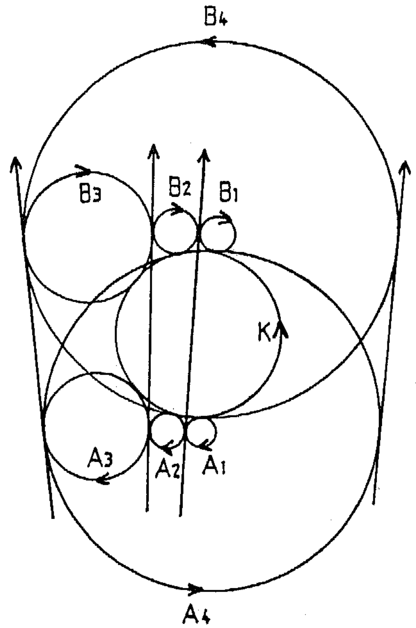


図8b

(2)t_i は定点を通るか互いに平行である．

(3)A_i に接するKとは異なる有向円が存在する．B_i についても同様である．

証明. (1)．補題により，$(a_2-a_1)/(a_2+a_1)=(b_2-b_1)/(b_2+b_1)$．

よって，

$$a_1/b_1=a_2/b_2$$

が得られる．数学的帰納法により，後は明らか．

(2)．t_i が互いに平行でなければt_i，t_{i+1} の交点とP_i，Q_i との距離をp_i，q_i とすると，(1)よりp_i/q_i は一定であるから，$(p_i-q_i)/q_i$ も一定である．一方，p_i-q_i は一定であるからq_i も一定であり，t_i は一点を通る．

(3)．t_i が一点を通るとき，この点を中心とし，A_i の接点を通りこれらに直交する円が存在する．Kのこの円による反転像を考えれば，A_i に接する有向円の存在は明らかである．t_i が互いに平行のときは，A_i の接点を通る直線に関する対称変換を考えればよい．B_i に接する有向円の存在についても同様．

定理（4，3）． 二つの有向円A_1，A_2 が有向円Kに接し，A_1，$-A_2$ と有向直線t_1 が点P_1 において互いに接しているものとする．また，二つの有向円B_1，B_2 がKに接し，$-B_1$，B_2，t_1 は点Q_1 において互いに接しているものとする．さらに帰納的に有向直線t_i とKに接する有向円A_i，A_{i+1}，B_i，B_{i+1} を描く．ただしA_i，$-A_{i+1}$，t_i は点P_i において接し，$-B_i$，B_{i+1}，t_i は点Q_i において接しているものとする（図9）．このとき$a_i\,b_i$ は一定である．

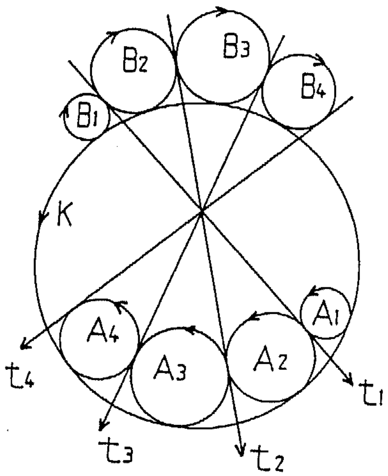


図8c

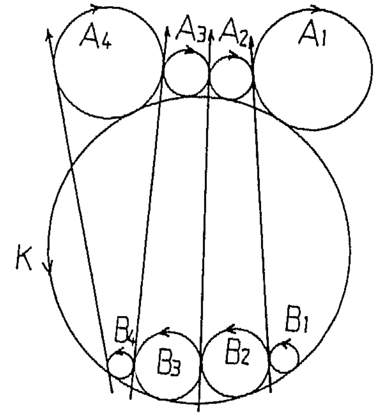


図9

証明. 補題により，$(a_2-a_1)/(a_2+a_1)=(b_1-b_2)/(b_1+b_2)$．よって$a_1\,b_1=a_2\,b_2$ である．

定円に接し，定点を通るか互いに平行な共通接線をもちながら「隣円相切挟斜」なる円を描くことは，二定円に接しながら順次接する円を書くことに他ならない．逆に，任意の二定円K，K′に接する互いに接する任意の二円A，A′を書くとき，これら二円の接点における接線は，互いに平行か定点（K，K′の相似の中心の一つ）を通る．とくにこの点がK上にあれば，K′は直線になる．算法円理括發付録にはこの場合の問題も見られる．以上の性質は高次元においても成り立つ［2］．

§5．馬場の問題

会田の算法古今通覧，馬場正督の自問自答題術の問題を考える．すなわち一つの円に接する偶数個の直線の，接点が隣り合う三直線のなす三角形の内接円または傍接円の一つおきの半径の積は等しい（図10，図11，［18］p．157，［6］p．144，146）．この命題において，「内接円または傍接円」という表現が不明瞭であるが，有向円と有向直線の命題と

して考えるとこれらの欠点を解消でき，なおかつ拡張できる．

二つの有向直線 x，y の（この順序における）角はそれらが平行のときは0°，x と $-y$ が平行なときは180°，その他の場合はそれらの交点を中心として x を回転させて y に重ねるときの角とし，(x, y) で表す．よって，$(x, y)=-(x, y)$ である．一般の位置にある三つの有向直線 x, y, z は唯一の共通の接する有向円をもつが，これの半径を $r_{x,y,z}$ で表そう．

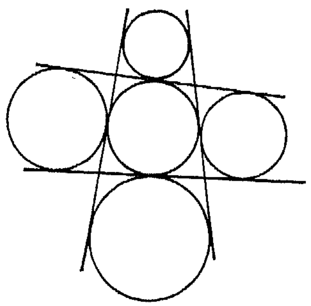


図10

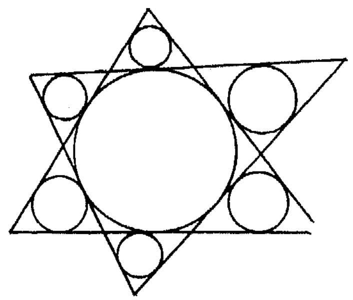


図11

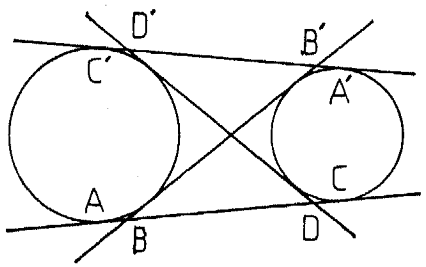


図12

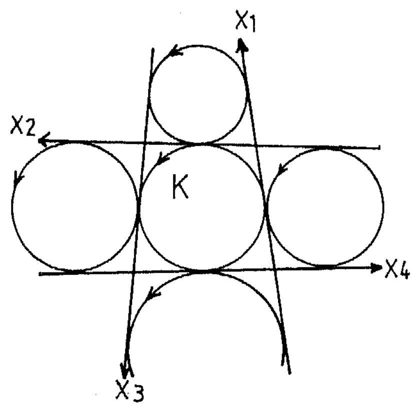


図13

さて，図12において，AB＝A′B′＝CD＝C′D′ が成立するが，この等式を言い換えると次の補題を得る．

補題（5，1）． $r_{x,-y,z}=r_{x,y,z}\tan\frac{(x,y)}{2}\tan\frac{(y,z)}{2}$

この式は向きを付けない図形についても有用であり，和算の問題を解く際に，応用範囲が広い（[23] を見よ）．これより容易に次の定理を得る [10]．

定理（5，2）． 2n本の異なる有向直線 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{2n}$ が一つの有向円Kに接し，さらに $x_{m-1}, -x_m, x_{m+1}$ $(m=1, 2, \cdots, 2n)$ が接する有向円 をもつとき，その半径を r_m とすると，

$$r_1 r_3 \cdots r_{2n-1}=r_2 r_4 \cdots r_{2n}$$

が成立する．ただし，添字は2nを法として考えるものとする．

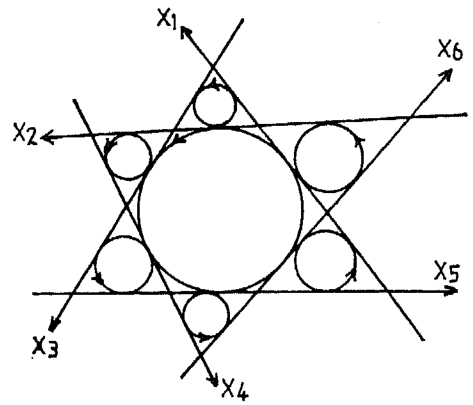


図14

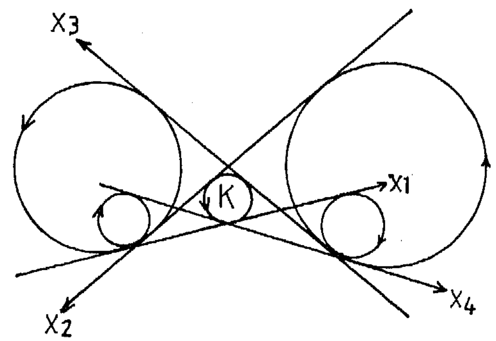


図15

証明． $\Pi r_{2m-1}=k^n\Pi\tan\frac{(x_{2m-2}, x_{2m-1})}{2}\tan\frac{(x_{2m-1}, x_{2m})}{2}$

$$=k^n\Pi\tan\frac{(x_{2m-1}, x_{2m})}{2}\tan\frac{(x_{2m}, x_{2m+1})}{2}=\Pi r_{2m}.$$

x_1，x_2，x_3，…の接点がこの順（または逆順）にK上にあるときが，会田や馬場の問題の場合である．（図13，図14）．また，この定理において，K上の x_1，x_2，x_3，…のこの順における接点の作る図形が凸である必要はない（図15）．

§6．環円問題

§3で述べたように，円同志が接する図を考えるとき，外接するものは，有向円として互いに逆向きに接し，内接するものは，有向円としても接していると解釈すると，従来の結果の自然な拡張ができ，負の曲率 [14] を考える必要がなくなる．すなわち，反転幾何学的には同じと見ることができる二つの図形が，曲率について符号が異なる関係式を示しているとき，これらを有向円の図形として捉えると，これらの関係式を統一できる．例として，次ぎの命題を取り上げてみよう．

命題．どの円も必ず残りの五個の円のうちの四個に接するという性質をもつ六個の円よ

りなる図形において，円C_i，C'_i（$i=1$，2，3）を互いに接しないもの同志とし，それらの曲率をそれぞれε_i，ε'_iとするとき，図16においては，

$$\varepsilon_1+\varepsilon'_1=\varepsilon_2+\varepsilon'_2=\varepsilon_3-\varepsilon'_3 \qquad ([16]\ \mathrm{p}.\ 139).$$

一方，図17においては，次の式が成り立つ．

$$\varepsilon_1+\varepsilon'_1=\varepsilon_2+\varepsilon'_2=\varepsilon_3+\varepsilon'_3$$

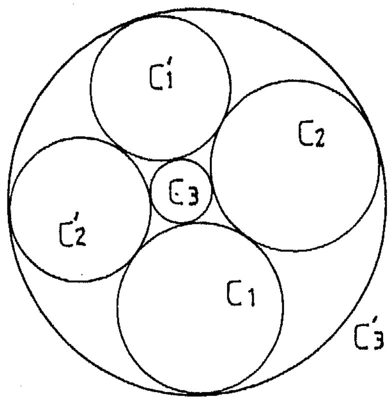


図16

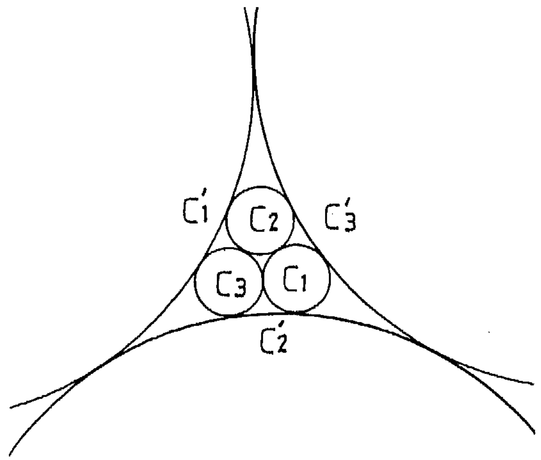


図17

後者は，例えば，[18]（p．101）の関係式を用いれば容易に導ける．もちろん，反転法による証明も可能である．

ところで，我々の主張にもとづけば，これらの図において，接する円は有向円として逆に接していると考えれば（図18のように向きを付けるか，すべてこの逆の向きを付ければよい），両者の図における関係式は，後者の式一つで表現される．すなわち，これら六個の有向円のうち互いに接しない二円の曲率の和は一定である．

以上のように扱える例はこれ以外にも多いが他については省略する．

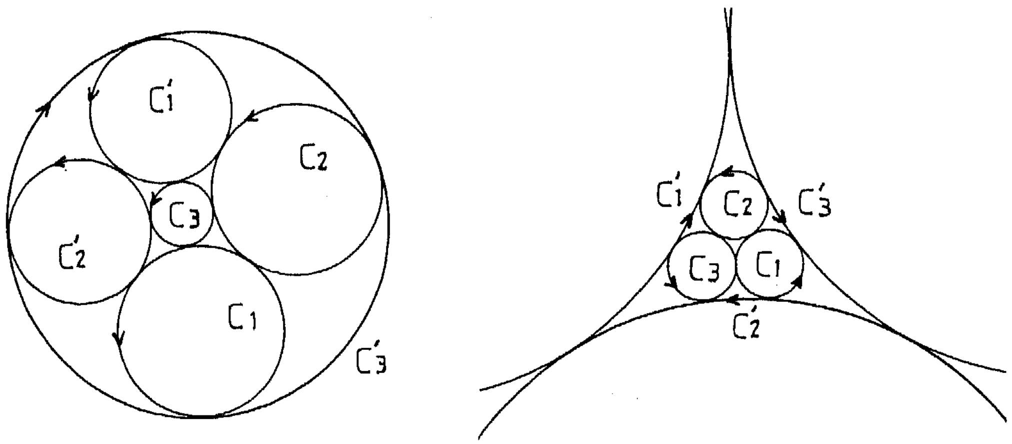


図18

§7．大原の定理

大原の定理とは，次の命題である．二直線とこれらに交わる円Kがあるとき，四つの円A_1，A_2，A_4，A_3がこの順に二直線に接しながらKに外接，内接，内接，外接するとき，

$$a_1a_3=a_2a_4$$

が成立する．ただし，a_iはA_iの半径である（[18] p．158，図19a）．同じ関係式は，図19bにおいても成立する（[12] p.52，[7] p.489)．

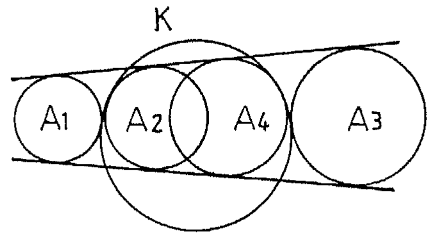


図19a

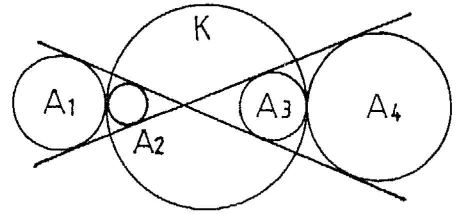


図19b

有向円と有向直線を用いれば，これらは次のように述べることができる．

定理（7，1）． 四つの異なる有向円A_i（$i=1$，2，3，4）が二つの有向直線に接し，$-A_1$，$-A_3$，A_2，A_4が有向円Kに接しているとき，$a_1a_3=a_2a_4$が成立する．

証明． 二直線の交点が円Kの外部にあるときは，この交点を中心とする円でKに直交する円が存在する．この円による反転に関して，Kは不変で，A_1とA_3は互いに反形になっている．A_2とA_4についても同様である．このことにより，容易に定理の式を得る．二直線の交点がKの内部にあるときは，越塚の定理の図になる [12]．この場合の証明は，既出であるので省略する（例えば［7］p.489)．

この定理を満たす図を挙げる（図20－図23)．大原の定理において，従来言われてきた円Kと二直線が交わるという仮定は不要である （図22)．また，定理の仮定は図23のような場合も許すことに注意されたい．さらに，Kが二直線の交点を通るように，またはKが二直線に接するようにKを移動させるとき，A_iのうちで一致してしまうものがあるが，この場合にも定理の関係式が成立することは自明である．

この定理をKが円錐曲線の場合に拡張するのも興味あることである．大原の定理の図に関しては，これ以外にも，考察すべき不変式があるが（[5] p．15−16，［6］p．276 [12]），他については省略する．

図20

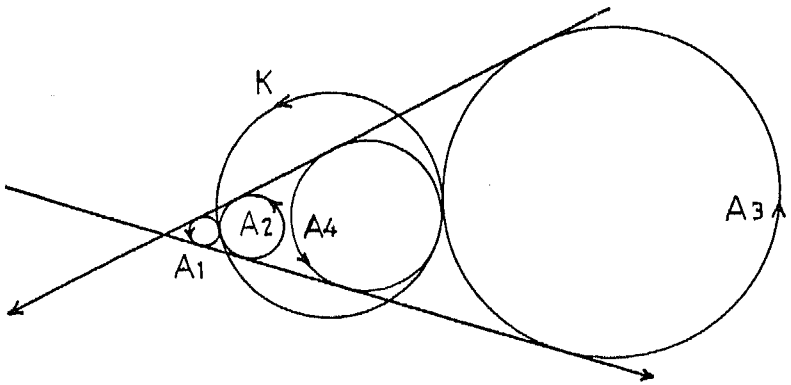


図21

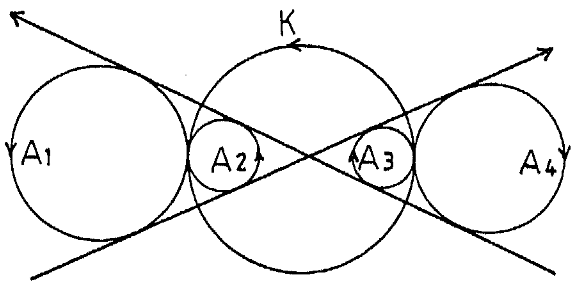


図22

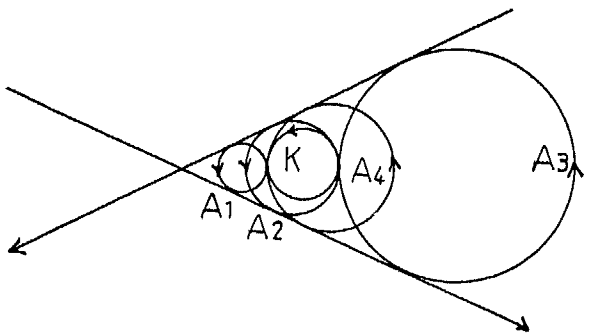
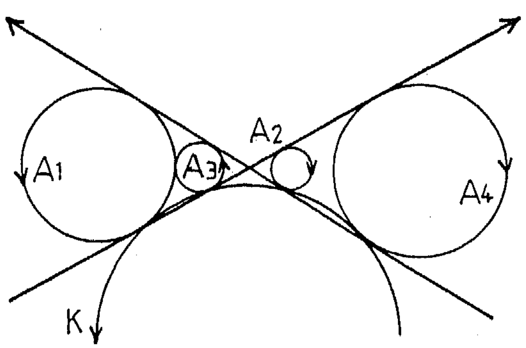


図23



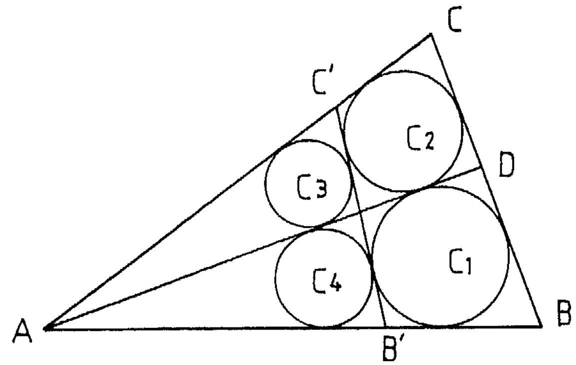
§8．続算学小筌の問題．

続算学小筌にある次の命題を考える．三角形ＡＢＣの辺ＢＣ上の点をＤとし，三角形ＡＢＤ，ＡＤＣの内接円をC_1，C_2とする．これらの円のＢＣと異なる共通外接線とＡＢ，ＡＣとの交点をＢ′，Ｃ′とし，ＡＤとＢ′Ｃ′との交点をＥとする．三角形ＡＥＣ′とＡＢ′Ｅの内接円をそれぞれ，C_3，C_4とすれば，次が成り立つ（図24）．

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_3}=\frac{1}{r_4}+\frac{1}{r_2}.$$

ただし，r_iはC_iの半径である（［5］ｐ.394，［18］ｐ.114）．

図24



この問題も有向円と有向直線の問題として，考えることができる．統一的に考察をするために，我々は今まで考えてきた平面に無限遠直線を追加し，実射影平面上でこの問題を考えることにしよう．互いに平行でも逆に平行でもない二つの有向直線ｘ，ｙについて，これをｘとｙによって決定される無限遠にある有向円と呼ぶことにする．無限遠にある有向円の曲率は０と定める．無限遠にある有向円は，図には実際には現われないことに注意しよう．このように定義すると，射影平面上の有向直線が三辺をなす三角形は常に唯一つの接する有向円をもつことになる．

二つの通常の有向円の相似の中心とは，それらが同じ向きをもつときは，中心を半径の比に外分する点であり，異なる向きをもつときは，内分する点である．よって，共通接線が存在すれば，相似の中心はそれらの交点となる．もし，一方が無限遠にある有向円のときは，それらの共通の接線の交点を相似の中心と定める．Ａ，Ｂが無限遠にある異なる有向円のとき，通常の有向円Ｃを一つ選び，Ａ，Ｃの相似の中心とＢ，Ｃの相似の中心を通る直線と無限遠直線の交点をＡ，Ｂの相似の中心と定義する．この点は，Ｃの選び方によらないことに注意しよう．

補題（8，1）. 有向直線 t が有向円－A，Bに接しているとき，A，Bの相似の中心と t との距離を h とすれば，次ぎの式が成立する．ただし，h の符号を相似の中心が t の右にあるときには正，左にあるときには負とする（図25 a，25 b）．

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{2}{h}$$

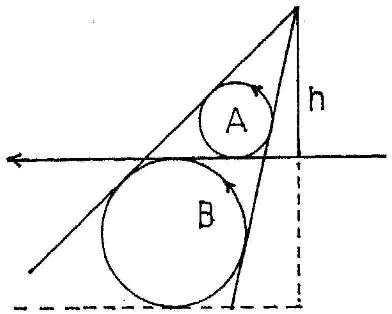


図25 a

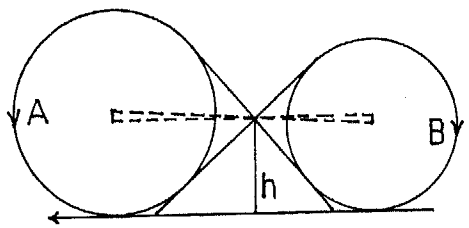


図25 b

証明. 相似な三角形に注目すると，

$$\frac{h}{a}=\frac{h+2b}{b}, \text{（図25 a） または} \frac{a-h}{a}=\frac{h+b}{-b} \text{（図25 b）}$$

が成立する．これらを変形して補題の式を得る．

この補題は，AまたはBが無限遠にある有向円のときも成立している．（図26）．この補題により，続算学小筌の問題は次ぎのように一般化される．

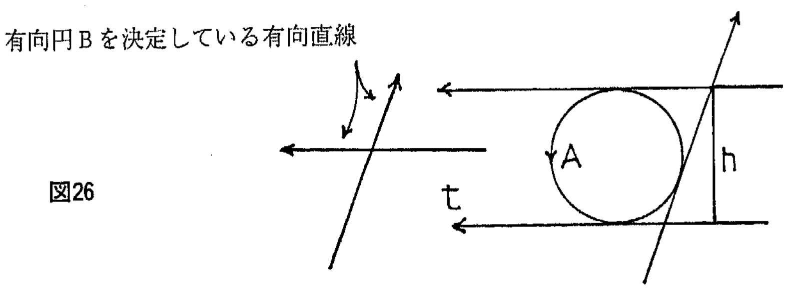


図26

定理（8，2）. （[9]）有向円－A，B，－C，Dが共通の接する有向直線をもち，A，Bの相似の中心と，C，Dの相似の中心が一致すれば，次が成り立つ．

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{d}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \text{（図27 a，27 b）.}$$

図27 a において，A，B；C，Dの一組の隣り合う接線が重なれば続算学小筌の問題の図になる．また，この定理も，A，B，C，Dが無限遠にある有向円である場合も含めて成立する．この問題の図及び，§ 5 で取り上げた算法古今通覧の問題の図は，図29の一部

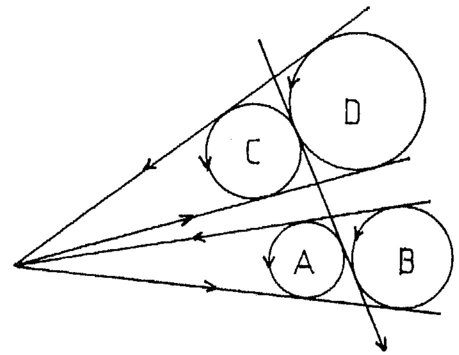


図27 a

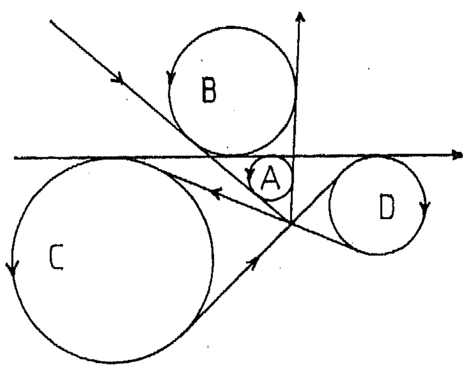


図27 b

である［9］．この図は，続算学小筌の問題の術文の式に現われている対称性の正当さを示していることに注意されたい．

ところで，定理（5，2）においては，x_{m-1}，$-x_m$，x_{m+1} が共通の接する有向円をもつと仮定したが，この定理を曲率に関する命題とみれば，x_{m-1}，$-x_m$，x_{m+1} に接する有向円が無限遠にある有向円の場合（x_{m-1}，$-x_m$ または，$-x_m$，x_{m+1} が平行な場合）でも成立する．さらにこの定理はKが無限遠にある有向円のときも成立することに注意しよう（図28）．

無限遠にある有向円という概念は，和算の幾何図形を統一的に扱う際に有効である．次節において，このような例をもう一つ挙げる．

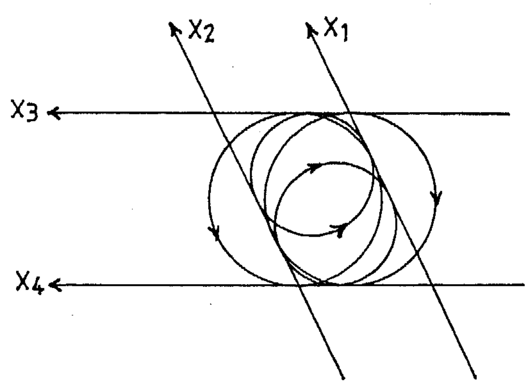


図28

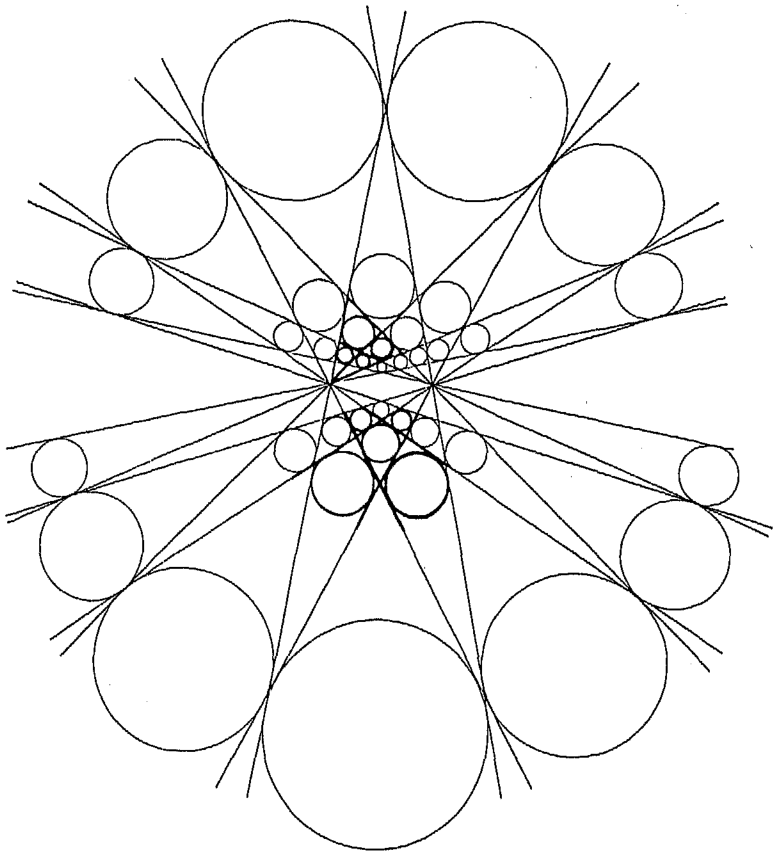


図29

§9．鈴木の問題

[20] より鈴木録三郎政辰の問題を引用する（図30）．『今有如図三斜内画三斜容不等六円甲円径二寸己円径六寸問丙円径如何』．

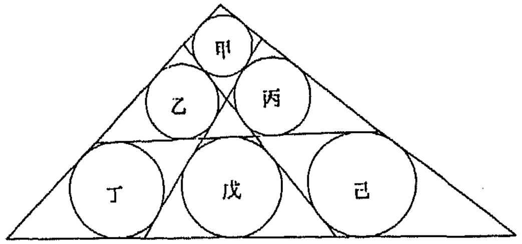


図30

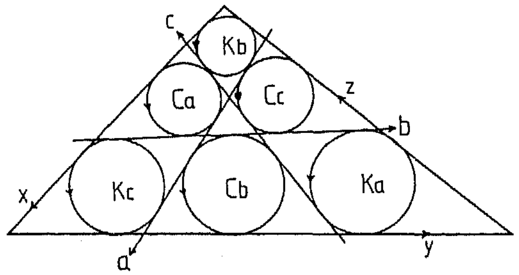


図31

前節と同じように，実射影平面上で考えることにしよう．先ず，この図形に向きを付けることにする（図31）．三つの有向直線 a, b, c について，－a, b, c ；a, －b, c ；a, b, －c

に接する有向円をそれぞれ C_a，C_b，C_c とする．さらに C_a，C_b，C_c のそれぞれに接する有向直線で，a, b, c, －a, －b, －c のいずれとも異なる有向直線を x, y, z とし，－a, －b, x, y ；－b, －c, y, z ；－c, －a, z, x のそれぞれが唯一の接する有向円 K_c，K_a，K_b をもつと仮定しよう．このとき，この図形を鈴木の図形と呼ぶことにする．

通常の有向円Aの中心がx－y平面上で（p, q）で表され，その半径がrのとき，これを３次元空間において点（p, q, r）で表し，この点を混同する恐れがないかぎり，同じ記号Aで表すことにする．三つの通常の有向円 A,B,C のいずれの二つも共通接線をもつとき，これら三つが一組の共通接線を共有するための必要十分条件は，これらを空間において表すとき A, B, C が一直線上にあることであることに注意しよう．また，四つの通常の有向円 A, B, C, D について，A,B ；C,D がそれぞれ共通接線をもつとき，もし空間において直線 AB と CD が交われば，この点の表す有向円は，A,B の共通接線にも C,D の共通接線にも接する．もし，AB, CD が平行なら，これらは無限遠平面上において交わるが，この点の表す有向円が A, B（または C, D）の共通接線によって決定される無限遠にある有向円になる．このことより，今，通常の有向円について述べたことがらは，無限遠にある有向円を考察の対象に含めたときも成り立つことに注意しよう．この表示法では，直線 AB とx－y平面（z＝0）との交点が有向円 A, B の相似の中心になる．このことより直ちに次の定理を得る．

定理（9，1）． 鈴木の図形の六個の有向円のうち，任意の二個の有向円の相似の中心は同一直線上にある（図32ａ）．

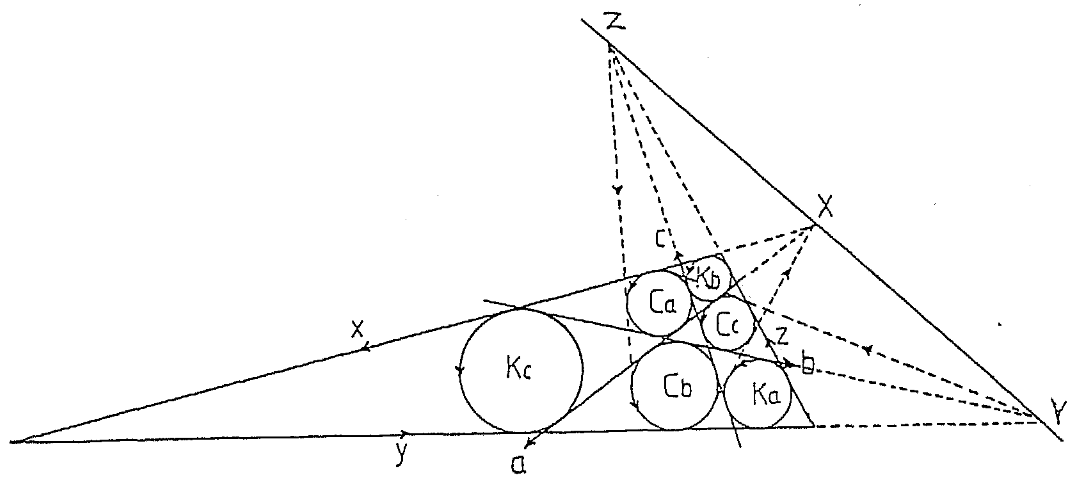


図32ａ

証明. 空間における表示では六個の有向円を表す点は一平面上に並んでいるので，この平面と x − y 平面の交線上にどの二つの有向円の相似の中心もある．

この直線を鈴木の図形の軸と呼ぶことにする．この定理と定理（8，2）より，曲率の関係が容易に求められる．先ず記号を定めておこう．a,b,c に接する有向円の曲率を ε とする．次に，C_a，C_b，C_c の曲率をそれぞれ ε_a，ε_b，ε_c とし，K_a，K_b，K_c の曲率をそれぞれ ζ_a，ζ_b，ζ_c としよう．次の定理の(1)が鈴木の問題の解を与える．

定理（9，2）. 鈴木の図形における六個の有向円の間には次の関係がある．

(1) $\zeta_a+\zeta_b=2\varepsilon_c$，$\zeta_b+\zeta_c=2\varepsilon_a$，$\zeta_c+\zeta_a=2\varepsilon_b$，

(2) $\zeta_a+2\varepsilon_a=\varepsilon$，$\zeta_b+2\varepsilon_b=\varepsilon$，$\zeta_c+2\varepsilon_c=\varepsilon$，

(3) $\zeta_a+\zeta_b+\zeta_c=\varepsilon$.

証明. (1). C_a，C_b と $-K_b$，$-C_c$ は c に接しているから，これらの相似の中心は c 上にあり，定理（9，1）より一致している．よって，定理（8，2）により，

$$\varepsilon_c+\varepsilon_a=\varepsilon_b+\zeta_b \cdots\cdots ①$$

である．同様に次ぎの式が得られる．

$$\varepsilon_a+\varepsilon_b=\varepsilon_c+\zeta_c \cdots\cdots ②$$

$$\varepsilon_b+\varepsilon_c=\varepsilon_a+\zeta_a \cdots\cdots ③$$

例えば，③と①を加えれば，(1)の $\zeta_a+\zeta_b=2\varepsilon_c$ が求まる．

(2), (3). 先ず，三角形の内接円と三つの傍接円の半径の関係式，

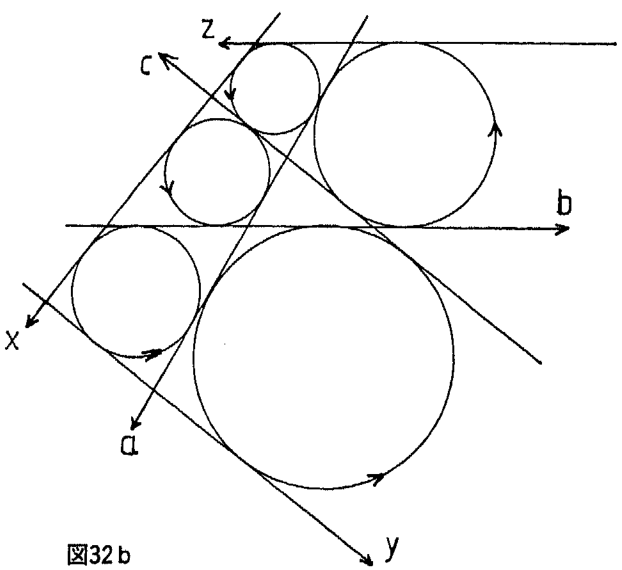


図32 b

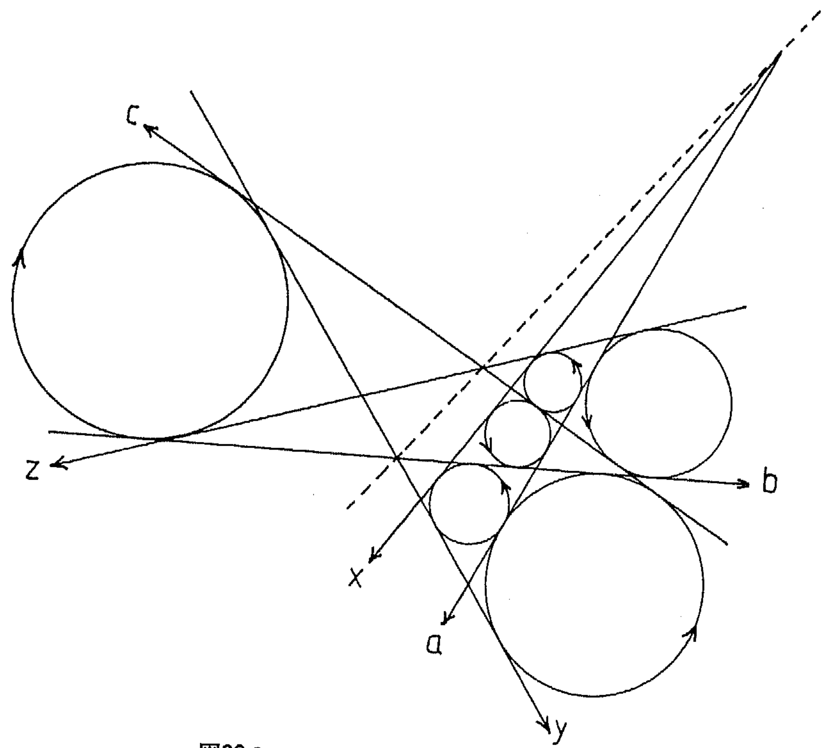


図32 c

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{r_a}+\frac{1}{r_b}+\frac{1}{r_c}$$

は向き付けた三直線に接する四つの有向円についても成り立つことを注意しておく．すなわち，一般の位置にある三つの有向直線 s, t, u について，s, t, u ； −s, t, u ； s, −t, u ； s, t, −u に接する有向円の曲率をそれぞれ ε_0，ε_1，ε_2，ε_3 とすれば，$\varepsilon_0=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$

よって，我々の場合については，

$$\varepsilon=\varepsilon_a+\varepsilon_b+\varepsilon_c$$

が成立している．これと（1）の関係式より容易に（2），（3）の関係を得る．．

作図法．一般の位置にある三つの有向直線 a, b, c から，鈴木の図形を作図してみよう．− a, b, c ； a, − b, c ； a, b, − c に接する有向円をそれぞれ C_a，C_b，C_c とする．C_a，C_b ；C_b，C_c；C_c，C_a の相似の中心をそれぞれ Z, X, Y とする．X, Y, Z, C_a，C_b，C_c は空間内において同一平面上にある．X を通り C_a に接する有向直線を x，Y を通り C_b に接する有向直線を y，Z を通り C_c に接する有向直線を z とする．このとき，空間における表示では，直線 Z C_c と直線 Y C_b は同一平面上にあるから，これらが平行ならば，−b, −c, y, z は共通の接する無限遠にある有向円 K_a をもつ（図32 b）．これらが通常の有限な点で交われ

ば，$-b, -c, y, z$ は共通の接する通常の有向円K_aをもつ（図32ａ，32ｃ）．$-c, -a, z, x$ と $-a, -b, x, y$ についても同様である．以上で鈴木の図形が作図できた．

図32ａ，32ｂ，32ｃでは，a, b, c に接する有向円が a, b, c の作る三角形の内接円に向きを付けたものとなる場合を示し，図33は傍接円に向きを付けたものになる場合を示す．

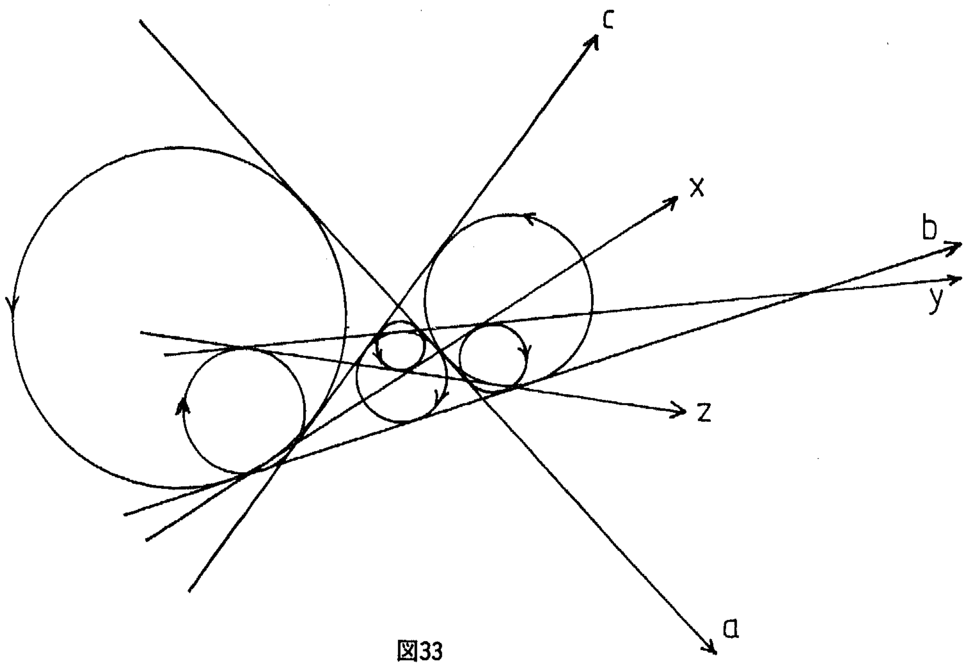


図33

三角形ＡＢＣを考え，これらの辺 AB, BC, CA にそれぞれ，Ａから B, B から C, C から A へと向かう向きを付け，それらの有向直線を c, a, b とし，a, b, c より鈴木の図形を作図することを考える．このとき，一般に，x, y, z を三辺とする三角形が三角形ＡＢＣを含むとは限らない．AB, BC, CA の長さを有向直線を表すのと同じ記号 c, a, b で表すことにする．

定理（9，3）．三角形ＡＢＣに上記の向きを付けて鈴木の図形を作図するとき，

(1)　K_aが軸について，ＡＢＣと同じ側にあるための必要十分条件は，$3a > b + c$（図32ａ）．

(2)　K_aが無限遠にある有向円であるための必要十分条件は，$3a = b + c$（図32ｂ）．

(3)　K_aが軸について，ＡＢＣと反対側にあるための必要十分条件は，$3a < b + c$（図32ｃ）．

証明． a, b, c に接する有向円，C_a，K_aの半径をそれぞれ r，r_a，k_a とする．

(2)．K_aが無限遠にある有向円であることを仮定する．このとき$-b$，zと$-c$，yは平行な有向直線の組みとなり，後者の二つの有向直線は前者のものに平行にも逆に平行にもならないことを示そう．K_aが一意に存在するためには，$-b, -c, y, z$ のなかに平行な有向直線が存在し，残りの有向直線はこれらに平行にも逆に平行にもならない必要がある．鈴木の図形の定義における仮定より a, b, c は一般の位置にあるから$-b$，$-c$は平行にはならない．また，C_b は通常の有向円であることに注意しておこう．もし$-b$，yが平行なら，これらはC_bに接するから，一致しなくてはならないが，これは仮定に反する．よって$-b$，yは平行にならない．同様に$-c$，zも平行ではない．次にy，zが平行であると仮定する．このとき次ぎの(a)，(b)のいずれかが起こらなくてはならない．(a) $-b, y, z$ が平行で c はこれらと平行でも逆に平行でもない．(b) $-c, y, z$ が平行で b はこれらと平行でも逆に平行でもない．しかし，今述べたことからこのような場合は起こらない．ゆえに，y，z は平行でない．よって $-b, -c, y, z$ のなかで平行になるのは $-b, z$ か $-c, y$ のいずれかである．そこで $-c, y$ が平行であると仮定しよう．このとき，K_aが一意に存在するためには，次ぎの(c)，(d)，(e)のいずれかが成立しなくてはならない．(c) $-b$，z は平行で $-c, y$ はこれらと平行でも逆に平行でもない．(d) $-b, -c, y$ が平行で，z はこれらに平行でも逆に平行でもない．(e) $-c, y, z$ が平行で，$-b$ はこれらに平行でも逆に平行でもない．このなかで起こりうるのは（ｃ）だけであるから，$-b, z$ は平行になる．同様に $-b, z$ が平行なら $-c, y$ が平行となる．以上より $-b, z$ と $-c, y$ が平行な有向直線の組みであることが結論できる．

さて，$-c, y$ が平行なら，K_cを内接円とする三角形と三角形ＡＢＣは相似になるから，それぞれの内接円と対応する傍接円の半径の比は等しく，

$$\frac{r_b}{k_c} = \frac{r_a}{r}$$

が成り立つ（図32ｂ）．一方，定理（9，2）(2)より

$$\frac{1}{k_c} = \frac{1}{r} - \frac{2}{r_c}$$

が成立する．これらよりk_cを消去し，さらに$r = S / s$，$r_a = S / (s - a)$ 等を代入して，r，r_a，r_b，r_c を消去すれば，$3a = b + c$ が得られる．ただし，Ｓは三角形ＡＢＣの面積，$s = (a + b + c) / 2$ である．

(1)．もし，K_aが軸に関してＡＢＣの側にあれば，c，y は軸に関してＡＢＣの側において交わるから（図32ａ），(2)の証明において$-c$，yが軸についてＡＢＣの側で交わる場合を考えると，

$$\frac{r_b}{k_c} < \frac{r_a}{r}$$

が得られ，これより $3a > b + c$ を得る．

(3). K_a が軸に関して ABC の反対側にあれば，b と z は軸に関して ABCの反対側において交わるから（図32 c），上記と同様にして

$$\frac{r_b}{k_c} > \frac{r_a}{r}$$

となり，$3a < b + c$ を得る．以上より，すべての場合において，必要条件については証明がされたので，それぞれの場合において逆も成立することがわかる．

この定理と定理（9，2）より，三角形ＡＢＣに前述の向きを付けて鈴木の図形を作図するとき，$3a = b + c$ ならば $\zeta_a = 0$ となり，$\zeta_b = 2\varepsilon_c$，$\zeta_c = 2\varepsilon_b$，$\varepsilon = 2\varepsilon_a$ が得られる．すなわち，K_b, K_c と a, b, c に接する有向円の半径は，それぞれ C_c, C_b, C_a の半径の半分になっていることがわかる．また，任意の二つの辺の和が残りの辺の三倍より小さくなっていれば，K_a, K_b, K_c は軸に関して三角形ＡＢＣの側にあり，x, y, z の作る三角形は三角形ＡＢＣを含むことがわかる．このときが鈴木政辰の問題の図 になる場合である．

§10. 会田安明の門人の問題

会田安明の門人の自問自答になる次の問題を考えよう．（［18］ｐ．108）．三角形ＡＢＣの傍接円の二つずつの共通外接線でＡＢＣを含む三角形を作るとき，この三角形の内接円の直径はＡＢＣの内接円の半径と三つの傍接円の半径の四つの和に等しい（図34）．

［13］（ｐ．192）によると，この定理の証明は長くて煩雑であるとのことであるが，［3］（ｐ．2）において，簡潔な証明を見ることができる．この定理も向きを付けて考えると，一般的に扱えるようになる．この図形については，無限遠の要素を必要としないので，通常の平面上において考えることにする．先ず，次ぎのように記号を決めよう．(図35 a，35 b)．

一般の位置にある三つの有向直線 a, b, c について，a, b, c ；−a, b, c ；a, −b, c ；a, b, −c に接する有向円をそれぞれ C_0，C_a，C_b，C_c とする．さらに，C_a，C_b の接線が c のみのときは c 自身を c と異なる共通接線が存在すればそれを z とする．同様に，C_b，C_c の共通接線が a のみのときは a 自身を，a と異なるものが存在すればそれを x とする．同様に，C_c，C_a について y を定義する．a, b ；b, c ；c, a の交点をそれぞれ C, A, B とし，a, b, c に接する有向円の半径を $r_{a,b,c}$ で表すことにする．x, y, z についても同様である．このとき，我々の問題は次ぎのように一般化される．

定理（10，1）． 一般の位置にある有向直線 a, b, c について，

$$2r_{x,y,z} = r_{-a,b,c} + r_{a,-b,c} + r_{a,b,-c} + r_{a,b,c}.$$

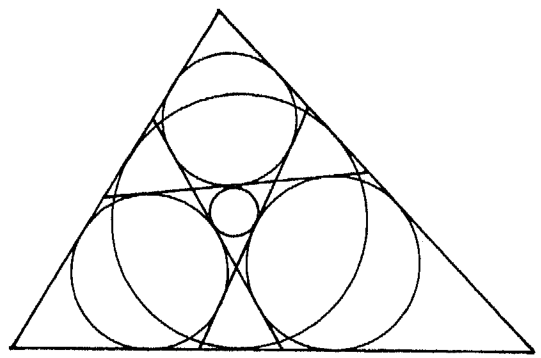


図34

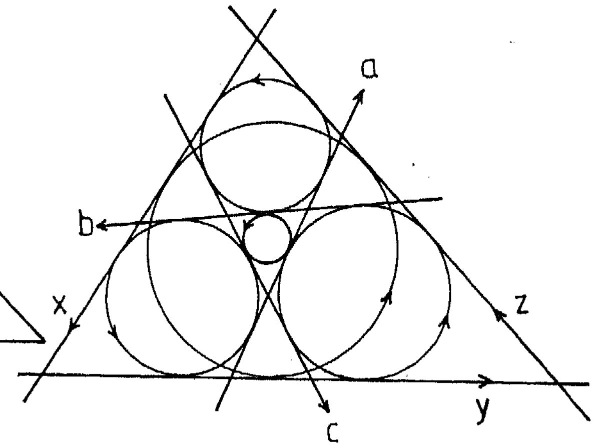


図35 a

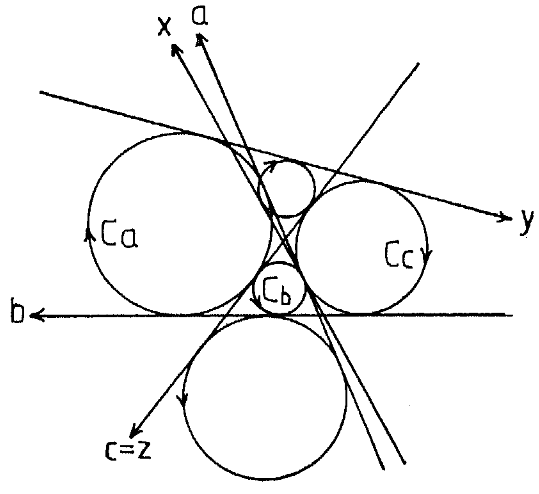


図35 b

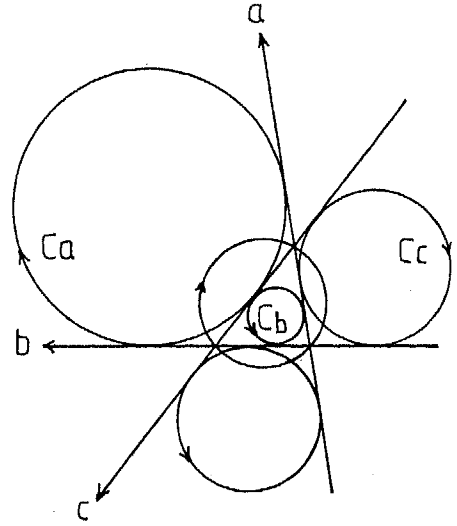


図36

この定理の証明をするために，いくつかの準備をしておく．通常の三角形 ABC の外接円，内接円，三つの傍接円の半径をそれぞぜ，R，r，r_a，r_b，r_c とするとき，.

$$4R = r_a + r_b + r_c - r,$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + r / R$$

という関係が知られているが（［4］ｐ．193，ｐ．194），これらの命題を向き付けた三直線に関する命題に拡張しておく．先ず，今我々が考えている図形において，フォイエルバッハの定理により C_0，$-C_a$，$-C_b$，$-C_c$ に有向円として接する九点円が存在するが，我

々はＡＢＣの外接円は，この九点円と同じ向きをもつと約束し，この円の半径を通常の三角形の場合と同じ記号Ｒで表すことにする．九点円は内接円を含むから，C_0がABCの内接円に向きを付けたものであれば，Ｒと$r_{a,b,c}$は同符号であり，C_0が ABCの傍接円に向きを付けたものなら，Ｒと$r_{a,b,c}$は異符号である．このとき，次の関係がある．

定理（10，２）．一般の位置にある有向直線a, b, cについて

(1) $4R = r_{-a,b,c} + r_{a,-b,c} + r_{a,b,-c} - r_{a,b,c}$,

(2) $\cos(a,b) + \cos(b,c) + \cos(c,a) = -(1 + r_{a,b,c}/R)$.

証明．(1)は符号を勘案すれば明らか（図36）．(2)．三角形ＡＢＣの内接円と外接円，傍接円の半径の間には，先に述べた関係があるが，さらに，傍接円については，

$$\cos A - \cos B - \cos C = 1 - r_a / R.$$

なる関係がある．これらの式と，Ｒの符号を考慮すると定理の式が求まる．

定理（10，１）の証明（図37．この証明の前半は［３］を参考にした）．C_a, C_b, C_cとx, y, zに接する有向円の中心をI_a, I_b, I_c，Ｏとする．このとき，二つの直線I_aI_b，I_cCはそれぞれ（a，b）と（a，−b）を二等分するから，両者は直交する．同様に，I_bI_c，I_aA；I_cI_a，I_bBはそれぞれ直交するから，三角形ＡＢＣは$I_aI_bI_c$の垂足三角形になっている．よって，$I_aI_bI_c$の九点円とＡＢＣの外接円は一致する．
そこで，$I_aI_bI_c$の外接円の半径の符号をこの九点円のそれと等しいものと決めれば，その半径は２Ｒとなる．

（a，y）＝（−b，c）＝（z，a）であるから，a，y，zのなす三角形は二等辺であり，$OI_a \perp a$である．同様に（b，z）＝（−c，a）＝（x，b）より$OI_b \perp b$が求まる．このことと，I_aI_bは（a，b）を二等分することから，aとOI_aの交点をA′，bとOI_bの交点B′とすれば，二つの三角形$CA'I_a$と$CB'I_b$は相似であり，三角形OI_aI_bは二等辺となる．よって，$OI_a = OI_b$である．同様に$OI_b = OI_c$となるので，Ｏは$I_aI_bI_c$の外心である．すなわち，

$$OI_a = OI_b = OI_c = 2R$$

である．

次に，Ｏからy（またはz）に降ろした垂線とOI_aのなす角は，$|(a,y)| = |(-b,c)|$または，これらの補角に等しいことに注意し，OI_aをこの垂線に正射影したものを考えれば，

$$r_{x,y,z} - r_{-a,b,c} = -2R\cos(b,c)$$

を得る．よって，

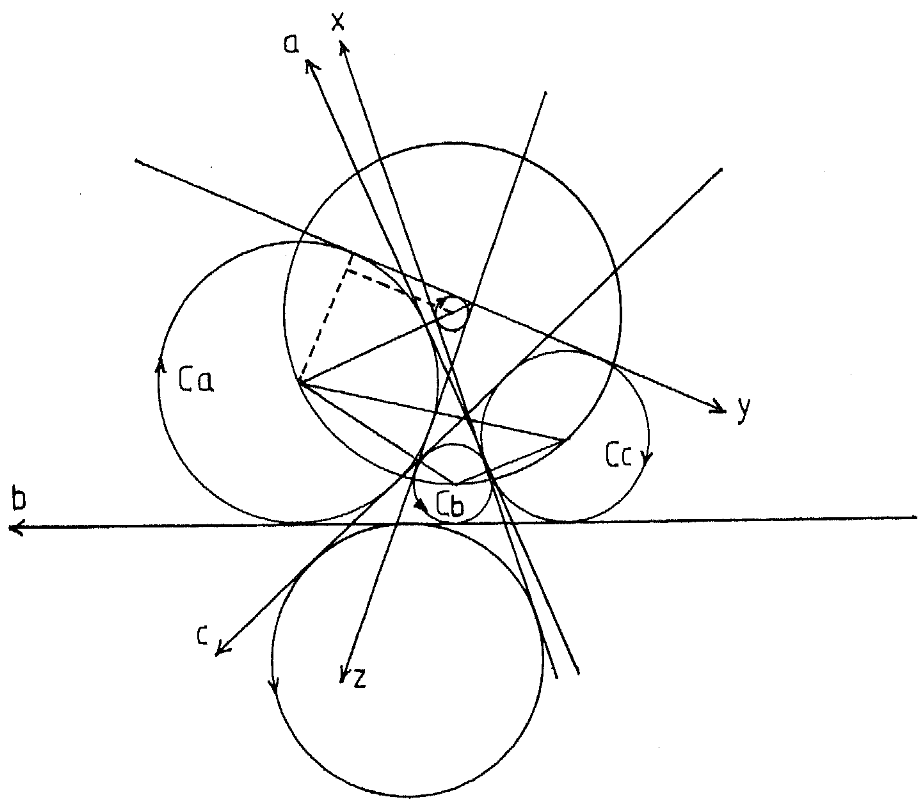


図３７

$$r_{x,y,z} = r_{-a,b,c} - 2R\cos(b,c)$$

が求まる．同様に，$r_{x,y,z} = r_{a,-b,c} - 2R\cos(c,a) = r_{a,b,-c} - 2R\cos(a,b)$である．よって

$$3r_{x,y,z} = r_{-a,b,c} + r_{a,-b,c} + r_{a,b,-c} - 2R(\cos(a,b) + \cos(b,c) + \cos(c,a))$$

を得る．一方，定理（10，２）よりこの式から$\cos(a,b) + \cos(b,c) + \cos(c,a)$とＲを消去すれば，定理の式が得られる．

ところで，三角形ABCにおいて，前節と同じように，辺AB, BC, CAにそれぞれＡからB, BからC, CからＡへと向かう向きを付け，それらの有向直線をc, a, bとし，a, b, cより前述のようにx, y, zを作る．ただし，C_0の半径が正の符号をもつようにA, B, Cが並んでいるものとする．このとき，他の四つの有向円の半径も正の符号をもつことに注意しよう．この場合に一般にx，y，zの作る三角形は，ＡＢＣを含むとは限らない．さらに，後述

するが，x, y, z のうちの二つが逆に平行になる場合もある．そこで，x, y, z と三角形 ABC の位置関係を分類してみることにしよう．

先ず，通常の三角形 ABC において，∠Aが直角ならば，$r_a = r_b + r_c + r$ が成立するが [11]，他の場合も含めて，次ぎが成り立つことを注意しておく．

定理（10，3）． 一般の三角形 ABC において，

(1) ∠Aが鋭角であるための必要十分条件は $r_a < r_b + r_c + r$ である．

(2) ∠Aが直角であるための必要十分条件は $r_a = r_b + r_c + r$ である．

(3) ∠Aが鈍角であるための必要十分条件は $r_a > r_b + r_c + r$ である．

証明． ABC の面積をS，$(a+b+c)/2 = s$ とするとき，

$$r_a - r_b - r_c - r = \frac{S}{s-a} - \frac{S}{s-b} - \frac{S}{s-c} - \frac{S}{s}$$

$$= \frac{aS(a^2 - b^2 - c^2)}{2(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

三角形 ABC に上記の向きを付けるとき，$r_{-a,b,c} = r_a$ であるが，この定理と，定理(10，1）より，直ちに次ぎを得る．

定理（10，4）． 三角形 ABC に上記の向きを付けて考えるとき，

(1) ∠Aが鋭角であるための必要十分条件は $r_{x,y,z} > r_a$ である．

(2) ∠Aが直角であるための必要十分条件は $r_{x,y,z} = r_a$ である．

(3) ∠Aが鈍角であるための必要十分条件は $r_{x,y,z} < r_a$ である．

今考えている図形に関して C_a，C_b，C_c と x，y，z に接する有向円は，みな正の向きをもつことに注意すれば，この定理より直ちに三角形 ABC と x, y, z の位置関係を分類することができる．

定理（10，5）． 三角形 ABC に上記の向きを付けて考えるとき，

(1) x, y, z が ABC を含む三角形をなすための必要十分条件は，ABC が鋭角三角形となることである．

(2) x，y，z のうちの二つが逆に平行であるための必要十分条件は，ＡＢＣが直角三角形となることである．

(3) x，y，z がＡＢＣを含まない三角形をなすための必要十分条件は，ＡＢＣが鈍角三角形となることである．

§11．おわりに

和算の幾何学を，あまりその取り扱いが煩雑にならない範囲で，有向円と有向直線の命題として述べてみた．§６及び§８でとりあげた曲率の和が等しいという問題は，和算において多く見られ，しかも，有向円の命題として述べることができるものであるが，これについては，独立に，別の機会において考えたい．

従来，「互いに外側にある円の曲率は正，含む円の曲率は負」という表現がよく用いられてきた．しかしながら，互いに交わる円については，このような解釈もできなかった．有向円と有向直線は，これらの不具合を解消し，さらにより一般化した議論を可能にする有力な概念であることが本論において明らかになったと思う．和算おける接する円の問題は膨大な数にのぼり，ここで取り上げたもの以外にも，有向円の命題として考えるべきものが多く残っているように思われる．また，和算の幾何学は球に関するたくさんの結果も持っている．これらについては，向き付けられた球，平面を考えることにより，本論同様の議論が展開できよう．

参考文献は原典によるべきであるが，数学的な面を論じたため，一般的な参考書に掲載されているものについては，さしつかえない範囲で，そちらを参照した．また，§５，§８は既出のものから（[９]，[10]）本論文の意にそった部分を取り上げ，増補し書き改めたものである．

最後に本稿を書くにあたり，道脇義正氏，大竹茂雄氏，小林龍彦氏に資料についてお世話になった．また下平和夫氏からは「算法通書」を，さらに，冨永久雄氏からは Johnson の著書を進呈して頂いた．ここに厚く感謝する次第である．

参考文献

[１] 会田安明，算法古今通覧巻之五　1797.

[２] H.Eves et al.,Problem 1155 ,Math.MAGAZINE, 57 (1984)p. 47 .

[３] 岩田至康，和算の数学的研究Ⅱ　数学史研究　41号（1969）ｐ. 1 -14.

[４] 岩田至康，幾何学大辞典第１巻　槙書店　1971.

[５] 岩田至康，幾何学大辞典第３巻　槙書店　1976.

[６] 岩田至康，幾何学大辞典第４巻　槙書店　1978.

[７] 岩田至康，最上流・関流論争の算額について　幾何学大辞典第４巻Ｐ. 482‐489，槙書店　1978　（数学史研究５巻３号（1967）よりのプリント）.

[8] 牛島盛庸，続算学小筌　1832.

[9] H. Okumura, Configurations Arising from the Three Circle Theorem, Math, MAGAZINE, to appear.

[10] H. Okumura, A Theorem on Tangent Cycles,THETA Vol,3 No 2(1989)p. 20 - 24 .

[11] H. Okumura, Incircles and excircles of right-angled triangles, Math. Gazette, October 1990, to appear.

[12] 小曽根淳，円と２直線に関する性質について　数学史研究110（1986）P.50-57.

[13] R. A. Johnson, Advanced Euclidean Geometry, Dover, N. Y. 1960.

[14] F. Soddy, The Kiss Precise, Nature 137 , (1936)p. 1021 .

[15] 竹内修敬，算法円理括發　1851.

[16] 長友次郎吉，幾何学　東京教学社　1969.

[17] 馬場正督，自問自答題術巻之一　1816.

[18] 平山諦，和算史上の人々　富士短大出版部　1965.

[19] 平山諦，虚の傍斜　数学史研究　114号　（1987）P.63-64.

[20] 平山諦，静岡の算額付追遠発曚　静岡珠算協会・全国珠算教育連盟静岡県支部　1989.

[21] 深川英俊，続々算額の研究，鳴海土風会　1983.

[22] 古谷道生編，長谷川弘閲，算法通書　1854.

[23] 藤井貞雄，算額の解法研究ー内接円と傍接円を含む問題についてー山陽和算研究会会誌 第８号（1989）P.26-40

[24] Y, Michiwaki & S, Takinami, On the Descartes Circle Theorem, Journal of Basic Sciences 2 no, 2(1983)p.1-8.

[25] 安富有恒，南部藩の和算家梅村重得　数学史研究　108号（1986）P.42-51.

Generalizations of the Results in the Old Japanese Incircle Geometry by the Terms of Cycles and Rays

Hiroshi Okumura

Results on tangent circles in the old Japanese mathematics can be generalized by the terms of cycles (oriented circles) and rays (oriented lines) instead of circles and lines. Eight such results are discussed. § 3 Bōsha Jutsu. § 4 a problem in Sampō Yenri Kappatsu: Let A_i ,B_i (i=1,2,3,...)be cycles touchng a cycle K and t_i rays such that A_i ,$-A_{i+1}$,t_i ($-A_i$ denotes the opposite cycle to A_i) touch at a point and B_i ,$-B_{i+1}$,t_i touch at a point, then $a_i : b_i$ are constant and t_i are collinear or parallel, where a_i and b_i are the radii of A_i and B_i . § 5 a problem of Baba. § 6 a problem on the Steiner's chains of circles. § 7 the theorem of Ōhara: Let A_i (i=1,2,3,4) be distinct cycles touching common two rays.If $-A_1$,A_2,$-A_3$,A_4 touch a cycle then a_1,$a_3=a_2a_4$. § 8 a problem in Zoku Sangaku

Shōsen. § 9 a problem of Suzuki: Let a,b,c be rays in general position, C_a (resp. C_b , C_c) the cycle touching −a,b,c(resp.a,−b,c;a,b,−c) (−a denotes the opposite ray to a), and x (resp.y,z) the ray distinct from a,b,c,−a,−b−c touching C_a (resp.C_b ,C_c) such that −a,−b,x, y; −b,−c,y,z; −c,−a,z,x have tangent cycles K_c ,K_a ,K_b respectively, then $\zeta_a+\zeta_b=2\varepsilon_c$, $\zeta_a+2\varepsilon_a=\varepsilon$, $\zeta_a+\zeta_b+\zeta_c=\varepsilon$, where ε_a , ζ_a , ε are the curvatures of the cycles C_a ,K_a and the cycle touching a,b,c respectively. § 10 the result mentioned as "a Japanese theorem" in Johnson's "Advanced Euclidean Geometry": Let a,b,c,C_a ,C_b ,C_c be as in § 9, z the ray touching C_a ,C_b distinct from c if it exists, otherwise z=c, similarly we define x,y touching C_b ,C_c ; C_c ,C_a respectively, then $2r_{x,y,z}=r_{-a,b,c}+r_{a,-b,c}+r_{a,b,-c}+r_{a,b,c}$, where $r_{x,y,z}$ is the radius of the cycle touching x,y,z. Various related results are given.

（平成２年１月23受理）

落 穂 集

漢数字と算木・算盤の置き方と

清 水 達 雄

中国固有の数表示法として，（1）漢数字による表記と，（2）算木による布算との，二種類がある．くらべてまず単字では，原則として

（1A）一位は横画，十位は縦画

（2A）一位は縦棒，十位は横棒

さらに単行では

（1B）縦書き，すなわち上から下へ

（2B）左横書き，これは左から右へ

この（1）から（2）への変化は，書法の直角廻転（反時計廻りの）が起こったとして，ABとも同時に，説明できる．

書法の直角廻転というのは，古代オリエントで見られ，また後代でも起こっている．

アラビア文字→ウイグル文字

このウイグル文字が，モンゴル文字，清朝の満州文字（北京の故宮閑廷の掲額に見られるもの）にひきつがれるわけだが，これらをアラビア文字をくらべると

右横書き→縦書きで行は左から右へ

これは反時計廻りに直角廻転したことになる．

あるいは，今日よく見られることだが，左利きのたとえば女子事務員が，用紙をななめに置いて，横書き用の行を，縦に埋めてゆく．この場合には

左横書き→縦書きで行は右から左へ

書法の廻転は，このように臨機にも起こる．

漢数字と算木との，三上義夫の『東西数学史』での論は，単字の比較（A）にとどまる．行としての比較（B）までとめると，書法の直角廻転が自然に帰結する．このことを筆者は，1967年に述べたが，雑誌の性質がら，数学史方面の眼にはふれなかったかに見える．

「数学史研究」総目録を見ながら再論の必要を感じて筆をとった．なお大橋・戸谷両氏の論にはそれぞれ本論を補う資料が出ているので併読を望む．

文献 [1] 清水達雄：左利きの思想．ことばの宇宙，2巻10号　1967．10

[2] 大橋由起夫：漢数字の起源について，数学史研究，74号，1977．7～9．

[3] 戸谷清一：西洋と東洋における記数とそろばん上の配列の相違に関して，数学史研究，119号，1988．10～12．

（平成元年12月23日受理）

編 集 後 記

平成元年度最後の124号を発行することができました．今年度は予定よりも発行が遅れがちで，予定よりも2ヶ月も遅れてしまいました．それは，創立30周年記念事業のためであり，また会員の皆様からの投稿が少なかったからです．

年会で発表された論文や数学史講座についても，会誌に掲載することはしておりません．研究発表に関連した論文や講座の内容の掲載を希望する方は，改めて投稿して下さい．その際，定った原稿用紙はありませんから，原稿用紙でもワープロでも結構です．内容は「論説」，「講座」，「報告」，「数学的考察」，「落穂集」，「図書」 などがありますから，論文以外でも投稿をお願い致します．ただし，ある内容に片寄った場合は，掲載まで月日がかゝる場合があります．掲載時期の問い合せにもなるべく応じるつもりです．編集担当の佐藤まで連絡下さい．

数学史学会の総会は5月27日（日）午前10時より，新宿区の高田馬場から5分の所にある富士短期大学5号館で開催致します．案内の通知は届いていると思いますが，万障お繰り合せの上ご参加下さい．

また，地方で刊行された数学史関係の書籍類・あるいは会員の方の著した書籍につきましても連絡をいただきたいと思います．

連絡は，佐藤健一（〒183 府中市北山町2－39－8　TEL 0425－72－0285 自宅）にお願い致します．

（佐 藤 健 一）

数　学　史　研　究

通　巻	124号（1990年1月～3月）
発行所	日　本　数　学　史　学　会 〒161 東京都新宿区下落合1丁目7番7号 富士短期大学科学史研究室 電話　東京（03）368－ 8826番（出版部）
会　費	年額　7,000円
振　替	東京2－20022番
印刷所	トーコーワイス株式会社 〒229 神奈川県相模原市上溝4082－22 電話　0427－63－4731番

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

NO.124

January – March, 1990

CONTENTS

Edited and Published by
The History of Mathematics Society of Japan
Fuji Junior College
1-7-7, Shimo-ochiai, Shinjuku-ku, Tokyo, 161, Japan

数学史研究　(通巻124号)　平成2年4月20日
東京都新宿区下落合1-7-7　電　話 (03) 368-8826 日本数学史学会