ISSN 0386-9555

数学史研究

（通 巻 128 号）

1991 年 1 月～3 月

目　　次

日本数学史学会

論　説

太閣検地初期の計算術

中口久夫

はじめに

太閣検地は，わが国の土地制度史上に画期的な変革をもたらした．本稿は，その一環である1反＝300歩制（もしくは1反＝250歩制）が，検地にともなう厖大な計算事務を簡捷化するために導入されたものであることを，太閣検地帳の分析によりそれをなした具体的計算術の検証によって立論するものである．

下村效氏は，「豊臣政権による丈量単位変更の目的について，今日の諸論者の説くところは，名目上の地積の増大，即ち年貢増徴ということ」であるが，これは「先入観による観念論であり，一種の結果論でもある．」と批判し，つづいて「問題はその先にあり，何故にそれが方六尺三寸一歩，一反三百歩でなければならなかったかということにある.」と，問題を提起した．氏は，みずからの答えとして租法に着目し，「坪当たり収穫高を計算の基礎とする豊臣氏の徴租法実施過程で，より簡便な仕方を求める方策ではなかったかと思われる．このような数的処理では，一反三百歩制は三百六十歩制より遥かに能率的であることは，いうまでもなかろう.(1)」と，推論している．確かに，1歩当たりの収穫量(α)から1反の収量を計算する際，$\alpha\times360$よりは$\alpha\times300$の方が簡便であることは，明白である．だが，いずれにせよ，反当収量の計算に要する時間は1件につき数秒を超えず，かりに上・中・下や下々各田品の作毛をさらに3品等に分けたとしても，1村ではたかだか10件内外の計算量に過ぎないのである．はたしてその程度の事務を合理化するために，あえて丈量制度の改革を行う必要があった，と言えるであろうか．

下村氏の下した結論には従えないが，しかし，1反＝300歩制導入の理由を計算事務の合理化に求めた慧眼には敬意を表したい．卑見は，計算事務合理化の目的は検地そのものであった，と考える．検地における計算事務は各耕地片毎に反別・分米を計算するのであ

るから，その事務量の厖大さは徴租事務の比ではない．明治政府が地租改正に際しそろばんの堪能な算者を全国で大動員したことに照らしても，いまだ算学興隆以前に属する太閤検地当時，克服すべき技術的制約が検地従事者の計算能力にあったとしても，なんら不思議ではない．

そこで注目されるのは，1反の歩数が，徴租事務（具体的には「免」の計算）では乗数として機能するのに対し，検地における反別・分米の計算では除数として機能することである．一般論としても割算の煩わしさは，四則計算のうちで最上位であることに異論はなかろうが，中国の計算技術史上に帰除法による割り声やそろばんが登場する以前，つまり，計算器具に算木を用い，商・実・法の3段に布算する演算の煩わしさは，今日われわれが筆算において感じるどころの比でなく，かつ，法2桁の場合は1桁に比べて数等面倒であった(2)．

ちなみに，『孫子算経』に則った法2位の割算では，かりに大きすぎる商を立てた場合，法の各位との積を実から順次ただちに差し引けば，途中で引くに引けなくなる．このような事態を避けるには，商と法の各位との積を実からただちに引くのではなく，いったん商・法の積をもう1段布算して，しかるのちに差し引きするしかない．大矢真一氏は，そのような4段布算法の存在を，寛永18年（1641）版『塵劫記』の解説図によって推測している(3)．これにひきかえ，法1桁の場合は商を求めやすく，商・法の積をただちに実から差し引けるうえ，法は頭中に置いて算木による布算を省略できるのである(4)．

だから，もし太閤検地が開始された当時，いまだわが国では『孫子算経』に則った計算法が墨守されていたとすれば，それは1反＝300歩制により丈量計算を合理化すべき理由として決定的であろう．ところが，そろばんと割り声の伝来が太閤検地が開始された天正10年（1582）より以前か，以後か，についてはいまだ詳らかではない．これまでに明らかにされたところでは，そろばんの伝来は文禄4年（1595）以前に遡り，帰除法による割り声も17世紀初葉にはかなり普及していた，とみられることまでである．それらの根拠は『羅・葡・日辞典』（1595年刊）『日葡辞書』（1603年刊）『日本大文典』（1604～08年刊）などに収録された「そろばん」や「八算」などの名称であった(5)．もっとも，鈴木久男氏は，侯継高「全浙兵制考」（1592年刊）付録「日本風土記」の記事を根拠に，「1570年前後に中国から舶載されたものであろう」(6)と推定しているが，この説はなお疑問の余地なしとしない．

鈴木説は，「『日本風土記』の成立は1573年以降1580年までの間」との推定を前提としている．成立年の上限を1573年としたのは，同書に天正の改元の記事がみえるからであるが，下限を1580年とした理由はなお詳らかでなく，ただ同書の成立が1573年をさほど下らぬ時期と推定する理由として，「兵制考」には朝鮮の役に関する記載があるのに「風

土記」の方は天正の改元までで終わっていることを，挙げている．だが，さように天正の改元後遠からぬ時期に同書が成立したのであれば，なぜ『風土記』の著者は「我が国の嘉靖庚申の年を，彼の国は天正元年と号す．」（渡辺三男訳『訳註日本考』）と，改元年を事実より13年も遡及させる誤りを犯したのであろうか．鈴木説に対する反証として十分ではないがみぎの誤謬の原因につきあえて推測を述べれば，「風土記」の著者はなんらかの資料に基づき天正十七己丑とあった年紀を，天正世（30）己丑と読み違えたのではあるまいか．もしそうなら，同書の成立は1589～92の間であり，そろばんの伝来の下限は従来の定説より数年を遡らせうるに過ぎないのである．かくて，太閤検地開始時期との関係は一段と微妙さを加えるが，依然軽率な判断を許さないのである．

筆者はかねて，検地における厖大な計算結果の集積である太閤検地帳そのものを分析して，当時の計算技術を解明する道を模索していた．ねらいは，検地帳から検出される数多の誤謬を分析すれば，なんらかのメカニズムを前提する傾向を見出せるかもしれない，という期待からである．そこでまず手始めに，初期の太閤検地帳について斗代の検算を行ったところ，かつて松尾寿氏が文禄における「太閤検地の斗代について」『史林』（第52巻1号）で指摘した現象と類似する結果を得た．すなわち，検地帳各筆の分米を反別で除した結果は，かならずしも一田品一斗代に収斂しないのである．その状況について松尾氏は，それぞれの田品で多数を占める計算値を「標準斗代」，これらからはずれるケースを「斗代のくずれ」とみなし，後者の現象は農民の主張を反映し「意識的になされたものと判断」したのであった．ただし，その注記で，「もっともこの背景には，慶長の役による中国数学の輸入，元和八年刊行の毛利重能の算術書（俗称『割算書』），寛永四年の『塵刧記』など，一連の数学発達史上の問題もあって（小倉金之助『日本の数学』），さらに検討を要する問題でもあるが，」と計算技術の面にも一顧を払う必要を認めたのであったが，その検討を保留に付したまま，結句は「前節でみたおびただしい斗代のくるいは，単に数学発達史上の問題としては片付かないように思われる.」と，決め込んだのである．これに反し卑見は，氏のいう「標準斗代」からはずれるケースを誤謬とみなし，考察を進めることにした．

本論にさきだち結果を述べれば，計算器具推定までの道程はなおほど遠いものの，予想外の収穫であったのは，分米計算に数表が用いられたことを解明しえたことである．当時，分米計算に「斗代目安」等の数表が用いられていたことは，すでに下村氏が「太閤検地の丈量，畝制の成立」『日本歴史』（第458号）において例証している．その具体事実を検地帳において確認することとなった手掛かりは，田品と歩数が共通するケースに同じ誤謬が繰返し検出されたことであった．これを説明するには，数表の使用とその数表に誤謬を仮定すればこと足りるのであったが，実際数表を復元してみると，その誤謬は単なる偶然的

な計算ミスでなく，簡易計算法によってもたらされた誤差であったことが判明したのである．数表復元の過程は，とりもなおさず，誤差を徴証として数表数値の計算過程を論理的に考究する道を開くものであった．ついで，同方法を「斗代目安」等数種の数表の分析に適用し，ここでもさきに帰納した簡易計算法を確認することにより，その一般化をも果すことができた（ただし，行論は筆者の考察の進行とは順序を異にし，単純なものから複雑なものへ発展するように，構成し直している）．

大分前置きが長くなったがいよいよ本論にはいるまえに，前近世の計算技術につき示唆的な村井中漸（1708～97）「算法童子問」（1784年刊）中のつぎの所説を参考に供しておきたい．

> 中古戦国におよびて九章の学随つて地に落つ，士は軍務に労し，民は流離に苦しみて，除算を煩なりとして用ひず．ただ乗算のみを行ふ，これを正慶算といふなり．

みぎの記述は簡略に過ぎるため従来すこぶる難解とされ，かつ，伝聞にもとづくものとしてあまり信用されなかったのであるが，本論ではまさに，「除算を煩なりとして用ひず乗算のみをおこなふ」社会慣習的計算法が，太閤検地が開始された当時なお持続していたことを，如実に示すことができるであろう．

〔注〕

1　下村　效「太閤検地の諸原則」『豊臣秀吉のすべて』(新人物往来社刊)

「免」(「高」に対する租率）を決定する原則仕法は，つぎのようである。

$$免=\frac{1歩当り収量\times300歩\times玄米比率\times収穫に対する租率}{斗\ 代}$$

すなわち，「物成」（徴収年貢高）は歩刈りにより調定された収穫高を基礎に，一定の対収穫租率（「2公1民」「5公5民」といった収穫分配比．「免」とは別もの）を乗じて決定されるのであるから，1反の面積単位が360歩から300歩に変更され，名目上の地積や「高」が増大したとしても，それはただちに年貢増徴を結果するものではない．(拙稿「近世初期租法の研究」『地方史研究』145号参照）

2　山崎與右衛門・戸谷清一・鈴木久男「器具による乗除計算法の歴史－算木からそろばんへ－」『東西算盤文献集』第二輯

3　大矢真一『和算入門』

4　注2と同じ

5　山崎與右衛門・鈴木久男「そろばんの伝来についての一考察－割算書以前に帰除法が流布－」『東西算盤文献集』第二輯

6　鈴木久男『珠算の歴史』ならびに『古そろばんの研究』

表1－1　「八斗代目安」

歩数	史料数値	計算値	摘要
10	2,356＝p'	2,355.5	
20	4,712	4,711.1	$p^{10}\times2$
30	7,067	7,066.6	$p^{10}\times3=7{,}068$
40	9,424	9,422.2	$p^{10}\times4$
50	11,780	11,777.7	$p^{10}\times5$
60	14,126	14,133.3	$p^{10}\times6=14{,}136$
70	16,492	16,488.8	$p^{10}\times7$
80	18,848	18,844.4	$p^{10}\times8$
90	21,204	21,200.0	$p^{10}\times9$
100	23,660	23,555.5	$p^{10}\times10=23{,}560$
110	25,916	25,911.1	$p^{10}\times11$
120	28,272	28,266.6	$p^{10}\times12$
130	30,628	30,622.2	$p^{10}\times13$
140	32,984	32,977.7	$p^{10}\times14$
150	35,340	35,333.3	$p^{10}\times15$
160	37,694	37,688.8	$p^{10}\times16=37{,}696$
170	40,052	40,044.4	$p^{10}\times17$
180	42,406	42,400.0	「天正6年所務帳」では42,400 $p^{10}\times18=42{,}408$

（単位＝才）

歩 数	史料数値	計 算 値	摘 要
190	44,764	44,755.5	$p^{10}\times 19$
200	47,120	47,111.1	$p^{10}\times 20$
210	49,476	49,466.6	$p^{10}\times 21$
220	51,832	51,822.2	$p^{10}\times 22$
230	54,188	54,177.7	$p^{10}\times 23$
240	56,544	56,533.3	$p^{10}\times 24$
250	58,900	58,888.8	$p^{10}\times 25$
260	61,256	61,244.4	$p^{10}\times 26$
270	63,612	63,600.0	$p^{10}\times 27$
280	65,968	65,955.5	$p^{10}\times 28$
290	68,324	68,311.1	$p^{10}\times 29$
300	70,680	70,666.6	$p^{10}\times 30$
310	73,036	73,022.2	$p^{10}\times 31$
320	75,392	75,377.7	$p^{10}\times 32$
330	77,748	77,733.3	$p^{10}\times 33$
340	80,104	80,088.8	$p^{10}\times 34$
350	82,460	82,444.4	$p^{10}\times 35$
360	84,026	84,800.0	「天正 6 年所務帳」では 84,800 $p^{10}\times 36=84,816$

1 「斗代目安」

「斗代目安」とは歩数別年貢表の原史料名で，斗代（t，1 反当りの年貢量）を前提として 1 反未満の標示歩数(x)に対する年貢量(y)を‘箇条書’にした「目安」，すなわち数表である．みぎの関係を数式で示せば，$y=tx/u$（$u=1$ 反の歩数）となる．本節では，この数式の計算法を具体史料について考察するのであるが，結果として大要つぎの 2 方式がみられる．その一は，まず 1 歩当りの年貢量を $t/u\fallingdotseq q_1$ または p_1（q_1 は端数を切り捨て，p_1 は切り上げた場合とする）のように近似値として算出したのち，他の標示歩数の年貢量はq_1xとして行う近似計算法である．もっとも標示歩数が 10 歩刻みの場合は，10 歩当りの年貢量を$10t/u\fallingdotseq q_{10}$ または p_{10}，自余の標示歩数の年貢量は $q_{10}x/10$，$p_{10}x/10$ として算出する．このような計算法をしばらく帰一式近似計算法と名付け，以下単に帰一式と呼ぶことにする．その二は，約分により tx/u の分母を 1 桁となし演算を簡単にするもので，以下この方式を約分法と呼ぶことにする．なお，本文においては「目安」中の年貢量を単に「数値」と呼び，単位はすべて「才」に統一して示す．

a 「八斗代目安」（「禅林寺文書」『和歌山県史』中世史料二）

この「目安」は永享 10 年（1438）作成の「禅林寺田畠目録并所務帳」と天正 6 年（1578）書写の「禅林寺所務帳」に記載されている．後者の「目安」は 2 個所に改訂の跡がみられるほかは，前者の記載を踏襲したものである．おそらく「目安」自体の成立は永享 10 年よりさらに古く，その効用は後者史料に受け継がれやがて太閤検地後に庄園が消滅するまで持続したものとみられる．なお，前者の「目安」には虫損による若干の欠字があるが，以下の行論は両史料の校合によって欠を補い考察することとする（表 1－1 参照）．

当該史料の見出しは「八斗代目安」となっているが，4 升 8 合の交分（付加税）が加わるため，実際の斗代は 8 斗 4 升 8 合である．標示歩数は 1 反から 10 歩までは 10 歩間隔で刻まれ，最後は 5 歩で終わっている．

さて，永享 10 年の「目安」が帰一式によって作成されたことは，10 歩～ 1 反の間の 36 項中，なんらかの錯誤があったとみられる 30，60，100，160，180 歩，1 反の 6 項を除けば，すべて 10 歩の数値 $p_{10}=2356$（$\fallingdotseq 84800\times 10/360=2355.\dot{5}$）の倍数であることから，明瞭である（もっとも，5 歩の値は 10 歩の値の1/2である）．

錯誤が推定される 6 項のそれぞれの史料数値と帰一式による計算値とを () 内に示せば，30 歩（7067，7068），60 歩（14126，14136），100 歩（23660，23560），160 歩（37694，37696），180 歩（42406，42408），1 反（84?26，84816）のように齟齬がある．その原因として，①書写違い，②計算器具の読み違い，③計算器具の誤操作，が仮定されるが，みぎの推定に消去法をとれば，すくなくとも六と四の数字を誤読もしくは誤書したり計

算器具上の数を読み違える蓋然性は低いとみられるから，160 歩の場合は①②ともに該当せず；したがって③が適当と考えられる．しからば，この場合の演算は累加法によったのではなく，各項それぞれに掛け算が行われたものといえよう．

つぎに，天正 6 年の「目安」において改訂された部分とは 1 反と180 歩の両項の数値である．1 反の数値は元来「目安」の前提であって計算を要せず，またその 1／2 にあたる180 歩の項も暗算によって容易に正しい数値が知れるから，修正されたのであろう．この改訂「目安」では 180 歩の項が，約分法によったと推定される唯一のケースである．

b　「壱石代配分」(「室町家御内書案」『改訂　史籍集覧』27)

この史料は永禄年間に編集されたとみられる「室町家御内書案」のうちに収録されている．成立時期は不詳であるが，これにより室町幕府の政所でも，年貢計算に「壱石代配分」すなわち「斗代目安」が使われていたことが，知られる（表 1 － 2 参照)．

この「壱石代配分」の歩数の刻みはさきの史料 a と異なり，1 歩から 10 歩までは 1 歩おき，20 歩から 120 歩までは 10 歩おき，そのうえは 60 歩おきで，300 歩で終わっている．つまり，省略された歩数の分は 2 以上の表示歩数を適宜に組合せ，それらの数値を合算して答えを求めるのである．

本数表の作成過程には 3 通りの計算法が推定されやや複雑な成立事情が推測されるが，基本的には史料 a の場合となんら変わりない．第一は，1 歩当りの数値を $p_1=278$（≒ $100000/360=277.\dot{7}$）として以下帰一式によったもので，2 歩から 9 歩までの各項と，20，40，60，歩の項がこれに該当する．第二は，10 歩当りの数値を $p_{10}=2778$（≒$2777.\dot{7}$）として以下帰一式によったもので，明確には 100，300 歩の項がこれに該当する．なお，30，50，70，80 歩の諸項も同値の累加計算により算出されたらしいが，その過程に錯誤があったものであろう．その推定根拠は，50 歩と，70，80 歩の各数値間の差が同値の倍数であることである．これらの数値はおそらく 10 歩の数値を累加する過程で 30 歩までに 1 才，50 歩までに 3 才の錯誤があり，以下 70 歩，80 歩に継承されたものとみられる．110 歩の場合も 100 歩と 10 歩の数値を合計したのであろうが，1 才の錯誤がある．

如上の推論で残る疑問は，第二の計算法の過程で算出される 20 歩，40 歩，60 歩の数値がなぜ採用されなかったのか，いいかえれば 10 歩以降に 2 つの計算法が錯綜する理由が問題となろう．それにはこの数表が，第一の計算法に基づく数表を底本とし，第二の計算法に基づく数表により改訂が加えられたとみれば，一応説明がつく．改訂理由はもとより，前者の方が後者より誤差が大きいからであり，改訂個所がとびとびであるのは，元来後者の歩数の刻みがそのように簡略であったためとみればよい．歩数の刻みを網羅的にすれば計算は省けるが，数表自体が煩雑となる．本表でも 120 歩以降の省略さ

表 1 － 2　　「一石代配分」　　(単位＝才)

歩数	一石代配分		摘要
	史料数値	計算値	
1	278＝p_1	277.7	1 石×1／60×1／6 才未満切り上げ
2	556	555.5	
3	834	833.3	
4	1,112	1,111.1	
5	1,390	1,388.8	p_1× 5
6	1,668	1,666.6	p_1× 6
7	1,946	1,944.4	p_1× 7
8	2,224	2,222.2	p_1× 8
9	2,502	2,500.0	p_1× 9
10	2,778＝p_{10}	2,777.7	1 石×1／6×1／6 才未満切り上げ
20	5,560	5,555.5	p_1×20
30	8,335	8,333.3	
40	11,120	11,111.1	p_1×40
50	13,893	13,888.8	
60	16,680	16,666.6	p_1×60
70	19,449	19,444.4	
80	22,227	22,222.2	
90	25,000	25,000.0	1 石×1／4
100	27,780	27,777.7	p_{10}×10
110	30,557	30,555.5	
120	33,330	33,333.3	1 石×1／3 勺未満切り捨て
180	50,000	50,000.0	1 石×1／2
240	66,670	66,666.6	1 石×2／3 勺未満切り上げ
300	83,340	83,333.3	p_{10}×30

表1－3　　賀太荘斗代目安　　（単位＝才）

歩数	佃 1石2斗代		殿人田 7斗代		地頭•浦永 5斗代		公　田 4斗代	
	史料数値	計算値	史料数値	計算値	史料数値	計算値	史料数値	計算値
0.5	170	166.6	100	97.2	70	69.4	60	55.5
1	333	333.3	195	194.4	139	138.8	112	111.1
5	1,667	1,666.6	952	972.2	695	694.4	556	555.5
10	3,334	3,333.3	1,950	1,944.4	1,389	1,388.8	1,112	1,111.1
20	6,666	6,666.6	3,900	3,888.8	2,778	2,777.7	2,234	2,222.2
30	10,000	10,000.0	5,850	5,833.3	4,187	4,166.6	3,336	3,333.3
40	13,334	13,333.3	7,800	7,777.7	5,566	5,555.5	4,448	4,444.4
50	16,667	16,666.6	9,750	9,722.2	6,995	6,944.4	5,560	5,555.5
60	20,000	20,000.0	11,700	11,666.6	8,340	8,333.3	6,670	6,666.6
70	23,333	23,333.3	13,650	13,611.1	9,727	9,722.2	7,782	7,777.7
80	26,364	26,666.6	15,600	15,555.5	11,118	11,111.1	8,894	8,888.8
90	30,000	30,000.0	17,550	17,500.0	12,500	12,500.0	10,000	10,000.0
100	33,334	33,333.3	19,500	19,444.4	13,900	13,888.8	11,120	11,111.1
110	37,680	36,666.6	21,450	21,388.8	15,289	15,277.7	12,240	12,222.2
120	40,000	40,000.0	23,334	23,333.3	16,677	16,666.6	13,344	13,333.3
180	60,000	60,000.0	35,000	35,000.0	25,000	25,000.0	20,000	20,000.0
240	80,000	80,000.0	46,660	46,666.6	33,340	33,333.3	26,680	26,666.6
300	100,000	100,000.0	58,330	58,333.3	41,640	41,666.6	33,340	33,333.3

（単位＝才）

歩数	雑　事 3斗4升6合代		雑事加米 1斗4合代		公田•浦永加米 5升代	
	史料数値	計算値	史料数値	計算値	史料数値	計算値
0.5	50	48.0	20	14.4	10	6.9
1	99	96.1	29	28.8	14	13.8
5	480	480.5	145	144.4	70	69.4
10	960	961.1	290	288.8	140	138.8
20	1,920	1,922.2	580	577.7	280	277.7
30	2,880	2,883.3	890	866.6	420	416.6
40	3,840	3,844.4	1,160	1,155.5	560	555.5
50	4,800	4,805.5	1,450	1,444.4	700	694.4
60	5,770	5,766.6	1,740	1,733.3	840	833.3
70	6,720	6,727.7	2,030	2,022.2	980	972.2
80	7,680	7,688.8	2,320	2,311.1	1,120	1,111.1
90	8,650	8,650.0	2,680	2,600.0	1,250	1,250.0
100	9,600	9,611.1	2,900	2,888.8	1,400	1,388.8
110	10,560	10,572.2	3,190	3,177.7	1,540	1,527.7
120	11,540	11,533.3	3,480	3,466.6	1,680	1,666.6
180	17,300	17,300.0	5,200	5,200.0	2,500	2,500.0
240	23,380	23,066.6	6,930	6,933.3	3,360	3,333.3
300	28,840	28,833.3	8,700	8,666.6	4,180	4,166.6

れた歩数（ただし，10歩単位）の数値は，適宜な2つの表示歩数を組合せ，それらの数値の和として求めるのであるが，その方式に則れば10歩以降には，30，50，70，80，90，100，110，120，180，240歩の10項があればこと足りるのである．ちなみに，明応8年「禅林寺斗代目安」（「禅林寺文書」）の場合，標示歩数は5，10，20，30，60，120，180，240，300歩の8項に過ぎない．この場合は，2数値の和によるのみでなく，差によって求める組合せも行われたとみられる．

ついで第三の方法とは約分法で，90，120，180，240歩の場合がそれにあたる．すなわち，それらの歩数はそれぞれ1反の1／4，1／3，1／2，2／3に相当し，いずれの場合も日常的によく馴染まれた計算であったに違いない．120，240歩の場合は不尽数を結果するが，史料の数値は「才」を四捨五入したものとみられる．

c　「賀太荘斗代目安」（「向井家文書」『和歌山県史』中世史料二）

「賀太荘斗代目安」は2種が遺存する．一つは天文2年（1533），他は天正10年（1582）の年紀があるが，いずれもオリジナルではない．そのわけは，前者の各数値（ただし，1カ所を除く）は，それぞれに対応する後者の数値の「勺」位以下を切り上げたものであって，その当然の結果として後者に含まれた数多い誤謬を受け継いでいるからである．しかしながら，年紀の若い後者がただちに年紀の旧い前者の原本であるはずはなく，したがって両者の共通の祖たる原本が別に存在したとみるほかはない．さすればここでも，「斗代目安」の原本は天文2年以前に成立し，庄園制が終焉を迎える前夜の天正10年まで襲用されていたものとみられる．以下，「目安」作成当初の計算過程を考察するため，原本により忠実とみられる天正10年「斗代目安」を用いることとする（表1－3参照）．

この「目安」の斗代は庄園公領制下の多様な収取内容に応じ，1石2斗，7斗，5斗，4斗，3斗4升6合，1斗4合，5升の7種に分かれている．つぎに，歩数標示は「5朱」からはじまる．しかし，天文2年「目安」には5朱がなく，天正10年「目安」の5朱も細字で書き込まれている風から推して補筆とみられるから，元来原本にはなかったのであろう．5朱につづいて1歩，5歩，10歩があいつぎ，10歩以降120歩までは10歩おき，その余は60歩おきで300歩をもって終っている．

「目安」の計算過程は，総体としてみれば，史料a，bと同様に帰一式が主流を占める（ただし，5斗代の項は誤謬が多く不明）．すなわち5升代では，1歩～240歩の間において90歩，180歩を除き，他はすべて$p_1=14$（≒13.8）の倍数であり，1斗4合代では，1歩～300歩の間で30歩，90歩，180歩，240歩以外は$p_1=29$（≒28.8）の倍数，3斗4升6合代では，5歩～110歩の間で60歩，90歩以外は$p_1=96$（≒95.2）の倍数，7斗代では，計算に錯誤があったとみられる5歩の数値を除き1歩～110歩の間が$p_1=195$（≒194.4）の倍数である．4斗代では，10，（20歩の場合は計算に1勺の錯

誤があったとみられる）30～50，100，120歩が$p_{10}=1112$（≒1111.1）の倍数，70歩，80歩の場合は約分法で計算された60歩の数値（ただし，「勺」未満は切り上げ）にみぎの10歩の数値を累加してえられる数である．

つぎにこの「目安」でも歩数が1反の1／6，1／4，1／3，1／2，または2／3に相当する場合は，すでに史料a，bでみたところと同様に帰一式が用いられない傾向がある．すなわち，5升の90，180歩，1斗4合の180歩，3斗4升6合の60，90，120，180歩，4斗代の60，90，180歩，5斗代の90，180歩，7斗代の120，180，240歩の場合はいずれも正答値が算出されており，約分法によったものとみられる．なお，3斗4升6合，4斗，ならびに7斗代の各項における300歩の場合も正答値が算出されていて，約分法が用いられたとみるのが妥当であるが，300／360を5／6，もしくは10／12として計算したものであろうか．後者の場合は法2位の割算となるが除数を2と6もしくは3と4の因数に分解すれば法1位の計算に転換できる．

以上は，斗代×歩数／360歩の算式において歩数同士の約分により分母を1桁にすることができる場合であったが，1石2斗の項は，その斗代との約分によって計算を簡単にしたものとみることができる．この項は端数整理の統一を欠いているが，明瞭に誤謬と認められるケースは80歩と110歩の数値のみである．

2　「得取目安」

「得取」とは，内検により得田を調定することをいい，また，その指標である得田比率を指す．すなわち，一定地域内の各耕地片には得田と損田が一定比で存在するものとして，得田の比率を1反（u）に対する歩数（a）で決定したものが「得田」である．得田は満作により分米を全額収取する耕地，損田は皆損により全額免除する耕地であるが，現実の作況は前記のように一定比で分極化するはずはなく，「得取」とは所詮，一定地域の豊凶の度合を測定して決定された租率にほかならない．しかして，「得取目安」は表示歩数（x）に対する得田歩数（y）を表示したもので，「斗代目安」と同様に$y=ax/u$の関数表である．ちなみに，『和歌山県史』では，当該史料の名称を「年貢百歩徳」としているが，「百歩徳」は得田比率が100歩／1反の場合にのみ妥当する名称である．

d　「天文16年賀太荘徳取目安」（「向井家文書」『和歌山県史』中世史料二）

「斗代目安」は斗代に永続性があるため一度作成されると何代にもわたって踏襲されたのに対し，「徳取目安」は当然ながら例年作成されたのである．「向井家文書」には天文16年の分と，天正7～11年分のそれぞれ得田比率の異なる6点が遺存する．これらのうち，以下の考察では天文16年「目安」のみをとりあげるが，その理由は，さきにみた二つの計算法を一連の「目安」作成手順として統合的に考察できるからである（表

2－1参照).

この「目安」の標示歩数の刻みは，5歩にはじまり10歩以降120歩までは10歩おき，以下60歩おきで300歩で終わっている．反当得田歩数は地区に応じ，「泉ヨリ上分」は75歩，「山田・大河」は70歩，「泊・大谷・大石」は60歩，「深山」は50歩の4種に分かれている．また，各項の得田歩数（以下，「数値」と呼ぶ）は「朱」位（1歩の1／10）まで表示されている．以下では，「朱」位を小数として示すことにする．

この「目安」において10歩の数値の倍数に該当するケースは，「泉ヨリ上分」欄の10，20歩，「山田」等欄の10，20，40，80歩，「泊」等欄の10～50歩の各項，ならびに「深山」欄の90，180歩を除く各項である．ただし，それらの数値計算法として帰一式が推定されるためには，単に10歩の数値の倍数であるのみでなく，そのような数の系列として誤差の拡大が認められなければならない．みぎでは「山田」等欄の40，80歩，「泊」等欄の30～50歩，「深山」欄の100～120および240，300歩の各項数値にその徴証が明瞭に認められるが，「泉ヨリ上分」欄には表れず，この場合は上来の諸例と様相が異なっているのである．

さて，帰一式が推定される決定的根拠はその結果たる誤差であるように，その他の計算過程の解明も，誤謬のある数値間の因果性を考察することによって可能となる．すなわち，「泉ヨリ上分」欄の各項数値において「朱」位未満の端数整理が不統一であるのはともかく，60，120，240，300歩の4項の数値は明らかに誤謬であり，かつ，前3項の数値のいずれかを前提とすれば，その他の誤答値は連鎖的に算出可能な関係を有している．ちなみに，120歩の24.8（史料数値，以下同じ．正答値＝25.0）を前提とすれば，同値を1／2にして60歩の12.4（正答値＝12.5）が，おなじく2倍して240歩の49.6（正答値＝50.0）が，また180歩の数値37.5と合せれば300歩の62.3（正答値＝62.5）が，結果するのである．もっとも，因果関係が推定される数値は上記のほかに30歩の6.2があり，60，120，240歩の各数値はその倍数であるから，前者を原因とする場合も仮定できないことはない．しかし，上来の考察では，120，60歩の数値はしばしば約分法によって算出されていたから，むしろそれらの数値のいずれかを前提として，ふたたび約分法により30歩の数値が算出されたとみる方が妥当であろう．

そのような逆退的算出順序は，作成途上で抹消された「深山」欄の未完成な形状と内容からも，読み取ることができる．当該欄において数値が記入されているのは，5～60歩の間の毎項と，90，120，180歩の項だけであって，うち20，30，90，120，180歩は正答値，5，10歩は誤答値が訂正され，40，50，60歩は誤答値である．ところが，これらの数値は90歩を除き正誤の差別なく抹消され，ただ10歩の訂正値のみが復活して書き込まれている．

表2－1　　賀太荘得取目安　　（単位＝歩）

歩数	泉ヨリ上分 75歩		山田•大河 60歩		泊•大谷•大石 70歩		深　山 50歩		深　山（抹消） 50歩（抹消）
	史料数値	計算値	史料数値	計算値	史料数値	計算値	史料数値	計算値	史料数値
5	1.1	1.04	0.8	0.83	0.9	0.97	0.7	0.69	0.4（抹消)→0.7（抹消)
10	2.1	2.08	1.7	1.66	1.9	1.94	1.4	1.38	0.8（抹消)→1.4（抹消)→1.4
20	4.2	4.16	3.4	3.33	3.8	3.88	2.8	2.77	2.8（抹消)
30	6.2	6.25	5.0	5.00	5.7	5.83	4.2	4.16	4.2（抹消)
40	8.3	8.33	6.8	6.66	7.6	7.77	5.6	5.55	3.1（抹消)
50	10.4	10.41	8.4	8.33	9.5	9.72	7.0	6.94	4.0（抹消)
60	12.4	12.50	10.0	10.00	11.7	11.66	8.4	8.33	4.4（抹消)
70	14.5	14.58	11.8	11.66	12.8	13.61	9.8	9.72	
80	16.6	16.66	13.6	13.33	14.4	15.55	11.2	11.11	
90	18.8	18.75	15.0	15.00	17.5	17.50	12.5	12.50	12.5
100	20.8	20.83	16.8	16.66	18.2	19.44	14.0	13.88	
110	22.9	22.91	18.5	18.33	20.1	21.38	15.4	15.27	
120	24.8	25.00	20.0	20.00	23.4	23.33	16.8	16.66	16.7（抹消)
180	37.5	37.50	30.0	30.00	35.0	35.00	25.0	25.00	25.0（抹消)
240	49.6	50.00	40.0	40.00	44.0	46.66	33.6	33.33	
300	62.3	62.50	50.0	50.00	58.4	58.33	42.0	41.66	

注：抹消された「深山」欄は，実際は第4欄に記載されている．本表の記号→は訂正を表す．なお，訂正は「泊•大谷•大石」欄にもあるが表中では省略した．それらは10歩の数値の1.8→1.9，20歩の数値の3.6→3.8，30歩の数値の5.5→5.7の3カ所である．

さように本欄は曲折した作成過程を示唆しているが，とまれ，60歩以降90，120，180歩の各項がとびとびに記入が終わっているのは，約分法が帰一式より先行してなされた証左である．つぎに，帰一式が推定されるのは5歩と50歩両項の数値（0.4，4.0）で，これらは10歩の誤答値（0.8）を前提とした結果とみて相違なかろう．20，30歩の各数値（2.8，4.2）も10歩の訂正値（1.4）を前提とすれば帰一式により算出可能であるが，しからば，それに先行した10歩の誤答値にもとづく計算はこれら両項を空欄のまま飛び越してなされたことになり，不自然である．むしろ，両項は180（25.0），120（16.7），90歩（12.5）の各数値のいずれかを前提として，約分法によって算出されたとみるべきではなかろうか．残るは10，40，60歩の3項であるが，後2者の数値（3.1，4.4）は10歩の誤答値（0.8）のそれぞれ4，6倍に近似する．しかし，これも帰一式によった計算ミスとみるより，約分法によって算出された40歩もしくは60歩の誤答値を前提として，これを1／4もしくは1／6とした結果1歩の誤答値が算出されたとみるべきではなかろうか．帰一式にせよ，約分法にせよ，それらは法2桁の割算を回避するため案出された簡略法であったればこそ，両者が併用された理由も理解することができるが，しからば，帰一式に前提とされる1歩もしくは10歩の数値が約分法によって算出されたとして，なんら不思議はない．

最後に注目すべきは，本欄の記載が正誤に関係なく抹消されているなかで，90歩の数値のみが抹消を免れていることと，10歩の訂正値が一旦抹消されたのち再び書き込まれていることが示唆する両者の関係についてである．それは本欄の作業を打ち切る前に，それら2数値のみが正答値として再確認されたことを意味し，しかもその手順は当初算出された90歩の数値の再確認が10歩の数値を確定する前提であった，と推定できよう．本欄の記入は以上をもって打ち切られ，つづく作業は直下に設けられたあらたな欄に移行したのであったが，ここでは90，180歩を除く各項に，改めて帰一式にもとづく画一的な計算が行われたのである．その結果，前欄において正答値16.7（≒$16.\dot{6}$）が算出されていた120歩の項までも帰一式によった数値16.8に改められ，0.1の誤差を生じている．

かくして計算を改めた「深山」欄の内容は，史料ａに近似した簡単な形態を示す結果となっているが，もし，前段の作業が挫折していなければ本「目安」の他欄のように変化に富んだ展開をしていたにちがいない．ちなみに，「山田」等60歩欄および「泊」等70歩欄における下記の誤答例は，それぞれの右に記した方法によって算出されたものと推定される．

「山田・大河」60歩欄

40歩	6.8	帰一式　1.7×4，もしくは，20歩の数値を2倍　3.4×2
70歩	11.8	30歩と40歩の数値を合算　5.0+6.8
80歩	13.6	帰一式　1.7×8，もしくは，40歩の数値を2倍　6.8×2
100歩	16.8	50歩の数値を2倍　8.4×2
110歩	18.5	10歩と100歩の数値を合算　1.7+16.8

「泊・大谷・大石」70歩欄

30歩	5.7	帰一式　1.9×3
40歩	7.6	帰一式　1.9×4
50歩	9.5	帰一式　1.9×5
70歩	12.8	？
80歩	14.4	？
100歩	18.2	20歩と80歩の数値を合算　3.8+14.4
110歩	20.1	10歩と100歩の数値を合算　1.9+18.2
240歩	44.0	40歩の数値に100歩の数値の2倍を加える　7.6+18.2×2

かくして，本「目安」に含まれた22個の誤謬（ただし，抹消欄を除く）のうち20個（91%）の説明が可能であり，そのすべてが的中していないとしてもかなり高い蓋然性を有するであろう．以上を要約すれば，本「目安」の作成手順は，まず約分法による数値算出が先行し，その逆退的繰返しによって10歩の数値を算出したのち，自余の項は帰一式か，もしくはすでに算出された数値を適宜に組合せそれらを合算する方法により行われた，といえよう．同時にそれは史料ａ，ｂ，ｃにも共通する普遍的な方法であったにちがいないのである．

3　天正12年太閤検地における「斗代目安」の復元

本節では，天正12年（1584）近江今在家村検地帳[(1)]を素材とし，分米高における誤謬の分析をもとにその計算に用いられた「斗代目安」を復元する．その過程は以下のようである．

まず，検地帳各筆の分米高につき，つぎの要領で検算を行った．

1　分米の計算式は，
$Y=y_1+y_2=t\ (x_1+\frac{x_2}{u})$（ただし，$t$＝斗代，$u$＝1反の歩数，$x_1$＝反別における反畝数，$x_2$＝反別における歩数，$Y$＝分米，$y_1=tx_1$，$y_2=\frac{tx_2}{u}$）による．

2　上式において斗代は検地帳奥書に記載があり，11,500（勺，以下同じ），7,500，6,500，5,500，3,000，2,000，1,500の7種である．

3　1反の単位歩数uの値は明示がない．そこで反別に歩数が付随している184筆につき，

$u'=\dfrac{tx_2}{Y'-tx_1}$（ただし，Y' ＝検地帳各筆分米高）として逆算値を求めたところ，u' ＝300 として整除されるケースが 102 例（56%），300 に±5未満の端数を結果するケースが 57 例（31%），同±5以上 10 未満の端数を結果するケースが９例（５%），その他 11 例（６%），不明４例（２%）であった．これにもとづき，$u=300$（歩）と推定する．

4　検算は「勺」位までおこなう．端数整理については徴すべき根拠がないので，当面，検地帳の分米高が切り上げ・切り捨てのいずれに相当する場合も正答とみなし，それぞれの筆数を区分して掲げることとする．

検算の結果を便宜類別して総括すれば，表３－１のようである．

表３－１

類別	筆数	正答		誤答	正答率
Ⅰ 反別が畝位までのケース	155	155		0	100%
Ⅱ 反別に歩数が付くケース	184	134		47	73%
a 斗代と約して分母を払えるケース	83	80		3	96%
b 歩数と約して分母が 100 となるケース	37	22		15	59%
c 割り切れないケース	61	切上げ 5	切捨て 27	29	52%
d 不明	3	?		?	?
合計	339	(289)		(47)	(85%)

1　類別Ⅰ「反別が畝位までのケース」とは，$x_2=0$　$Y=y_1=tx_1$ の場合であり，頭書の分米計算式は類別Ⅱ「反別に歩数が付くケース」に該当する．

2　類別Ⅱ－a「斗代と約して分母を払えるケース」とは，具体的には斗代が７斗５升，３斗，１斗５升の場合である．

3　類別Ⅱ－b「歩数と約して分母が 100 となるケース」とは，とりもなおさず x_2 の値が３の倍数にあたる場合である．

4　類別Ⅱ－c「割り切れないケース」とは，$t\cdot x_2$ を 300 で除して割り切れない場合である．

5　類別Ⅱ－d「不明」とは，田品もしくは反別が虫損もしくは脱字のため不明のケースである．

6　２種の田品に区分される土地を１筆に記し，一方を内書きにしたケースが２例（類別Ⅰおよび類別Ⅱ－dに各１例）存在するが，行論に支障がないのでいずれも１筆として数える．

表３－１から看取される特徴は，誤謬の偏在である．すなわち，類別Ⅰ「反別が畝位までのケース」では 155 例のすべてが正答であるのに対し，類別Ⅱ「反別に歩数が付くケース」では誤答が 184 例中 47 例（26%）あり，しかもそのほとんどが類別Ⅱ－b，c項に集中している．ついで誤答 47 例を通観したところ，誤差が１合以上のものは 13 例（28%）に過ぎず，９勺以下が 34 例（78%）と大半を占めている．反別の「畝」位以上は分米の「勺」位と無関係であるから，全体のうち「誤差が１合以上のもの」および類別Ⅱ－dの「不明」を除いた 323 例（95%）は，少なくとも反畝分の分米計算（$y_1=tx_1$）において過誤がなかったとみてよかろう．逆に，「合」以上の誤謬はさておき「勺」位の数字が相違するケースを数えると，40 例（誤答 47 に対し 85 %）にのぼったことがわかった．つまり，誤謬の大半は反別「歩」位の分米計算 $y_2=\dfrac{tx_2}{300}$ において発生していると推定される．そこで以下では類別Ⅱ－b，c項（具体的には，斗代が１石１斗５升，６斗５升，５斗５升の各筆）に属する 98 例について，反別「歩」位の分米計算に的を絞り，下記の要領で作成した表２－２をもとに考察を進めることにしたい．

1　表２－２の「計算値」欄は，b，c項の各筆について算出した $y_2=\dfrac{tx_2}{300}$ の値である．

2　同「分析値」欄は，検地帳の分米高（Y'）から y_2 に対応する仮値（y_2'）を $y_2'=Y'-y_1=Y'-tx_1$ として逆算したものである．

3　同「u'」欄は，$u'=\dfrac{tx_2}{y_2'}$ により算出した１反の歩数の逆算値である．

4　同「摘要」欄の記載は，本文における考察過程を経て，「分析値」を一定の要素的数値から合成しうることを示したものである．

u' 値はさきに１反の単位歩数を帰納するために算出したものであるが，その際 u' ＝300 を結果したケースは表２－１類別Ⅱ－a項の正答 80 例と同b項の正答 22 例であり，後者の諸例は表２－２「歩数９，15，18」の各行に限定してみられる．そして残る $u'\fallingdotseq 300$ のケースが分米高に端数整理もしくは誤謬を含むケースである．

さてここで注目すべきは，各斗代 u' 欄の例には $u'\fallingdotseq 300$ のケースにも数値を同じくするものがみられることである．そのようなケースは各斗代で標示歩数が１桁の側と２桁の側にそれぞれ１グループずつ存在する（各グループの該当数をゴチックで示す）．$u'=\dfrac{tx_2}{y_2'}$ において x_2 の各値に対し u' が一定の値をとるのは，$y_2'=ax_2$ ∴ $u'=t/a$（a＝定数）なる場合にほかならない．つまり，これら各グループにおける分析値は，同一の単位値の倍数である．そこで a 値を逆算すれば，１桁歩数の側の各単位値（a_1）は，$t/u\fallingdotseq q_1$（「勺」位未満を切り捨てた数値．それぞれ「歩数１」「摘要」欄に記す）

であり，2桁歩数の側の各単位値（a_{10}）は，$10t/u \fallingdotseq q_{10}$（同前．それぞれ「歩数10」「摘要」欄に記す）の1/10に相当することがわかった．ゆえに，これらのケースでは帰一式が採られたことが，推定されてよい．それは，しかし，検地帳各筆の分米計算がいちいち帰一式で行われたものでなく，前節でみたように「斗代目安」における数値計算法が投影されたものだったのである．それを論証するには「斗代目安」の復元をまたねばならないが，その見込をつけるには u' が個別であるケースの「分析値」を，q_1 と q_{10} を要素として合成しうることを試すだけでよい．ちなみに「斗代＝1石1斗5升」欄「歩数12」の「分析値459」は $2q_1+q_{10}=2\times38+383$ として合成できるようにである．

表3－2「摘要」欄に記した数式はそれぞれの分析値が，「歩数1，5，10，15」の各 q_n 値（$=nt/u$ の整商，$n=$歩数）を要素として合成できることを示している．ここに新たな要素として q_5 と q_{15} を措定しているが，整除されて結果する q_{15} は分析値の多数例であり，約分法により算出されたもの，と推定して加えた．これに反し，q_5 の場合は当該分析値として優位を占めることなく，明確さを欠く恨みはあるが，その可否はおって「斗代目安」を帰納するところで，それぞれの数式や全体との整合性において論じることにしたい．なお，表中分析値の左側に＊印を付した15例は，過失による誤差を含むものと推定されるケースである．そのうち7例は，末尾の数をメルクマールとして類推すれば数値分解が可能であり，過失とみられる単純な値の誤差を分離することができた．推定による過失誤差は「摘要」欄の数式中の数字に「。」を付して示してある．また，他の3例は計算による過失ではなく書記ミスとみられる．以上の10例については＊印右傍の番号にしたがい，下記でさらに具体的な説明を加えるが，のこる5例は，「分析値」の末尾に過失が推定されるケースであって，これらはあえて分解せず，「摘要」欄に「？」を記すのみとした．

1　「$*_{1\sim4}$」の4例は「−50。」，「$*_5$」，「$*_6$」ではそれぞれ「＋100。」，「＋10。」の過失誤差が推定されるが，おそらくいずれの場合も y_1+y_2 の計算における計算器具上の布数を誤ったものであろう．いずれの桁であれ1もしくは5の過不足は，算木1本，そろばんの珠1つの操作誤りから生じうるものである．しかし，そのような誤りが発生する蓋然性が，算木とそろばんとのいずれにおいて勝っているかは，後考にまちたい．

2　「$*_7$」は検地帳の112筆目にあたり，田品＝「ノ畠中」（斗代=6,500），反別＝6畝12歩に対し，分米高=3,558と記載されたケースである．これは「摘要」欄の数値分解に示したように「−600。」の過失が推定される．それはおそらく6畝分の分米を6,500×6＝3,900とすべきところを，斗代もしくは「斗代目安」を「ノ畠下」のものと取り違え5,500×6＝3,300として算出したものであろう．

3　「$*_{8\sim10}$」は書記ミスが推定されるケースである．まず，「$*_8$」の「分析値」「180」は「8勺」を「8合」と書き誤ったものとみられる．つぎに「$*_{9,10}$」のケースは下記のように検地帳の80，81筆目に隣合って記されており，両者の反別もしくは分米高が相互に入れ替っているものである．これを正せば，「摘要」の（）内に記載した数値のように整合する．

ヘヒミソノ

(80)　ノ畠中　一反三畝十五歩　八斗六升一合八夕　主なし　半分孫太郎

北今在家ノ

(81)　同荒　一反三畝八歩　八斗七升七合五夕　彦七

ちなみに同様な錯誤例が天正11年・河内国「加納村水帳」[2]にみられ，同帳では錯誤関係を交差する二線で表示している．

つぎに，「摘要」中の数式に引算を用いた箇所が「歩数9，18，25，28，29」の各行にある．このうち「歩数9，18」の数値は整除してえられるケースであるが，「歩数15」の場合とは異なりあえて約分法を採らなかった．それは，「歩数28，29」項との整合を考慮すると同時に，約分可能なケースであっても約分法が該当しない「歩数3，6，12，21」の諸項との関連をおもんばかったものである．また，「斗代＝6斗5升」「歩数25」の2数値の分解式では，「216×2＋108」と「650−108」の両様がみられるが，このような組合せ方の無原則性はすでに前節でみたところであり，異なる近似値が算出された所以がよく理解されよう．

また，「斗代＝1石1斗5升」「歩数5」および「斗代＝6斗5升」「歩数15」の「摘要」欄には，それぞれに1例ずつ分解式を示しながら結論を保留したケースがある．これらは，本論がやがて，q_n 値を各分解式の全般的整合性において「斗代目安」上の数値として帰納するとき，矛盾するおそれがあるただ2つの事例である．なぜなら，q_5，q_{15} の各数値が「斗代目安」に存在したならば，あえて「目安」上の他の2数値から合成する必要はないからである．とはいえ，2数値から合成される必然性はないものの，蓋然性までも否定することはできないだろう．ちなみに，具体的な「斗代目安」の運用を想像するとしよう．まず「畝」位以上の数値を拾って計算器具上に布算しついで「歩」位の数値を拾い加えたとき，もし誤って下位の数値を布算したとすれば，これをいったんご破算とするより，不足した歩数分の数値を加算した方がはるかに能率的である．このような事態は実務上起こりえないことではない．ただし，ここではみぎの指摘にとどめ，次表における整合・不整合の推断は保留することとしたい．

さて，以上を総括すれば，表3－3のようである．

表3－2

歩数	斗代＝1石1斗5升（菜畠・屋敷）					斗代＝6斗5升（ノ畠中）					斗代＝5斗5升（ノ畠下）				
	計算値	分析値	筆数	u'	摘要	計算値	分析値	筆数	u'	摘要	計算値	分析値	筆数	u'	摘要
1	タ 38.3̇	タ –	–		q_1=38	タ 21.6̇	タ –	–		q_1=21	タ 18.3̇	タ –	–		q_1=18
2	76.6̇	76	1	302.63	38×2	43.3̇	–	–			36.6̇	–	–		
3	115.0	–	–			65.0	63	1	309.52	21×3	55.0	54	1	305.55	18×3
4	153.3̇	152	1	302.63	38×4	86.6̇	84	1	309.52	21×4	73.3̇	72	1	305.55	18×4
5	191.6̇	190 191 195	1 1 1	302.63 301.04 294.87	38×5　保留 q_5=191 ？　保留	108.3̇	*3 58 *8 180	1 1	560.34 180.55	−50.+108 q_5=108 「タ」を「合」に誤書か	91.6̇	–	–		
6	230.0	–	–			130.0	*4 76 126 *5 226	1 1 1	513.15 309.52 172.56	−50.+21×（3＋3） 21×（3＋3） ＋100.+21×（3＋3）	110.0	108	2	305.55	18×（3＋3）
7	268.3̇	266	1	302.63	38×（3＋4）	151.6̇	–	–			128.3̇	–	–		
8	306.6̇	–	–			173.3̇	*9 325	1	160.00	(168=21×（4＋4）)	146.6̇	–	–		
9	345.0	345	1	300.00	383−38	195.0	195	2	300.00	216−21	165.0	–	–		
10	383.3̇	*1 333 383	1 5	345.34 300.26	−50.+383 q_{10}=383	216.6̇	216 *6 226	6 1	300.92 287.61	q_{10}=216 +10.+216	183.3̇	183	1	300.54	q_{10}=183
12	460.0	459	1	300.65	383+38×2	260.0	*7 342	1	？	−600.+216+21×2	220.0	–	–		
15	575.0	*2 525 575	1 5	328.57 300.00	−50.+575 q_{15}=575	325.0	324 *10 168 325	1 1 5	300.92 580.35 300.00	216+108　保留 (325.) q_{15}=325	275.0	275	4	300.00	q_{15}=275
16	613.3̇	–	–			346.6̇	346	1	300.57	325+21	293.3̇	–	–		
17	651.6̇	–	–			368.3̇	363	2	304.40	216+21×（3＋4）	311.6̇	–	–		
18	690.0	690	1	300.0	383×2−38×2	390.0	386 390	1 4	303.10 300.0	？　保留 216×2−21×2	330.0	–	–		
19	728.3̇	–	–			411.6̇	412	1	299.75	？　保留	348.3̇	–	–		
20	766.6̇	766	6	300.26	383×2	433.3̇	426 432 435	1 12 1	305.16 300.92 298.85	？　保留 216×2 ？　保留	366.6̇	366	5	300.54	183×2
21	805.0	–	–			455.0	453	2	301.32	216×2+21	385.0	–	–		
25	958.3̇	958	1	300.10	383+575	541.6̇	540 542	1 1	300.92 299.81	216×2+108 650−108	458.3̇	–	–		
28	1073.3̇	1074	2	299.81	1150−38×2	606.6̇	608	1	299.34	650−21×2	513.3̇	–	–		
29	1111.6̇	–	–			628.3̇	629	1	299.68	650−21	531.6̇	–	–		

表３－３

	正答			誤答		合計
	端数なし	端　数 切上げ	同切捨て	過失想定 な　　し	同あり	(%)
整合するもの	22	4	27	28	10	91(93)
保留すべきもの	0	1	0	0	6	7(7)
合　　　計	22	5	27	28	16	98(100)

表３－３における「正答」「誤答」の区分は，表３－１の要領にしたがう．前述では端数整理を，切り上げ・切り捨ての両ケースとも便宜的に正答として取り扱った．ところが，端数整理はさように無原則に行われたのではなかった．あたかも「端数切捨て」のごとくみえたのは，q_n 値の算出に当って「勺」位未満が切り捨てられたことが原因であり，q_n 値に基づき分米値が合成された結果として累積誤差が１勺未満に止まる限りにおいて，そうなのである．逆に「端数切上げ」の場合は，「斗代＝６斗５升」「歩数19」のケースを除けば，分解式で引算を用いた前引４例においてのみ結果している．そして累積誤差が１勺以上のものを，表３－１では誤答値として扱ったことになる．究極，正答・誤答を通じて整合性を問うならば，誤答の「過失想定あり」を除いたとしても，整合ケースは81例（83％）にのぼるのであり，前述の過失誤差の推定が容れられるならば，整合率は93％まで拡大することになる．

最後に，表３－２から帰納的に「斗代目安」を復元するならば，表３－４のようである．

表３－４のうちで（）内の数値以外は「分析値」に認められるものである．前節で考察した「斗代目安」作成手順から推して，まず最初に「歩数15，10」の数値がそれぞれ斗代を1／2，1／3として算出され，ついでそれらの数値のいずれかを前提として「歩数５」の数値が求められたのであろう．「歩数１」の場合にいたっては，「歩数10」を前提としたであろうことは言うをまたない．かくして「歩数２～４」の数値が帰一式により算出されたのである．

推定「斗代目安」に「歩数６～９」の項を設けなかった理由は，①「目安」に８，９歩の項が存在したとすれば，それらは10，20歩の数値と合わせて18，19および28，29歩の数値を合成するためであるはずだが，所見では前記のごとく１畝もしくは20歩の数値から１，２歩の数値を引いていること，②ゆえに「目安」上に８，９歩の項がなか

表３－４

歩　数	菜畠・屋敷	ノ　畠　中	ノ　畠　下
1	タ (38)	タ (21)	タ (18)
2	76	(42)	(36)
3	(114)	63	54
4	152	84	72
5	191	(108)	(91)
10	383	216	183
15	575	325	275
20	766	432	366
30	1150	650	550

ったものとすれば，６，７歩の項も同様に省略されたとみるのが妥当，と考えたからである．

〔注〕

1　『大日本史料』第11編之10

2　宮川　満『太閤検地論』Ⅲ

（平成２年10月８日受理）

論　説

日中の方程論再考—『楊輝算法』と『古今算法記』

城地　茂

従来，和算を含めた東洋数学で，方程式の解を最初に2つ求めたのは，沢口一之の『古今算法記』(1671年) とされている．正確に述べれば，沢口一之は，正の解が2つ求まる方程式は出題の誤り－「翻狂」として，定数項を改めている．

しかし，中国では，南宋末に楊輝が，『楊輝算法』(1275年) の中で1つの2次方程式から2つの解を求めているのである．『楊輝算法』を構成する3種の数学書の1つ，『田畝比類乗除捷法』巻下第12，13題の問題がそれである．『楊輝算法』はあまり研究されていなかったので，この事実は報告されていなかったが，明らかに正の解が2つ求められているのである．従って，沢口一之に与えられていた評価は，楊輝に帰すことになるが，日中の方程論は，従来考えられていた水準を遙かに越えており，『楊輝算法』と『古今算法記』の方程式の解法をもう一度検討し直す必要がありそうである．

しかし，本稿は，一番乗りは誰か，という素朴な問いに答えるものではない．なぜなら，そのような比較は，「比較の対象が唯一の数学である」という命題を先験的に真として議論を進めているからである．単純に比較するのは極めて危険である．また，ここで言う方程論とは，西洋数学のそれではなく，解の求め方の思惟形式という意味である．本稿では，徒に数式に頼ることなく，方程式解法を再考し，西洋数学と異なった発展をした東洋数学の一端を探ってみたい．また，中国数学と和算との関係も考えてみたいと思う．

(1) 解法の変遷　幾何から代数へ

中国では，所謂ホーナー法 (Horner Method) による高次方程式の解法が発展した．もちろん，計算機具として籌 (算木) を使っており，西洋のものとは趣を異にするが，原理は驚くほど似ている．これは，『九章算術』(註1) 巻4の「開平方術」が説明するとおり，幾何学的発想に基づいて考案された．

この方法は，現在でも使われている珠算による方法に似ているが，少し異なっている．

先ず，開く数値に相当する面積の正方形を考える．(これを「実」とする．) そして，これを越えない最大の平方数を探し，それを面積から取り去る．このとき，その平方数を探

し易いように，その指数部だけを別に表示しておくという方法が考えられている．「借算」と呼ばれる1本の算木を「実」の末位から2桁毎に最上位まで進めるのである．『算法統宗』(註2) では，「実」を2桁毎のブロックに分けているが，これと機能は同じである．しかし，『算法統宗』では「1」の表示を省略しているので，2次の係数が1のもの以外は開き難いが，『九章算術』の方法では，「借算」に任意の有理数を置くことが可能なので，一般の2次方程式を解く可能性を残している．

こうして，「商」の最上位 x_1 が決まった訳であるが，2桁目以降の値 x' と既知の「商」x_1 とは次の関係にある．

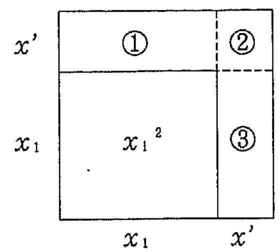


図　1

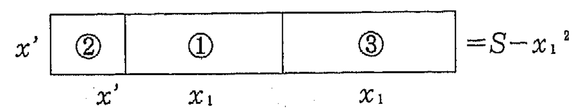


図　2

この関係を利用して2桁目 x_2 を求める訳である．余った「実」の面積は，図1で矩形で表されている。これは，①～③の3つの部分で分解することができる。長方形①と③の長さについては x_1 であることが分かっている．縦は x' であり，この長方形が2つある。また，正方形② x'^2 もある．しかし，この面積は，①③に比べて遙かに小さいものである．そこで，既知の x_1 を2倍して (「法」とする)，これで残った「実」を割れば，大体，x' の見当がつく．$S-x_1^2$ を越えない範囲で0に最も近くなるようにすれば x' が求められる。このとき，「借算」を2桁目の指数を表しているように，1桁目のときより2桁退けておくことを忘れてはならない．

3桁目以降は2桁目と同様に求めればよい．

つまり，2桁目以降は既に求めた数値を x_k として，次以降の値 x' は，

$$S=(x_k+x')^2$$

$$\underbrace{S-x_k^2}_{\text{「実」}}=\underbrace{2\,x_k}_{\text{「法」}}\,x'+\underbrace{1}_{\text{「借算」}}\,x'^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

で表されることを利用して次々に数値を決めていくのである．

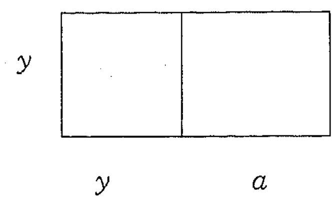
次に，一般の2次方程式，$y^2+ay=S$ について考えてみよう。『九章算術』巻9第20題の術には，

「北門を出ずる歩数を以て西行の歩数を乗し，之を倍し (＝S)，実と為す．南

門を出ずる歩数を併せ（$=a$），従法と為し，開方して之を除く」

とある。これが，「開帯従平方」である．

これも幾何的に考えることが出来る．これは，図3のような長方形と考えて，その広さyを求めることと同じである．



南門からの歩数
＋北門からの歩数

図　2

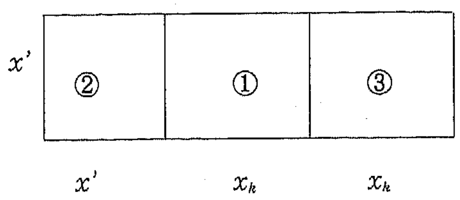


図　3

ここで，図3をみると，図2と同じであることが分かる．開平方の2桁目以降は，つぎつぎに(1)式のような2次方程式に変換して，これを解いてみいることになる。$a=2x_k$となっている訳で，予め1次の項aを「従法」として「法」の位置（3列目）に置いて計算をすれば良いのである．

$$\underbrace{S-(y_k^2+ay_k)}_{\text{「実」}} = \underbrace{(2y_k+a)\,y'^2}_{\text{「法」}} + \underbrace{y'^2}_{\text{「借算」}}$$

として，次の桁を決めていけばよい。

3次方程式も立体模型を使うことによって解くことができる．係数は複雑になるが，既知のx_kでの各次の係数，指数を表せばよい訳で，特に2次方程式と異なるものはない．『九章算術』では「開立方術」までで，一般の3次方程式は明記されていないが，唐代になると『緝古算経』（註3）が著され，3次方程式が解かれている。

この幾何を応用した方法だと，実際に模型で作れる3次方程式までは可能であるが，4次以上は模型が出来ないので解くことは出来なかった．幾何的に思考する方法は，非常に有効であったが，それは同時に3次方程式までしか解けないという桎梏となってしまったのである．

この限界を突破したのは，宋代の劉益・賈憲である．

彼らは，高次方程式を解く鍵は，既知のx_kと次に求めようとするx'との関係であると看破し，その係数を表す面白い図を考えた。数字を俵積にして，その最も外側を1にする。そして，内部はその上部の2数を足したものとするのである．

0次　　　　　　1
1次　　　　　1　1
2次　　　　1　2　1
3次　　　1　3　3　1
4次　　1　4　6　4　1
5次　1　5　10　10　5　1
6次　1　6　15　20　15　6　1

図　4

これが，「開方作法本源図（註4）」で，各項の係数を表している．「パスカルの三角形」に相当するものを発見したのである．また，これを機械的に求める「増乗開方法」（第3節で実例を示す）も述べている．劉益も賈憲も特殊な例を解いただけであるが，こうして代数的に解くことが考案され，秦九韶の『数書九章』（註5）で，「正負開方術」として完成した。

このとき，「隅」（最高次数の係数，『九章算術』では「借算」）は，任意の有理数が可能である．「隅」は「実」を区切るという機能より，「商」の冪乗と係数を表示する機能を果している．

(2)『楊輝算法』

このような発展を遂げた中国数学は，『楊輝算法』に至って，2次方程式の解が2つ求められることを示した。

$$方程式\ (x-\alpha)(x-\beta)=S \qquad \alpha>\beta>0$$

を解く場合，従来のように面積を削っていく方法では，小さい方の解βだけしか求めることが出来ない．大きい方の解αを「商」に立てると，「実」が一時的に負になってしまうのである．面積という考え方からすれば，負の面積というものは存在しないから，これはどうしても解くことができない．しかし，代数的に考えれば，「実」の符号を一時的に負にしても何ら不都合はないのである．

『田畝比類乗除捷法』（註6）巻下第13題の問題は，

$$-x^2+60x=860$$

を解くものである。その解き方は，

「草に曰く．積を置きて実と為と，六十歩を以て従方と為し，一算を置き負隅と為す(1).」

実の上に商，長さ三十歩を置き，負隅と命じ，従三十を滅ず(2).

上商を以て余る従に命じ，合ず．積九百を除く．而れども積及ばず．乃ち翻法

と命じ，商数の下，積数の上に置く．合わせて積九百より反りて元積八百六十四を減じ，余り正積（註７）三十六とす(3).

上商を以て負隅と命じ，従三十を減ぜば尽きる．負隅を二退す(4).

又，上商長さ六歩を負隅に命じ，六を負方（註８）に置く(5).

以下，複た上商と命じ実を除かば尽きる．長さ三十六歩を得，問に合ふ(6)」

というものである．

「商」		3	3	36	36	36
「実」	864	864	−36	−36	−36	0
「方法」	←60	30	30	0	−6	−12
「隅（借算）」	−1(−1)	−1	−1	−1	−1	−1
図５	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

(1) 題意のように数値を並べ，「隅」を２桁，「法」を１桁進ませる．

(2) 十位の「商」を３として，「法」から引く．

(3) 残った「法」と「商」を掛けて900となり，「実」から引く．このとき，「実」の符号が変わっている．

(4) 「法」からもう一度「商」×「隅」を引き０になる。「隅」を２桁（「法」を１桁）退ける．

(5) 個位の「商」を６として(2)と同様にする．

この方法を楊輝は「翻積法」と言っている．面積を翻すという意味である．楊輝以前にも「実」の符号が変わる例が知られていたが，解が複数求まることを明示したのは楊輝が最初である．こうして，先に大きい方の解でも小さい方の解でも任意に求めることができるようになったのである．

ここでは，分かり易いように，「実」を『九章算術』のように正として計算を示したが，宋代になると，「実」が面積であるという考え方は希薄になっている．他の項と同様の扱いで，０次の項と捉えている．したがって，楊輝も「実」を負で始めて，途中で正に翻している．ここにも，幾何的発想でなく，代数的発想を見ることができる．

(3)『古今算法記』

日本でも戦国時代の戦乱が収まり，商工業が盛んになると，珠算が普及した．『算法統宗』が伝来し，珠算による「開平方」も伝わっている。

しかし，日本で普及した方法は，『算法統宗』の方法ではなく，算盤を使ってはいるが，

算木と同じ事を行っている訳である．『塵劫記』では，これを「商実法」と言った．

この方法では，算盤の軸間の規格が同じものを何台も容易しなければならず，当時の工業技術では困難が予想される．実用的には３次以下の計算しか出来なかったのではないだろうか．

珠算より算木による計算方法に近かったことは，高次方程式を解くには有利だった．

1671年に天元術を使った数学書，『古今算法記』が沢口一之の手によって刊行された．『古今算法記』は，単に日本最初の天元術の数学書だけではなく，方程論の大きな進歩があった．それは，高次方程式の解が一つとは限らないという事を発見したことである．このことは，前節で述べたように『楊輝算法』でも指摘されていたが，沢口一之は「翻積」とならないものも発見したのである．

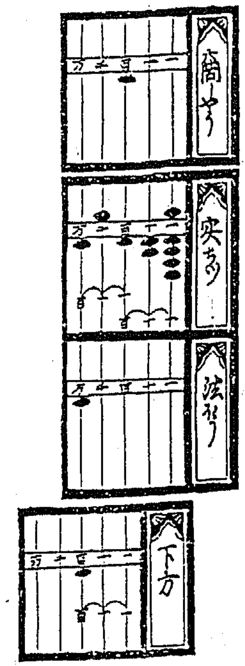


図６　「商実法」による高次方程式の解法　『塵劫記』（註９）より

方程式　$(x-\alpha)(x-\beta)=0$

において，解α，βは，

$$\begin{cases} \alpha > \beta > 0 \\ \alpha = n \times 10^{m} \end{cases} \quad （9 \geqq n \geqq 1 の自然数，m は整数）\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

という条件を満たすとする．つまり，大きい方の解の有効桁数が１桁であるというものである．このような方程式を解くのに，「商」αを立てると，その時点で「実」が丁度０になってしまうので，「実」の符号が変わる訳ではないから「翻積」とは言えない。つまり，「翻積」の特例であるが，計算過程では全く普通の状態で解が２つ出てしまうのである．

『古今算法記』では，『算法根源記』（註10）の遺題第16問を解いている．この問題は，４次方程式であるが，原理は上記のものと同じである．

$$\begin{cases} \frac{1}{4}\pi y^2 - x^2 = A = 47.6255 \quad (\pi = 3.142) \\ y - \sqrt{x} = B = 7 \end{cases}$$

という問題で，これを解くと，

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 0.67932764\cdots \\ y = 7.8242133\cdots \end{cases}$$

となってしまう．これは，先にxについて解いてもyについて解いても，(2)式の条件を満たしていることが分かる．

先に y について解くと，

$$-y^4+28y^3-293.2145y^2+1372y=2448.6255$$

「商」		9	
「実」	2448.6255	0	
「方」	1372	272.0695	「方」×「商」
「一廉」	−293.2145	−122.2145	「一廉」×「商」
「二廉」	28	19	「二廉」×「商」
「隅」	−1	−1	「隅」×「商」

図　7－1

となり，yの大きい方の解を先に出しても，「実」は 0 までにしかならず，符号が変わることはない．「実」が 0 にならず継続して行うときは，「方」以下の係数を「増乗開方法」で求めておく．

「商」	9	9	9
「実」	0	0	0
「方」	−17.861	−17.861	−17.861
「一廉」	−32.2145	−23.2145	−23.2145
「二廉」	10	1	−8
「隅」	−1	−1	−1

図　7－2

尚，y の小さな方の解の個位（1 桁目）7 を立てても「実」は正のままであり，そのまま計算を続けることになる．

「翻積法」を使わなくとも 2 つの解が出てしまい，これを「翻狂」として，出題の失敗とした．そこで，A，Bの数値を

$$A=12.278 \qquad B=4$$

と変えて，

$$x=4 \qquad y=9$$

と解が一意に決まるようにしたのである．

この「翻狂」という名称は，『楊輝算法』から考えるべきだろう．大きい方の解を求める「翻積法」のうち「実」が「狂って」負にならないことがあることを表した名称と言える．したがって，偶然，解が 2 つになることを発見したのではなく，「翻積法」の特例と意識しているのである．これは，明らかに『楊輝算法』を発展させたものである．

その後，関孝和は方程論を更に進歩させ，「和算」と呼ぶに値する日本独特の数学を完成させる．しかし，沢口一之の業績は，既に南中国文化の模倣の段階を越えて，応用，発

展させていることが分かる．

沢口一之が『楊輝算法』を入手したかどうかについては，記録が残っていない．しかし，関孝和が 1661 年に『楊輝算法』を写本しているという事実がある．沢口一之が誤って関孝和の弟子とされている記録もある（註11）ぐらいなので，両者の交流は確実で，当然，関孝和所蔵の『楊輝算法』を目にする機会があったはずである．寧ろ，両者の師弟関係から考えて，関孝和の写本も種本が沢口一之の蔵書である可能性も否定できないと思う．

(6)　まとめ

『楊輝算法』は，李氏朝鮮で官吏養成の為の教科書として採用されたことが示すように，初等数学の集大成であり，従来，数学史家の注意を余り引かなかった．しかし，2 次方程式の解を 2 つ求めただけでなく，それと「翻積法」との関係まで把握していたのである．

そして，現代数学史家が見逃していたこの史実（ママ）を沢口一之は理解していただけではなく，応用し，「翻狂」という概念にまで達していたのである．これは，仮定であるが，「翻積法」を使うことによって解が 2 つ以上出たのであれば，沢口一之は認めていた，つまり，出題の誤りとはしていなかったのではないだろうか．

このように考えると，和算（註12）が中国数学の正統な後継者のように思われてならない．西洋数学の影響を強く受け，変質した清代の数学より，寧ろ，鎖国により，西洋文明の摂取を制限された和算が，中国伝統数学の延長線にあったように思えてならないのである．そうだとすれば，冒頭で述べた，誰が最初に 2 つ目の解を求めたかという問いも，意味あるものになる．同じ文明圏の「数学」の中で機能を比較するのならば，それは客観性を保証できるからである．そして，その答えは楊輝である．

（註）

1　撰者不祥，『九章算術』，9 巻．A.D.1C 頃．

2　程大位撰，『算法統宗』，17巻，1592 年．

3　王孝通撰，『緝古算経』，1 巻，620 年頃．

4　賈憲撰，『黄帝九章算法細草』，1050 年頃．これは散逸してしまい，『永楽大典』巻 16344 に転載されたものが現存している．

5　秦九韶撰，『数書九章』，18巻，1247 年．

6　楊輝撰，『田畝比類乗除捷法』，1275 年．『楊輝算法』を構成する 3 部の 1 つである．

7　後に詳解するが，「実」を負として計算を始めている．

8　各本「負積」となっているが，今，「負方」に改める．尚，『九章算術』では 1 次の項を「法」と呼んでいたが，宋代辺りから「方法」「方」という名称に変化している．本

稿では，以下の和算も術語を統一せず，原典に従った．

9　吉田光由，『塵劫記』，３巻，1627年序．巻３，第19，開平方を商実法にて除之事．図は大矢真一校注，岩波文庫，1978年版による．

10　佐藤正興撰，『算法根源記』，５巻，1666年序．

11　松永良弼撰，『荒木先生茶談』，18世紀前半．

12　通常，和算とは，関孝和の『発微算法』(1674年) 以降を指すが，関孝和の業績の多くはそれ以前の日本数学の系譜を引くものであり，明確に時代区分するのはむずかしい．むしろ，『塵劫記』(1627年) から『発微算法』(1674年) までを過渡期と考えるべきだろう．

(平成２年10月24日受理)

論文の訂正

国外に居りましたので，訂正が遅れましたが，拙論を以下のように訂正させていただきます．

「中国湖北省江陵県張家山遺跡出土『算数書』について」(『数学史研究』　117号)

場所	誤	正
p.21　ℓ.13	三か所	三か国
p.23　ℓ.11	『算数署』	『算数書』

「中国の「圭表」の考案－清朝十尺の「圭表」についての仮説」(『数学史研究』　124号)

場所	誤	正
p.12　ℓ.19	$y=\dfrac{gx}{b-x}$	$y=\dfrac{bg}{b-x}$
p.12　ℓ.31	普通傾斜角	黄通傾斜角
	$\varepsilon=24.03°$	$\varepsilon=23.47°$
p.13　ℓ.10	$\phi=35.55°$	$\phi=39.90°$
p.13　ℓ.27	$\phi=35.55°$	$\phi=39.90°$
	$\varepsilon=24.03°$	$\varepsilon=23.47°$

(城地　茂)

論　　説

竹貫登代多──生い立ちと青年期の活躍──[1]

大　竹　茂　雄

1．はじめに

明治10年（1877）10月に，日本で最初の学会となった東京数学会社が創立された．そのときの入会者は117名で，総代に神田孝平と柳楢悦が選ばれ，大村一秀が雑誌編集者に選出された[2]．神田孝平は江戸時代に幕府の開成所教授を務めた洋学者で当時文部少輔であり，柳楢悦は和算を学んだ後に幕府が設立した長崎海軍伝習所に学んだ人で，当時は海軍大佐であった．雑誌編集者の大村一秀は，和算家長谷川寛の高弟秋田義一に学んだ和算家で洋算も修めていた．また後に，事務委員に選ばれて会の実務的な仕事を行なった岡本則録（その後，神田，柳についで第三代目社長に就任）と川北朝鄰は，共に和算家であったが洋算を修業し，師範学校や中学校の数学教師をした人である．このように，東京数学会社の創立とその後の運営には，洋学者および和算家出身の洋算家が中心になって当たっていた．このような傾向は，明治17年5月に東京大学の菊池大麓の主唱によって東京数学物理学会と改名されるまで続いた．そして改名以後の会は，菊池を中心とした東京大学関係者つまり西洋数学者に主導されるようになり，洋学者や洋算家たちは会の中心から去っていった．

また，大村一秀の編集で創刊された『東京数学会社雑誌』は大体月毎に発行されたが，第67号（明治17年6月）で最終刊となった．ところで当初の雑誌の内容は，第一套から第九套までが，算数学雑問，代数学雑問，幾何学雑問，三角法雑問，円錐曲線法雑問，代数幾何学雑問，微分積分法雑問，微分方程式法雑問，重学雑問という見出しで，それぞれ5題から10題ぐらい問題があり，第十套は問題解義で前号までの問題についての読者の解義を掲載し，最後に前号の答式を載せたものであった．後には論文的なものや論説も載るようになったが，最終号も「問題　五條」と「問題解義　六條」が主な内容で，問題中心の和算書の伝統を受け継いだ雑誌であった．しかも縦書きで，掲載された問題には和算の内容もかなりあった．しかし，答式や解義はすべて洋算が用いられていたから，一種の「和魂洋才」的なものであった．そのことは既に述べたように，大村をはじめとして有力な数学者は大なり小なり和算の素養をもっていたから当然のことといえよう．他方，和算

家もこの雑誌を読むことによって，洋算を理解し親しむようになって行ったと言ってよかろう．つまり，明治10年代前半の日本の数学界は和・洋算が混在しており，和算家と洋算家は『東京数学会社雑誌』を介して，互いに交流しあって研究をしていたのである．

さて，竹貫登代多もはじめ和算を学び，明治5年以降洋算に転じて中学校の数学教師になり，かたわら教科書の執筆と参考書の著作に活躍した和・洋算を兼ねた人であった．本稿では，彼の生い立ちと青年期であった明治10年代における『東京数学会社雑誌』への投稿をめぐる活躍について述べて，当時の日本の数学界の一断面を示してみたい．なお，姓の竹貫はふつう「たけぬき」と読まれるが，登代多の弟の直次（児童文学作家でペンネームを佳水といった）については「たかぬき」と読むのが正しいということである[3]．

2．生い立ち

竹貫登代多の出生と生い立ちを明らかにする史料が2点ある．まず，上野国の各藩の武士であった人たちの戸籍簿ともいえる「明治六年貫属明細短冊帳[4]」には，次のように記してある．

元前橋縣士族
亡祖父　竹貫平太夫　非役
居住　　亡父　竹貫　平三　非役
北第一區一小區田中町八丁目四番地屋敷
家禄拾三石八斗　生國武藏國　竹　貫　登　代　多　印
十九年十ヶ月

私儀明治八年六月二十三日家督被仰付候

武蔵国に生まれたとあるのは，前橋城が利根川の洪水で破壊されたために，藩主松平侯が明和4年（1767）に武蔵国川越城（埼玉県川越市）に移り，家臣の大部分も川越に住んでいたからである．

次に，「明治十六年　賞与[5]」という群馬県庁文書がある．この文書は群馬県が職員へ賞与を支給するに際して，各人の経歴を提出させたときのもので経歴を記した後にはみな「品行端正ノ事」と書いてある．竹貫登代多は当時，群馬県師範学校二等助教諭で「月俸金十七円」であった．この史料をもとに他の資料も参考にして，彼の30歳頃までの経歴について説明を加えながら述べてみる．年月の次の（　）内の数字は数え年を示す。

安政3年8月（1）(1856)　前橋（川越）藩士の竹貫平三の子として，武蔵国川越（埼玉県川越市）で生まれる。

明治2年9月（14）　前橋藩兵学館測量課にて和算を修業する（翌3年閏10月まで）．関

(1869)　流五伝内田五観に西洋測量術と算術を学んだ藩士の宮沢熊五郎が，この年の11月に測量課の教師になっているから，竹貫は宮沢に師事したことになる．

明治3年閏10月（15）前橋藩兵学館測量課の教師となる．1年3か月ほどの修業によって教師になったことから，竹貫の非凡さが伺える．

明治4年2月（16）前橋藩兵学館算学課の教師になる（同5年3月退職）．

明治5年3月（17）前橋日新社において金子精一に従い洋算を修業する．前橋藩士で文部中助教であった金子は，明治4年9月に免官になり前橋で洋学および洋算の塾を開いていた．そして彼は学制発布と同時に群馬県に出仕し，この年の10月に学務掛になり新しい小学校設立の行政に携わった．竹貫が金子の塾にどのくらいの期間通ったのか明らかでないが，おそらく竹貫は洋算を初めて金子から学んだと思われる．

明治7年10月（19）熊谷県本庄（埼玉県本庄市）にあった暢発学校（明治9年に群馬県師範学校と改称になり前橋に移る）の出先で前橋にあった教員養成の中学本部利根川学校に入学し，普通学科を修業する（同8年5月まで）．

明治8年5月（20）一番小学厩橋学校の教員になる．前に記したように，竹貫はこの年の6月に家督を継いで一家の支柱になったのであるが，彼の向学心は才能をこのまま埋ずもらせることは出来なかったのであろう．1年後の明治9年4月に依願退職して東京への遊学を決意した．

明治9年5月（21）東京芝の攻玉塾に入学して数学・英学を修業する．攻玉塾は海軍兵学校教官の近藤真琴が創設したもので，理科系の塾では当時もっとも有名であった．竹貫は2年有余学んで明治11年に卒業した．

明治11年10月（23）東京芝の赤楽塾の数学教師になる．

明治12年5月（24）群馬県十七番中学利根川学校の数学教師になる．群馬県の最初の中学校は，明治10年に利根川学校（前橋）と烏川学校（高崎）が設立されたが，両校は明治12年7月に廃校になり同年12月に群馬県中学校が前橋に設立された．したがって竹貫は，利根川学校廃校と同時に満期解職になり，同年11月に群馬県中学校教師に任命された．

明治13年2月（25）群馬県雇になり鉄道測量掛となる．明治16年に東京の上野と群馬の新町との間に鉄道が開通しているから，その工事の測量をするために竹貫が測量の力量を買われて雇われたと思われる．彼は翌年の5月に依願免職になったが，この期間は比較的数学の研究がよくできたのかもしれない．13年4月に，後で述べるように『東京数学会社雑誌』に「大村子ニ質ス」を投稿した．

明治14年6月（26）高崎町（高崎市）柳川町に「精理義塾」を開く[6]．これは県から開業許可を得た私塾で，数学を四か年教えることになっていた．しかし1年後に就職したので廃塾したと思われる．

明治15年7月（27）群馬県中学校に再就職し三等助教諭となる．

11月　群馬県師範学校三等助教諭になる．この年には先任の二等助教諭がいたので，竹貫は算術と簿記を担当した[7]．給与は月俸15円で，翌年の7月に二等助教諭に昇格して月俸17円になった．

明治19年3月（31）(1886)　群馬県師範学校を退職する．攻玉塾を卒業した翌年から7年間の群馬での教師生活に区切りをつけて上京し，それ以後群馬に戻ることはなかった．

4月　攻玉社（攻玉塾が明治12年に改称）に就職する．攻玉社はこの年の3月に，数学専修科（後の専修数学科）を新設したので，教師の増員を必要としたのであろう．また，攻玉社は数多くの数学教科書を発行していた．4月には『新選珠算教科書』を出版したが，本書は近藤真琴閲，群馬・竹貫登代多編，田中矢徳校となっている．したがって，竹貫は群馬にいたときから母校と関係を持って，著作活動をしていたのである．

3．『東京数学会社雑誌』への投稿

竹貫登代多は『東京数学会社雑誌』（以下『雑誌』と略記する）第23号（明治13年4月）に，「大村子ニ質ス」という次のような前文を記した投書を寄せた．原文は縦書きで旧漢字・片仮名であるが，濁点・読点を補って書き直した．以下，引用文は同じ．

一日，学友萩原子，数学会社雑誌第二十一号を携へ来たり，第二套の十五・大村子の解式を余に示して言く，自著の算法円理私論の該術は邪にあらず，然るに大村子が付言に曰く，算法円理私論の術中，在及前と号くる者，誤謬あるが故に邪術に帰す惜ひ哉と明示せられたり，子は以て如何となすと，乃余因って両子の解式を閲するに，精式の形様こそは異なりと雖ども共に誤謬なし，加之ならず，尚大村子の精式を変換するときは，円理私論の術文と恰密合して毫も異なることなし，故に蛇足ながら解式変換の順序と，円理私論の術文とを左に掲載して，大村子に質す

このあとに続く本文は後で記すが，ことの起こりは『雑誌』第18号（明治12年10月）の問題欄の「微分積分法」の七問目に，柳楢悦が次のような問題を提出したことに依る．

等脚三辺形あり，高CDを円規に協はしめて之を撓む図の如し，今，底辺と高と及其円規の全径とを既知して，内外両背を求むる式如何

題者言う，本題は算法瑚璉に載する撓円錐の題と，其意全く相同じ，但瑚璉の術は迂遠なり，又算法円理私論に其術を改正し，克く其術を括ると雖も尚迂遠なり，因って此を設けて簡術を需む

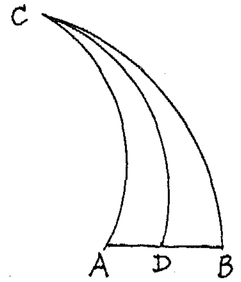


図1

つまり柳楢悦が，竹内武信閲・小林忠良著『算法瑚璉』（天保7年刊）に載っている問題を，洋算に直して出題したのである．その理由は，『算法瑚璉』の術もそれを改正した萩原信芳著『算法円理私論』（慶応2年刊）の術も迂遠であるから，より簡単な術を考えてほしいと言うわけである．

ここで，大村一秀が誤りとした「在」と「前」を明らかにするために，萩原信芳が『算法円理私論』に載せた術文を，問題を含めて記してみる．（／）は割り書きを示す．

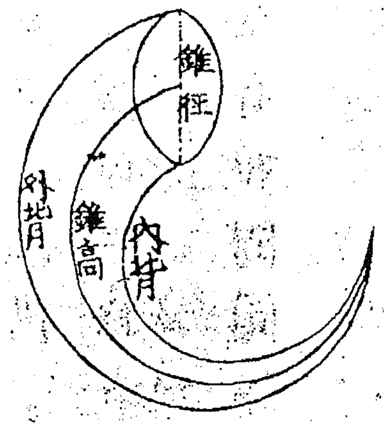


図2

今，有如図円錐，撓之（錐高線／協円規），錐径若干，錐高若干，撓径若干，問得内外背術如何

答曰，如左術

術曰，倍高以（錐／撓）径除之名（臨／兵），相（減／併）名（闘／者），自之加一個平方開之名（皆／陳）置臨自之加一個平方開之名列，乗（闘／者）與臨因（皆／陳）相減，余以除一個自之加一個，以除一個名（在／前），平方開之為（天／地）原数，乗（在／前）一乗三除為（天／地）一差，乗（在／前）三乗五除為（天／地）二差，乗（在／前）五乗七除為（天／地）三差，如此求（天／地）逐差，以畳加于（天／地）原数，加（臨／者）因（列／陳），内減（闘／臨）因（皆／列），余乗錐径，以兵四段除之，得（内／外）背合問

この後に萩原は，右の問題は『算法瑚璉』に載っているものだが，その術も『算法尖円豁通』（桑本正明著，安政2年刊）付録の術も共に迂遠なので別術を挙げた，と述べている．

次に論点を分かり易くするために，萩原の術文の内背の求め方を洋算の式で表わしてみよう．

臨＝2高／錐径，　兵＝2高／撓径（ただし　2高＝錐高×2）とおき

闘＝臨−兵，　$\text{皆}=\sqrt{\text{闘}^2+1}$，　$\text{列}=\sqrt{\text{臨}^2+1}$ とし

$$\text{在}=\frac{1}{\left(\dfrac{1}{\text{列}\times\text{闘}-\text{臨}\times\text{皆}}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{\left\{\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{2\text{高}}{\text{錐径}}\right)^2+1}\left(\dfrac{2\text{高}}{\text{錐径}}-\dfrac{2\text{高}}{\text{撓径}}\right)-\dfrac{2\text{高}}{\text{錐径}}\sqrt{\left(\dfrac{2\text{高}}{\text{錐径}}-\dfrac{2\text{高}}{\text{撓径}}\right)^2+1}}\right\}^2+1}$$

とおけば

$$\text{内背}=\frac{\text{錐径}}{4\text{兵}}\left\{\text{臨}\times\text{列}-\text{闘}\times\text{皆}+\sqrt{\text{在}}+\frac{1}{3}\sqrt{\text{在}}\times\text{在}+\frac{1}{3}\left(\sqrt{\text{在}}\right)^3\times\frac{3}{5}\text{在}+\frac{1}{5}\left(\sqrt{\text{在}}\right)^5\times\frac{5}{7}\text{在}+\cdots\right\}$$

$$=\frac{\text{錐径}}{4\text{兵}}\left\{\frac{2\text{高}}{\text{錐径}}\sqrt{\left(\frac{2\text{高}}{\text{錐径}}\right)^2+1}-\left(\frac{2\text{高}}{\text{錐径}}-\frac{2\text{高}}{\text{撓径}}\right)\sqrt{\left(\frac{2\text{高}}{\text{錐径}}-\frac{2\text{高}}{\text{撓径}}\right)^2+1}\right.$$

$$\left.+\sqrt{\text{在}}+\frac{1}{3}\left(\sqrt{\text{在}}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\sqrt{\text{在}}\right)^5+\frac{1}{7}\left(\sqrt{\text{在}}\right)^7+\cdots\cdots\right\} \quad ①$$

となる．つまり「在」は内背を求める計算の綴術（ベキ級数展開にあたる）のところに出てくる式である．同じように，「前」は外背を求める計算に使われる式なのである．

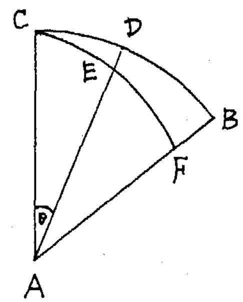


図3

さて，柳楢悦の出題に答えて，大村一秀が『雑誌』第21号（明治13年1月）にその解義を掲載した．もちろん解法は洋算によるものだが，当時の記法は現代と少し異なっていたので現代風に改めて，大村の解義の要点を示してみる．

撓径を $2R$，底辺を $2b$，高さを a，内背を P，外背を Q とすれば，次の図3において $AB=AC=R$，$BDC=a$，$BF=b$，$CEF=P$，$CD=R\theta$．

また，$AE=r$ とおけば，図4より $DE=(b/a)R\theta$ となるから，$r=R-(b/a)R\theta=\{1-(b/a)\theta\}R$.
ここで $a/b=m$，$(b/a)R=n$ とおけば，$r=n(m-\theta)$.
したがって，$dr=-nd\theta$．内背Pは区間 $[0,\ a/R]$ における極座標による曲線の長さを求めればよいから

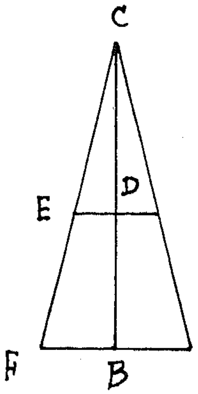


図4

$$P=\int_0^{\frac{a}{R}}\sqrt{r^2+(dr/d\theta)^2}\,d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{a}{R}}n\sqrt{(m-\theta)^2+1}\,d\theta$$

〈$m-\theta=x$ とおいて置換すれば〉

$$=-n\int_m^{m-\frac{a}{R}}\sqrt{1+x^2}\,dx$$

$$=-n/2\ \left[x\sqrt{1+x^2}+\log|x+\sqrt{1+x^2}|\right]_m^{m-\frac{a}{R}}$$

ここでR，aは若干だから$m-a/R=x$とおきかえれば，
$x>0$ より

$$P=-n/2\ \left[x\sqrt{1+x^2}+\log(\sqrt{1+x^2}+x)\right]_m^x$$

$$=n/2\ \{m\sqrt{1+m^2}+\log(\sqrt{1+m^2}+m)-x\sqrt{1+x^2}-\log(\sqrt{1+x^2}+x)\}$$
$$=n/2\ \{m\sqrt{1+m^2}-x\sqrt{1+x^2}+\log(\sqrt{1+m^2}+m)(\sqrt{1+x^2}-x)\}. \qquad ②$$

また外背Qを求めるときは，DEの正負を変えて$m+\theta=x$と置換すれば，同様にして
$Q=n/2\ \{x\sqrt{1+x^2}-m\sqrt{1+m^2}+\log(\sqrt{1+x^2}+x)(\sqrt{1+m^2}-m)\}$.
この後に，大村は次のようにコメントをしている．

付言，算法円理私論の術中，在及前と号くる者誤謬あるが故に邪術に帰す，惜しい哉，亦右の答式も，未だ必しも簡術と為し難し，尚江湖識者の改正あらんことを企望す

この『雑誌』が発行されたとき，萩原信芳（文政11年～明治42年）は群馬県師範学校の教師をしていた．彼は農耕のかたわら夜学によって一流の和算家になり，50歳を過ぎて家業を子に任せて小学校の教師，続いて師範学校の教師になっていた．このとき萩原は

53歳で，竹貫登代多は25歳であった．二人は親と子ほどの年代の違いがあったが，萩原は既に3冊の和算書を著わしその名声は広く知られていたし，一方，攻玉塾で洋算を学んだ新進気鋭の数学者竹貫登代多の名も群馬の数学界に知れ渡っていたに違いない．しかも萩原は竹貫が住んでいた前橋の近郊の勢多郡関根村（前橋市）の人であったから，二人は既に研究を交流し合う関係にあったのであろう．大村の「付言」を読んだ萩原は，自分の解法に誤りがないという自信はあったが，大村の解を十分に咀嚼する程の洋算の知識がなかったので納得できず，竹貫を訪れて検討を頼んだのだと思われる．

そして，竹貫は大村の解を検討した結果，その内容は萩原の解と一致することが分かった．すなわち上に記した大村の式②を変換して，萩原の術の式①に等しくすることが出来たのである．そこで竹貫は「大村子ニ質ス」と題して，『雑誌』に投稿したわけである．その変換は，当時では高等な洋算（微分積分法）の知識とかなり機知に富んだ技巧を駆使したものであった．次に竹貫の変換の方法を解説してみる．

まず，大村の式②を対数の性質によって，次のように変形する．

$$P=n/2\left\{m\sqrt{1+m^2}-x\sqrt{1+x^2}+\frac{1}{2}-\log\left(\frac{\sqrt{1+m^2}+m}{\sqrt{1+x^2}+x}\right)^2\right\}$$

この式において

$$\left(\frac{\sqrt{1+m^2}+m}{\sqrt{1+x^2}+x}\right)^2=\alpha,\qquad 2b=\beta,\qquad a/R=r$$

とおき，対数関数のベキ級数展開を行なえば

$$P=\frac{\beta}{4r}\left\{m\sqrt{1+m^2}-x\sqrt{1+x^2}\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha-1}{\alpha+1}+\frac{1}{3}\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^5+\cdots\cdots\right\}$$

となる．ところで
$m=a/b=2$高／錐径，$x=m-a/R=2$高／錐径-2高／撓径，$\beta=2b=$錐径，
$r=a/R=2$高／撓径$=$兵
であるから，上の式の第1行は萩原の術の式①の第1行と一致している．したがって，上の式の第2行目の $(\alpha-1)/(\alpha+1)$ が$\sqrt{在}$，つまり $\{(\alpha-1)/(\alpha+1)\}^2$

が在に等しいことを示せばよいわけである．竹貫は単に

而して
$$\frac{\alpha-1}{\alpha+1}=\frac{(\sqrt{1+m^2}+m)^2-(\sqrt{1+x^2}+x)^2}{(\sqrt{1+m^2}+m)^2+(\sqrt{1+x^2}+x)^2} \quad ③$$

$$\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^2=\frac{(m\sqrt{1+x^2}-x\sqrt{1+m^2})^2}{(m\sqrt{1+x^2}-x\sqrt{1+m^2})^2+1}$$

$$=\frac{1}{1+\left(\dfrac{1}{m\sqrt{1+x^2}-x\sqrt{1+m^2}}\right)^2} \quad ④$$

なり

と記して，「故ニ左術ノ如シ」と書き，以下に『算法円理私論』の術文を述べている．たしかに，④の式の右辺は，すこし変形すれば「在」の式と一致していることが分かる．

ところで，③の式は容易に導かれるが，④の式を導くのはやや複雑である．念の為に，式変形の概略を示してみる．

$\sqrt{1+m^2}=A$，$\sqrt{1+x^2}=B$　とおき

$(A+m)(A-m)=1$，$(B+x)(B-x)=1$　を利用して，③式を変形する

$$\frac{\alpha-1}{\alpha+1}=\frac{(A+m)^2-(B+x)^2}{(A+m)^2+(B+x)^2}=\frac{(A+m)/(A-m)-(B+x)/(B-x)}{(A+m)/(A-m)+(B+x)/(B-x)}$$

$$=\frac{(A+m)(B-x)-(A-m)(B+x)}{(A+m)(B-x)+(A-m)(B+x)}=\frac{mB-xA}{AB-mx}$$

よって

$$\left(\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\right)^2=\left(\frac{mB-xA}{AB-mx}\right)^2=\frac{(mB-xA)^2}{A^2B^2-2ABmx+m^2x^2}$$

$$=\frac{(mB-xA)^2}{(1+m^2)B^2-2ABmx+(A^2-1)x^2}=\frac{(mB-xA)^2}{(mB-xA)^2+1}$$

となり，④式の第一行の右辺が導かれる．

以上述べたように竹貫は，大村が誤りと指摘した『算法円理私論』の術は大村自身の解と一致することを明らかにした[8]．この投稿は和算と洋算とに精通していた竹貫の実力を

示すものだが，彼はまだ 25 歳の青年であったから，当時の日本の数学界を代表する大家であった萩原と大村に関係したことなので，論説の末尾に次のように記した．

付言，余未だ乳臭を脱せざる初学なれば，解式変換中必しも誤謬なきを保し難し，尚，明示を得て切磋の資を供へんとす，請う期に遅るゝことなく後号で回答を賜はらんことを是祈る

これに対し，大村も謙虚に自分の誤りを詫びた次の文を付して，竹貫の投書を『雑誌』に登載したのであった．

右，竹貫君の解式変換の順序の正しきに因り，曩きに誤謬と見做したる円理私論の術中在，前なるものは誤謬に非らず正術にして，却て余が誤謬せしこと明了せり，依って軽忽の罪を謝す

大　村　一　秀

4．おわりに

竹貫登代多の『雑誌』への投書を考察して，明治 10 年代の日本の数学界の一つの断面を示したが，同じような内容の「投書」は他にも見られる．例えば『雑誌』第 14 号（明治 12 年 4 月）に「東京之住　平民某」が，およそ次のような投書をしている．

斎藤宜長関・斎藤宜義著『算法円理鑑』の第三問の勾股内の黒積の極数を問う問題について，岡本則録氏が「勾股積にのみ定まりあるを以て，黒積に極数なし，又本邦の人の解を見るに甚だ誤る処あり，これ全く本邦の人未だ西国の如く函数の理に詳かならざるを以て，此誤りを生ぜり」と述べて解法を示しているが，本邦の人がいかに関数の理に明らかでないにせよ，此の如き浅題で誤ることはない．「本題は弦ありて勾股積は其弦の状勢を従ひて変化すと言意を含」んでいるから「弦を題して黒積の多極を問もの」なので，岡本氏は誤解している．そこで題意による解を示して，術文に誤りのないことを証明してみると言う内容である．

また，このような議論は『東京数学物理学会記事』第 2 巻（明治 18 年）にも引継がれている．それは，萩原禎助が明治 17 年 10 月 2 日付で投書したものである．禎助は萩原信芳の通称である．この議論にも大村一秀が関係していた．すなわち，大村が『雑誌』第 8 号（明治 11 年 7 月）に凹円環を半分に切った物体の重心を求める問題を載せ，次の第 9 号にその答式を載せた．その後第 30 号（明治 13 年 11 月）に岩永義晴（数学会社社員）の詳解が載ったが，その答式は大村の答式と係数に違いがあった．そこで，大村は第 36

号に解義を載せて，既に発表した答式の根拠を示し「岩永義晴君の明解ありて，疑いを容れるゝ所なしと雖も，答式中係数 47／4 と 23／3 との少異ありて，符号せざるものは何に因って然るや，其所以を明知し難し，依て此別解を掲記し，以て博識諸君に質す」と，付言した．この大村の疑問に答えたのが萩原の論文であった．萩原は，大村の解の式の誤りを指摘し，岩永の答式が正しいことを明解に示した．なお，その説明には，三角関数の積分法を駆使しているから，萩原は既にかなり高度の洋算の知識を得ていたことが知られる[9]．

このように，少なくとも明治 10 年代前半においては，和算家と洋算家が『雑誌』上で互いに研究し合っていたのである．内容的には数学の理論の研究と言うより，問題中心と言う和算の伝統に従ったものが多かったし，上述した論説に限ってみれば，洋算家にやや勇み足の点もあったようである．それにしても彼等の活躍は，学制発布後間もない当時の洋算教育の普及を促進させる力になり，次の世代における西洋数学の発展の基礎を築いたと言ってよい．しかも，小倉金之助が「わが国における西洋数学の基礎工事は，大部分，東京大学関係者以外の人々によって，遂行されたのである[10]」と述べているように，この時代に活躍していたのは，一部の人[11]を除いて，竹貫登代多のように民間の塾や独学によって洋算を学んだ人々であった．そのような事が可能であったのは，庶民の数学として発展してきた和算によって培われた数学文化が，人々に根付いていたからであったと言ってよかろう．

明治 20 年代以後の竹貫登代多については，稿を改めて述べることにするが，彼は小学校の数学教科書の執筆を続け，小学校の国定教科書制度の成立（明治 36 年）以後は，中等学校の数学参考書の著作と数学雑誌の執筆編集に活躍した．そして竹貫は，著作活動を還暦を過ぎた大正の末年まで続け，昭和 6 年 4 月 14 日に 76 歳で亡くなった[12]．

注

1）本稿は，第 63 回数学史講座（1989 年 12 月 9 日）において発表した内容を加筆したものである．
2）遠藤利貞『大日本数学史』p.181（1896 年）
3）『児童文学事典』（東京書籍，1988 年）の「竹貫佳水」の項に「姓は一般に〈たけぬき〉と読まれてきたが〈たかぬき〉が正しい」と記してある（攻玉社短期大学の長谷川博氏のご教示による）
4）群馬県議会図書室蔵．
5）群馬県文書館蔵．
6）『群馬県教育史』第一巻，p.794（群馬県教育委員会，1972 年）

7）前掲書
6）p.602.
8）なお，加藤平左ェ門『行列式及び円理』p.p.291～293（1944 年）には，『算法円理私論』の術の式から，洋算で解いた答式への変形が示してある（小林龍彦氏のご教示による）
9）萩原信芳は「履歴書」（茨城県友部町　光又家蔵）に「洋法加減乗除ヨリ微分積分学ヲ自得ス」と記している．
10）小倉金之助「明治数学史の基礎工事」，小倉金之助著作集 2『近代日本の数学』p. 169（勁草書房，1973 年）
11）幕末においては開成所や長崎海軍伝習所，明治維新後は大学南校や沼津兵学校で，洋算を学んだ人たちを指す．
12）三上義夫「前橋藩利根川架橋説と同藩の算者（二）」,『上毛文化』第 59 号p. 5（1942 年）

（平成 2 年 8 月 28 日受理）

落穂集

知恵の輪について

高木茂男

『国文学　解釈と鑑賞』1975年12月臨時増刊号「川柳　江戸の遊び」の268ページに，知恵の輪に関する川柳を七つ紹介している．執筆担当者は瀬川良夫氏である．

三人寄て知恵のわを禿ぬき（六六・13，文化十一戌年，1814）

知恵の輪を盲が先へ抜て出（誹諧美図岐亭，不明）

知恵の輪をとうとう座頭くゞらせる（三四・2，文化三寅年，1806）

大根の知恵の輪なりにはづし縄（八一・35，文政七申年，1824）

蚊帳のつり手を知恵を輪のやふにゆい（九三・18，文政十亥年，1827）

知恵の輪のやふナを木具屋軒へ干シ（一二九・3，天保五午年，1834）

知恵の輪のやうにならべる牛車（一三一・11，天保五午年，1834）

ダ足を加えると，「六六・13」とあるのは『俳風柳樽』の才六十六篇十三丁という意味である．発行年は川柳に詳しい大駒誠一氏に調べて頂いた．これらの川柳はその当時知恵の輪（九連環）がかなり普及していたことをうかがわせて興味深い．干大根が縄に吊してあるのを知恵の輪に見立てるなど，身辺に知恵の輪がなくてはとうていできない発想である．

知恵の輪は，江戸時代に流行したが，明治の中期には全く忘れ去られていた．そのおもちゃとして消えた時期を，以前本誌に発表した『日本におけるチャイニーズリング』（57号，17ページ，1973）では文化ごろと予想していたが，もっと時代を下げる必要があることがわかった．

なお，大駒誠一氏から，川柳より少し古い笠付と呼ばれるものの中にも知恵の輪に関するものがあるとのことで二例お知らせ頂いた．

隙入てちゑの輪をぬし知恵の程

『花笠』，宝長二年，1705

つもりけりすへのわの出る三夜侍

『三尺の鞭』，宝暦三年，1753

ところで，もう一つ先の論文を修正すべき個所がある．近松門左衛門の『女殺油地獄』の中に「知恵の輪の大紋」をつけた人物が登場する．この知恵の輪の紋はあそこで紹介した知恵の輪を写実的に描いたものではなく，「輪違い紋」のようである．つまり九つの輪を輪違いにした模様のものである．日本古典文学大系49『近松浄瑠璃集上』（岩波書店）の頭注にそのような注がついているし，鶴見誠，吉永孝雄編『女殺油地獄』（桜楓社）の

頭注も同じである．また，過日国立小劇場で行われた文楽の公演でも輪違い紋になっていた．ここで訂正しておきたい．

（平成2年10月1日受理）

『管子』の九九

清水達雄

台北の，故宮博物院の，1階右手「華夏」103号室，入口近くで，九九の展示を見つけた．縦書のを横書に直して示すと，断片の一に

九々八十一

もう一つに

三九廿七　二八十六

二九十八　一八而

なお注記して

（管子）

出土資料の写しのようで，委細は不明ながら，大庭脩『木簡学入門』（講談社学術文庫）99ページに名が出る．『銀省山漢墓竹簡』の中の『管子』に属するものかもしれない．

（平成2年10月24日受理）

会　　報

報告　　珠算史研究学会10周年を迎えて

9月9日（1990；平成2年），東京・深川のホテルB＆Gに，日本数学史学会会長　下平和夫，全国珠算教育連盟東京都支部長　竹内瑠之，東京珠算教育連盟常務理事　長尾浩，全国珠算学校連盟東京都支部長　村田勝子の各氏を来賓として迎え，61名の会員が一堂に会し学会10年の歴史を祝した．

小林誠男氏の話によると，昭和55年8月11日（1980），浅井新之助氏と浜松の名倉敏克氏を尋ねたおり，3人の間に「日本珠算史研究会」との仮称で学会設立の話が出，構想を浅井・小林の2人が整理することになった．翌月4日，鈴木久・浅井の両氏をお招きし，収集した古そろばんをお目にかけながら鈴木氏に初めて学会設立のことを相談，同じく23日，今度は鈴木氏と共に浅井氏を尋ね設立の構想を具体的に進めていったという．

話はとんとん拍子に進み，日珠研の若い研究家たちの賛同もあって，10月26日，京橋会館において設立準備会を開くにいたった．会議のさなか山崎与右衛門氏より激励の電話があり，参加者の意気は大いにあがった．

つづいて12月27日には，名古屋・鈴木そろばん博物館において創立総会開催の運びとなる．

いま思うと，5か月足らずのアッという間の出来事であった．いかに学会設立の機運が全国的に盛り上がっていたかがわかると思う．

総会においては，商学博士山崎与右衛門氏を名誉会長に，会長に鈴木久男氏・副会長に戸谷清一・西谷治三郎の両氏を，そして16名の運営委員を選出し浅井新之助氏が運営委員長として采配を振るうこととなった．会員95名，うち3名が外国人会員であった．

当時，日本数学史学会会長であった大矢真一氏は学会の設立にあたって「珠算史の学会が出来，珠算史専門の機関誌が出るということは，これは実に画期的な出来事であります．戦前には『輓近珠算の研究』が刊行され珠算史の論文もいろいろと掲載されました．戦後にはまた『月刊珠算界』が刊行され，これにも珠算史の論文が載り，これは現在に続いております．しかし珠算史専門の雑誌は今までありませんでした．」「日本科学史学会が創立され，機関誌『科学史研究』」が創刊されたのは今から40年前，日本数学史学会が創立され，機関誌『数学史研究』が創刊されたのは今から20年前でした．その後，この10年間に各地で和算に関する学会がいくつか出来，機関誌も発行されています．学問が進むにつれ

て，だんだんこまかく分化してゆくのは当然の理であります．この点から考えますと，科学史学会が出来，数学史学会が出来，今また珠算史学会が出来たということは，学問の分化してくる状況をはっきりと表しているものとも言えましょう」「発表機関ができることによって研究者が増えることも考えるべきでしょう」「今後我が国の珠算史の研究が，これを機会に大躍進することを祈って」祝福のメッセージを送られている．

また，運営委員長の浅井新之助氏は「名称からだけ，外面的に読み取ると“まるで専門家の集合団体”のようにみえるが，現実には“アマチュアから専門家”までの非常に広い幅をもっている団体で，全国各地で珠算を勉強し，研究し，指導しながら珠算史に興味を持つ多数の人々の研究の場として，社交の場として，今後の珠算界にとって貴重な組織になると思っている」「ある意味では大変開かれた珠算人，知識人の投稿誌になり，またある意味では，限られた層だけの機関誌には見られない，素朴な愛情が感じられる学会誌となるように．―　まさにそうした専門家とアマチュアの混成団体になることがこの組織体の目標である」と語っている．

大矢氏のメッセージと浅井委員長の言葉は，創立に当たっての学会の位置付けと，特質を明瞭に語っており，それは，脈々として今も変わらぬ学会の目標となっている．

このように，機運に乗り珠算界からも日本数学史学会からも祝福され，発足した学会であったが，創立の翌年名誉会長である山崎与右衛門氏が他界され，翌翌58年には運営委員長である浅井新之助氏も病に倒れられた．この間，短いと思う10年であったが，創立功労者の名倉敏克氏を，また“そろばん踊り”に命をかけられた井手貞子氏を，ともに病に失ってしまった．

しかし学会はこれらの諸氏の遺志をつぎ，復刻書籍12冊，学会誌「珠算史研究」23巻，その他研究誌の発行．東京・東北（仙台・福島）・名古屋での珠算史講座の開催．8回にわたる見学会．そしてそろばん踊りへの参加と多彩な企画を実行にうつしてきた．

10周年を迎えるに当たって，記念事業をいかに企画するか，第36回運営委員会（‘89・10・10）において検討され，式典日程を平成2年9月9日（日）とし，企画立案から実行に至るまで創立10周年記念事業実行委員会を設け委ねることとなり，委員長に須藤昭男氏，委員に太田敏行・吉田政美・池田つね子の各氏が選出された．

財政的準備のない当学会にとって，行事はできる限り切り詰めねばならない，しかし式典と記念講演，記念誌の発行・記念品の製作は何としても行いたい．このような願いから

一部批判もあったが募金を募ることとなった．

短い期間であったが，実行委員会はよく活動し，募金も予定の倍額を越える金額となった．如何にこれに掛ける会員の思いが大きいものであったかを知り，役員一同にとって大きな励みとなった．

記念誌は太田氏が担当，記念講演は竹内乙彦氏の計らいで，東京理科大学教授・内山昭氏の承諾を得，記念品は，東京・雑司が谷にある法明寺の梵鐘に度量衡が刻まれ，“そろばん”もあることから，そのミニ梵鐘を作ることとなった．

9月9日，予定通り記念式典・記念講演をホテルB＆Gにおいて行ったことは前述のとおりである．内山氏の講演と持参された世界の古い計算具の展示は参加者に大きな感銘を与えた．また懇親会にはこの10年の思いで話に花を咲かせた．最後に当日のスケジュールを記して稿を終わりたい．

【記念式典】　14：00～14：25
司会　池田つね子

物故会員に黙祷
開会の辞　平瀬重雄
経過報告　実行委員長　須藤昭男
来賓祝辞　日本数学史学会会長　下平和夫
社団法人全国珠算教育連盟東京都支部長　竹内瑠之
祝電披露
閉会の辞　金田定雄

【記念講演】　14：30～16：40
演題「コンピュータ前史」　東京理科大学教授　内山昭
司会　谷賢治
開会の辞　嵐敏夫
講師紹介　竹内乙彦
講演
閉会の辞　川又和雄

【記念パーティー】　17：00～19：00
中華レストラン「海城」
司会　吉田政美
実行委員挨拶　須藤昭男

来賓祝辞　社団法人東京珠算教育連盟常務理事　長尾浩
社団法人全国珠算学校連盟東京都支部長　村田勝子
乾杯　顧問　竹内乙彦

（松本清）

新入会員

小林博隆　〒381　長野県長野市上駒沢374
（平成2年10月）　(0262－96－4853)
［勤務先］長野市立皐月高等学校（0262－96－1241）

塚原久美子　〒180　東京都武蔵野市西久保3－19－12　コーポサトウ101
（平成2年11月）　(0422－55－0155)
［勤務先］東京都立農芸高等学校（03－3399－0191）

中口久夫　〒565　大阪府豊中市新千里北町2－4－8
（平成2年11月）　(06－872－3187)

トーマス・ハーゲマン　〒158　世田谷区等々力4－24－20
（平成2年12月）　(03－5706－8848)
［勤務先］ドイツ国立情報処理研究所（GNMD）東京事務所
(03－3586－7104)

退会

三崎孝夫　（2／26付）
山口正　（平成2年度まで）

退会（死亡）

名田廣一　（平成元年7月2日）

住所変更

川原秀城	〒502	岐阜県岐阜市長良六本松合同宿舎2－102	
		(0582－32－3406)	
下平廣敏	〒171	東京都豊島区西池袋3－7－20－101	
		(03－5391－0460)	
末永　弘	〒983	宮城県多賀城市浮島2－20－234	
		(022－638－1487)	
秀川和久	〒206	多摩市一ノ宮532　佐伯コーポ532－105	
		(0423－39－1827)	
深川英俊	〒470	愛知県知多郡東浦町大字緒川字肥後原1－121	
	-21	(0562－88－0111)	
八木淳夫	〒551	三重県桑名市西鍋屋町65　サンパーク桑名601号	
		(0594－22－2575)	

図　　書

仲田紀夫『**イスタンブールで数学しよう**』(デジタル民族とアナログ民族)
A5版194ページ　黎明書房　1991年1月20日発行　1,400円

仲田紀夫は数学教育，算数教育の研究家として多くの研究を発表している．本書は「数学のドレミファシリーズ」全10巻の8番目である．すでに第10番目の『東海道五十三次で数学しよう』を刊行し，「和算」を紹介した．本書はメソポタミアの文化を背景にクレセント（三日月）の旅を実際に体験しながら現地取材も含めて，さらに数学の発達の歴史も含めながら，次の世代をになう若い人たちに興味を持たせて数学を勉強してほしいという願いから編集されている．ちなみに，章の名前だけ紹介しておく．

1　クレセント（三日月）の旅
2　土地と民族と文化と数学
3　「数学は神が創った」
4　デジタル民族とアナログ民族
5　東西文化の接点・イスタンブール
6　アラビアとその数学
7　2つのトルコと数学の発展
8　第4の数学時代
9　数学とは何だろう

(下平　和夫)

米光丁『**九州・四国の現存算額探訪必携**』私家版，B5，本文137ページ，序文5ページ，1990年11月

九州に現存している算額については，米光氏の旧著『九州の算額』にも取り上げられていたが，今回まとめられた本書では四国地方の算額も収録されている．しかも書名が示す通り，おのおのの算額が奉納されている寺社を実際に探訪する時の手びき書としての内容

も備えている．寺社の所在地や連絡先，さらには目的地に向かう際の交通手段までが説明されており，自分の目で算額を見たいと願う研究者にとっては，格好の実用書でもある．

本文は一，九州編と二，四国編に分かれており，それぞれ寺社ごとに算額が類別されている．天明三年（1788）から昭和十二年（1937）までの，約150年間に奉納されたものである．各算額には，原文（原図板）の他に現代数学による解説も与えられている．板の形状や保存状態にも言及されているが，写真も数多く収められていて，実感がつかみやすい．

1．申込先　（〒856）長崎県大村市水主町1丁目978－90　米光丁　宛

2．頒布価　1,000円（送料込）

（西田　知巳）

編　集　後　記

第128号をお届けいたします．入会してはや一年，諸先生方には編集作業の各々につきましてもいろいろと学ばせていただいております．慣れない校正に戸惑うことも少なくありませんが，数多くの玉稿に目を通す機会が与えられたことに感謝しつつ，これからも仕事をさせて頂きたいと存じます．

東京近辺でも漸く，入門者のための和算研究会を月一回の割でもてるようになりました．まだ小規模ではありますが，活気のある会となっています．

昨年末に，待望の『江戸初期和算選書』第一巻が研成社より刊行されました．この他，『明治前日本数学史』の再校正などの企画も進行中です．また，研修旅行再開を，との声もありますので，御意見がございましたらお寄せ下さい．

付記　先日，「平成三年度年会費未納」とお知らせいたしました方々には，誤解を招く表現をいたしましたことをおわびいたします．なお，今後は前納制にいたしますので御了承ください．

（中山　陽子）

数 学 史 研 究

通　巻	128号（1991年1月～3月）
発行所	日 本 数 学 史 学 会 〒161 東京都新宿区下落合1丁目7番7号 富士短期大学科学史研究室 電話　東京(03)3368－8826番（出版部）
会　費	年額　7,000円
振　替	東京2－20022番
印刷所	ト ー コ ー ワ イ ス 〒260 東京都新宿区矢来町43 電話 (03) －3260－7824番

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

NO, 128

January－March, 1991

CONTENTS

Edited and Published by
The History of Mathematics Society of Japan
Fuji Junior College
1-7-7, Shimo-ochiai, Shinjuku-ku, Tokyo, 161, Japan

数 学 史 研 究　（通巻 128 号）　平成 3 年 3 月 10 日
東京都新宿区下落合1-7-7　電 話 (03) 368-8826　日本数学史学会