ISSN 0386-9555

数学史研究

（通 巻 140 号）

1994 年 1 月～3 月

目　　次

論　　説

資　　料

日本数学史学会

論　説

琉球における弧長計算について

嶺　井　政　行

はじめに

琉球王朝時代に使用されたとみられる数学書に『算法記』[1]，『宮古算法』[2]，『八重山算法』[3]，『琉球数学解説書』[4]などがある．はじめの三つは，いわゆる地方算法に属するもので，検地，租税，船運賃などの計算に関する実用的なものが大半で，琉球経済史の研究にも役立つ内容が多いが，『琉球数学解説書』の場合は専門的な色彩が強い．その内容は大別して基礎編と応用編に分れており，基礎編の目録は次のようになっている．

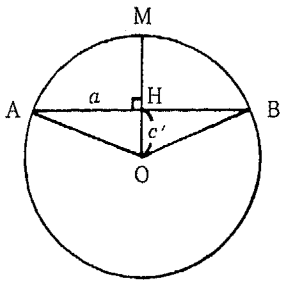
第一段　平円の法
第二段　径矢弦之法
第三段　弧矢弦之法
第四段　鈎股弦之法
第五段　開平之算出法
第六段　開立之算出法
第七段　三ツ細等之法
第八段　六ツ細等之法
第九段　舛之法
第十段　八角之法
第十一段　円球之法
第十二段　量地之法

総じて言えることは，中国と日本，両方の初期の数学との係わりが感じられ[5]，初歩的なミスもあるが，琉球の数学書がすべて写本で，種類も少く，数学の伝授も口伝によるものが多かったこと[6]などを考慮すると，非常に貴重な史料である．跋によると，著者の平良長信氏は数学の専門家ではなく，琉球王朝末期[7]の官吏登庸試験の受験生で，明治八（1875）年より明治十一（1878）年まで当時の数学者伊是名氏[8]より数学の伝習を受けた，と述べており，さらに「伊是名氏ノ元祖ハ，支那ニ留学シ，専ラ数学ヲ伝習シタル伝有之」と記している．従って，この伊是名氏が先祖代々受け継いだ数学の一部を平良長信氏が口伝で学び，それを収録したものと言える．

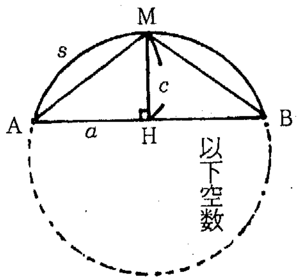
ところで，内容上際立った特徴を見せているのが，第二段，第三段の「径矢弦の法」，「弧矢弦之法」である．和算では，この名称だとすぐ『竪亥録』の公式を思い出すが，それとは全く異なる内容であり，和算書全体を通じても，中国の数学書でも今のところ同じ内容のものは見ることはできない．そうかといって必ずしも正確ではなく，きわめて経験的な近似式という印象が強いし，証明もないのだが，弧長計算の公式に対する考え方の変遷を知る上で参考にすべき手法ではないかと思われる．

ここでは，かつて琉球の先人たちが，中国や日本の数学を学びとり，そして独自の解釈をし，伝授したであろうユニークな「弧矢弦之法」の成り立ちについて考えてみたいと思う．

1．矢の位置の変換と，公式の成り立ち



第1図



第2図

第1図において，$OH=c'$ を矢，$AB=a$ を弦とし，円の直径を d とすると，『琉球数学解説書』で

$$d^2=a^2+(2c')^2 \qquad ①$$

とし，この①を「径矢弦の法」と言っている[9]．普通，MH を矢としているのだが，この場合は矢の位置が内側の OH になっている[10]．

また，第2図において，$MH=c$ を矢とすると，弧 $\widehat{AMB}=s$ のとき

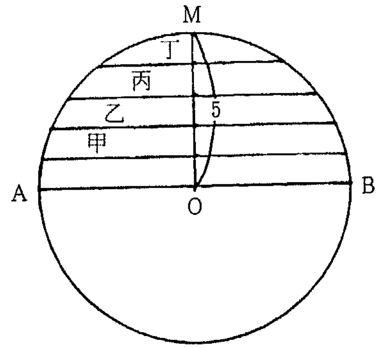
$$s^2=a^2+(2c)^2 \qquad ②$$

とし，この②を「弧矢弦の法」と言っている[11]．この場合，矢の位置は他の数学書と同じだが，円の直径 d との関係が全く述べられていないのが気になる．第2図において

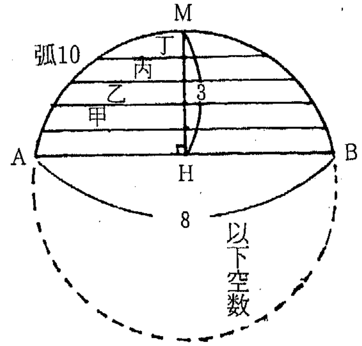
$$s\fallingdotseq AM+MB=2AM$$

とすると②が導びかれるのは容易にわかる．しかし，これは他の数学書と比べて相当大雑把な近似式である[12]．村松茂清の『算俎』の様に，正八角形からはじめて，$2^{15}(=32768)$ 角形について「勾股弦」などを用いて，正多角形の一辺の長さを出して，次第に，より精確な円周の長さの値へ近づけていったことはよく知られているが[13]，②のような近似式は他

に例がない[14]．さらに①，②の公式で矢の位置が OH と MH で異なっているのが実に奇妙である．なぜこのような特別な工夫をしたのだろうか．①，②と関連して，もう少し詳しい計算をしている公式があるので，それを参考にしてみることにしよう．



第3図



第4図

第3図において半径 $OM(=5)$ を5等分したときの弦の長さは公式①より

$$\left.\begin{aligned}甲&=\sqrt{10^2-(2\times1)^2}\\ 乙&=\sqrt{10^2-(2\times2)^2}\\ 丙&=\sqrt{10^2-(2\times3)^2}\\ 丁&=\sqrt{10^2-(2\times4)^2}\end{aligned}\right\}\quad ③$$

としている[15]．また「弧矢弦の法」との関連で第4図において，弦 $AB=8$，弧 $\widehat{AMB}=10$ とし，矢 MH を3とする．矢 MH を5等分したときの弦の長さは

$$\left.\begin{aligned}甲&=\sqrt{10^2-(2\times3+0.6)^2}\fallingdotseq 7.5\\ 乙&=\sqrt{10^2-(2\times3+2\times0.6)^2}\fallingdotseq 6.9\\ 丙&=\sqrt{10^2-(2\times3+3\times0.6)^2}\fallingdotseq 6.25\\ 丁&=\sqrt{10^2-(2\times3+4\times0.6)^2}\fallingdotseq 5.4\end{aligned}\right\}\quad ④$$

と説明している[16]．④のような計算例は今のところどの数学書にも見あたらない．弦 $AB=8$，矢 $MH=3$ から円の直径を求めて「径矢弦の法」を使えば，近似値ではなく正しい値が出るのだが，そうしていないのはおそらく円の直径が不明の場合を想定しているのだと考えられる．第2図，第4図において弓形 AMB より下の部分を点線にし，「以下空数」としているのはその為だろう．このことは公式②，④を検討するにあたって重要なことである．

本文では，円の直径 d の値を使用していないが，とりあえず正確な値を計算して，④

の値と比較してみることにする．第4図において円の直径を d とすると，$AM=5$ より

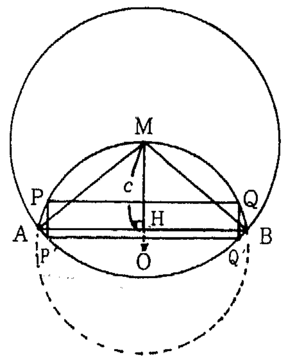
$$5^2=3\times d \qquad \therefore d=\frac{25}{3}\fallingdotseq 8.3$$

よって「径矢弦の法」①を使うと

$$甲=\sqrt{8.3^2-\{2(1.15+0.6)\}^2}\fallingdotseq 7.5$$
$$乙=\sqrt{8.3^2-\{2(1.15+1.2)\}^2}\fallingdotseq 6.8$$
$$丙=\sqrt{8.3^2-\{2(1.15+1.8)\}^2}\fallingdotseq 5.8$$
$$丁=\sqrt{8.3^2-\{2(1.15+2.4)\}^2}\fallingdotseq 4.3$$

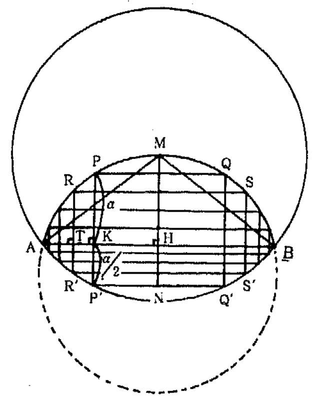
小数のとり方にもよるが，大体において近い値といえそうである．まず，公式④の成り立ちについて検討し，さらに近似の度合についても分析してみることにしよう．

まず，①と②の2式を比較すると気づく様に，矢の位置を変換すると「弧矢弦の法」を「径矢弦の法」に変換できることがわかる．つまり，弧・矢・弦の関係を，径・矢・弦の関係として扱うのである．



第5図

第5図において点 M を中心とし，AM を半径（即ち s を直径）とする円を考えると，ここではじめて円の直径が図で示される．そして②は瞬時にして，s を直径，$AB=a$ を弦，$MH=c$ を矢とした「径矢弦の法」となる．④の計算が「径矢弦の法」と非常によく似ているのも，そのことを暗示している．さらに，同様の方法で点 O を中心とした円の弦 PQ を，点 M を中心にし，s を直径とした円の弦 $P'Q'$ に変換することができる．この場合，弦 PQ を平行に移動させるだけで良い．（但し，$\overline{PQ}=\overline{P'Q'}$ とする）このように考えると，④の計算は次の作図から導びかれたものと推測できる．



第6図

第6図において仮に $KP'=\frac{1}{2}PK=\frac{\alpha}{2}$ とすると

$$P'M^2=P'N^2+MN^2$$

$P'M=AM$ で，$s=2AM$ とすると

$$\left(\frac{s}{2}\right)^2=\left(\frac{PQ}{2}\right)^2+\left(c+\frac{\alpha}{2}\right)^2$$

$$\therefore s^2=PQ^2+(2c+\alpha)^2 \qquad ⑤$$

ということになり，一応，公式④の形ができあがる．即ち，⑤において，$s=10$，$c=3$，$\alpha=0.6$，1.2，1.8，2.4 とすると④になるわけである．

ところで，気になるのは，どういう理由で $KP'=\frac{1}{2}PK$ とみなしたのか，ということである．もともと点 P'，点 Q' は点 P，Q を変換したものであり，それは「弧矢弦の法」を「径矢弦の法」へ変換したことに対応したものだった．それに基づいて正確な計算をすると，第6図において，$AB=a$，$PQ=a'$，$PK=\alpha$，$s=2AM$，$MH=c$ のとき

$$s^2=a^2+(2c)^2=4cd$$
$$a'^2=4(c-\alpha)\{d-(c-\alpha)\}$$
$$=4cd-4\alpha d-4(c-\alpha)^2$$
$$\therefore s^2=a'^2+4\alpha d+4(c-\alpha)^2 \qquad ⑥$$

この⑥を⑤の形に変形すると

$$s^2=a'^2+(2c+\alpha)^2+\alpha(3\alpha+4d-12c) \qquad ⑦$$

よって，$KP'=\frac{1}{2}PK$ のとき

$$3\alpha+4d-12c=O \qquad ⑧$$

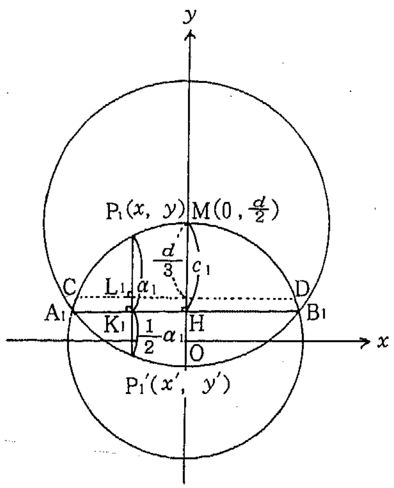
ということになる．つまり，⑧が成立してはじめて公式⑤は成立し，それ以外は不適ということである．例えば，$\alpha=4$，$c=20$，$d=57$ の場合などは⑤が成立する．また，⑧の式において

$$O<\alpha<c<\frac{d}{2}$$

という条件を考慮すると

$$\frac{1}{3}d<c<\frac{4}{9}d \qquad ⑨$$

という限定された範囲の場合のみ，⑤又は⑧が成立することに注意しなければならない．範囲としては非常に狭いわけである．それでは，これらの条件を図で考えてみることにしよう．



第７図

第７図において，原点 O を中心とし，直径 d の円を円 O とし，つぎに適当な矢 c_1（但し，$\frac{d}{3}<c_1<\frac{4}{9}d$）をとり，点 M を中心にして半径 A_1M（直径 $s_1=2A_1M$）の円を円 M_1 とすると

$$円\ O:x^2+y^2=\left(\frac{d}{2}\right)^2 \qquad ⑩$$

$$円 M_1:x^2+\left(y-\frac{d}{2}\right)^2=\left(\frac{s_1}{2}\right)^2 \qquad ⑪$$

（但し，$s_1^2=4c_1d$）

まず，公式⑤が成立したと仮定して，条件⑧より

$$\alpha_1=\frac{1}{3}(12c_1-4d)$$
$$=4\left(c_1-\frac{1}{3}d\right)$$

これより，第７図において

$P_1K_1=4L_1K_1$

又，$K_1P_1'=\frac{1}{2}P_1K_1$ であるから

$\therefore P_1L_1=L_1P_1'$

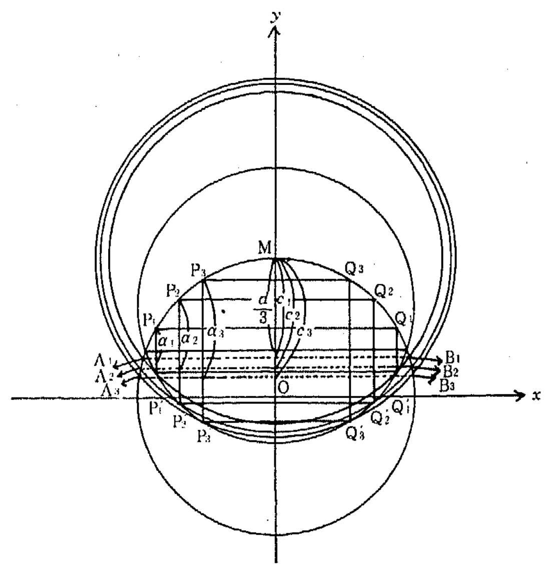
となり，矢 c_1（$\frac{1}{3}d<c_1<\frac{4}{9}d$）が変化しても常に点 P_1' は，点 P_1 を直線 CD に関して対称移動したものであることがわかる．よって

点 $P_1'(x', y')=\left(x, \frac{1}{3}d-y\right)$

又，$x^2+y^2=\left(\frac{d}{2}\right)^2$ だから

$$x'^2+\left(y'-\frac{1}{3}d\right)^2=\left(\frac{d}{2}\right)^2 \qquad ⑫$$

即ち，この点 $P_1'(x', y')$ は⑫で示される円周上（厳密には c_1 の範囲が限られているから，円弧）にあることがわかる．その模様は第８図のようになる．



第８図

例えば，第8図において$n=1$，2，3のとき，矢C_nに対応した弓形A_nMB_nがあって，半径A_nMの円周上に1カ所だけ点P_nに対応する点P_n'がある．点P_n'は点P_nの変換点である．この点P_n'は⑫で示される円周上にもあるので，2つの円の交点になっているのである．このとき，

$$3\alpha_n+4d-12c_n=O$$

であるので，点P_n'は当然⑤が成立する点である．即ち，矢c_1，c_2，c_3に対して，それぞれα_1，α_2，α_3および，P_1，P_2，P_3とP_1'，P_2'，P_3'が決定されるしくみになる．

一応こういうことになるが，実際に『琉球数学解説書』の④の計算例を見てみると，あくまでも近似式になっており，しかも矢$c=3$は固定されたものであって，決して第8図のような個々の矢c_nに対して，それぞれ一つずつ公式⑤が成立する点を決めていくという複雑な計算と正確な作図で近似式④を作ったわけではないことがわかる．

それでは，もう一度，第6図に戻って公式④のように何故，近似式として

$$KP' \fallingdotseq \frac{1}{2}PK$$

とみなしたのか，ということを考えてみたい．点P'はもともと矢の変換，および「弧矢弦の法」②から「径矢弦の法」①への変換に対応して，直径dの円周上の点Pから，直径Sの円周上の点P'へ移したものだった．だから，すでに見てきたように　矢$KH=C$を固定すると

$$3\alpha+4d-12c=O$$

をみたすαはただ1つだけだから，公式⑤が成立する点P，P'はそれぞれの円周上にただ1つずつしか存在しない，ということだった．ところが，第6図において，点Pを弧$\overset{\frown}{AMB}$上の任意の点とし，点P'を点Mを中心とした円周上に限定せず

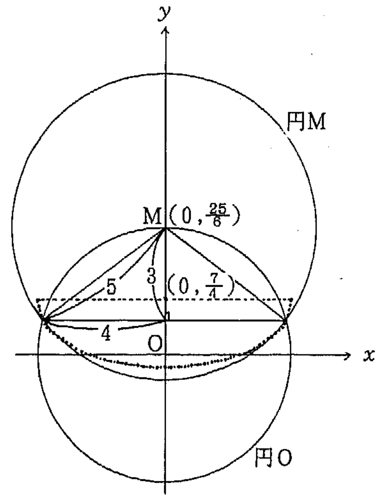
$$PK:KP'=2:1$$

であるように動かすと，その場合には点P'は，あるだ円上を動くことになる．そして，この『琉球数学解説書』のように，矢3，弦8の場合だと，円O，円M，だ円の方程式は次のようになり，その図は第9図のようになる．

$$円O: x^2+y^2=\left(\frac{25}{6}\right)^2$$

$$円M: x^2+\left(y-\frac{25}{6}\right)^2=5^2$$

$$だ円: \frac{x^2}{\left(\frac{25}{6}\right)^2}+\frac{\left(y-\frac{7}{4}\right)^2}{\left(\frac{25}{12}\right)^2}=1 \qquad \left(-\frac{1}{3}<y<\frac{7}{6}\right)$$



第9図

第9図において，円Mとだ円の交点が正確な値になる点で，この交点は当然⑫で示される円周上にある．そして，この交点の近くでは近似値になるし，交点から離れるに従って真の値とも離れてくる．例えば④の計算で，丙，丁の値は交点からいくらか離れているために，真の値から離れているわけである．そうすると結局，第6図のように作図をしてみると大体において

$$KP' \fallingdotseq \frac{1}{2}PK$$

$$TR' \fallingdotseq \frac{1}{2}RT$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

となったことと，計算数値の上でもほぼ近い値になったことから，公式④を確認したというのが，この公式の真相だと考えられる．

ところで，以上の議論は，矢cが

$$\frac{1}{3}d<c<\frac{4}{9}d$$

の算囲内であれば一応納得できるのだが，これ以外の範囲の弓形であれば，ずいぶん事情が違ってくる．⑤や⑧を満たす点はただの1カ所もないということになるし，④もまるで関係ないことになる．すると，どのような図形をモデルにしたのか，ということが問題になってくる．

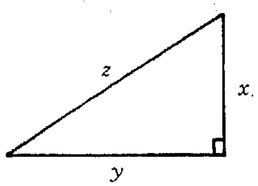
2．モデルの設定について

ある具体的な，特殊な図形の性質を調べあげて，それを一般化する，というやり方は別

にめずらしいことではない．例えば弧長の計算公式は，他の数学書の場合，半円のときに成立することはよく知られていることである[17].

ところで，今まで検討してきた公式④の使用は『琉球数学解説書』の中では，わずか2例であり，どちらも弓形の中の直角三角形の三辺の比が　3：4：5　の場合のみである[18].結局，弓形の中に，このような特殊な直角三角形が入る様なモデルを設定したことが公式④につながっていると考えざるを得ない．そして，このことは決して偶然なことではないのである．類似の「手法」は『琉球数学解説書』の「鈎股弦之法」でもみられる．本文では「鈎股弦之法」の原理（弦の2乗は，鈎の2乗と股の2乗の和である）を，三辺の比が　3：4：5　の直角三角形を用いて説明しているし，応用編においても，この様な特殊な三角形の性質を無条件に公式として使用している場合が多い．いくつか実例を示してみよう．（但し，原文を文字式に直すことにする）

<例1>[19]



第10図

問：　$x+y=10.85$

　　$y+z=13.95$

のとき，弦 z を問う．

解：$(y+z)-(x+y)$

　　$=13.95-10.85$

$\therefore z-x=3.1$

よって，$z-y=\dfrac{3.1}{2}$ となるので

$z=\dfrac{1}{2}\left(13.95+\dfrac{3.1}{2}\right)=7.75$

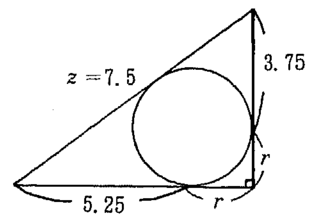
下線部分はあらかじめ

$z-y=y-x$

$\therefore z-y=\dfrac{1}{2}(z-x)$

を前提としており，これは三辺の比が　3：4：5　の直角三角形の場合にしかあてはまらない．

<例2>[20]



第11図

問：　$x=3.75+r$，$y=5.25+r$，$z=7.5$ のとき

鈎 x，股 y を問う．

解：$y-x=(5.25+r)-(3.75+r)$

$\therefore y-x=1.5$

よって $x=\dfrac{1.5+7.5}{2}=4.5$

又，$y=x+1.5=6$

この場合，下線部分は

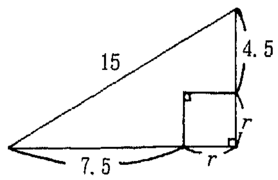
$3x-y=z$

$\therefore (y-x)+(3x-y)=1.5+7.5$

$\therefore x=\dfrac{1.5+7.5}{2}=4.5$

を前提としている．これも，三辺の比が　3：4：5　の場合にしか通用しない．内接円のときに，第11図のようにはならないことも明らかである．

<例3>[21]



第12図

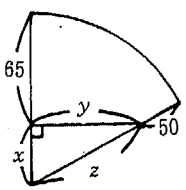
問: $x=4.5+r$, $y=7.5+r$, $z=15$
のとき, x, y を問う.

解: $y-x=(7.5+r)-(4.5+r)$
$=3$
よって, $y=15-3=12$
$x=y-3=9$

ここでは
$$z-y=y-x=3$$
を前提としており, 三辺の差が等差のときで, 結局　3:4:5　の場合である.

しかし, 必ずしもこの様な特殊な公式のみを使用しているわけではない. つぎの例もある.

<例4>[22]



第13図

問: $y=45$, $x+65=z+50$
のとき, x を問う.

解: $z-x=15$
$$z+x=\frac{y^2}{z-x}=\frac{45^2}{15}=135$$
$\therefore\ (z+x)-(z-x)=135-15$
$\therefore\ 2x=120\quad x=60$

ここでは
$$z^2=x^2+y^2 \qquad \therefore z+x=\frac{y^2}{z-x}$$
が使用されており, どの直角三角形にも適用できる. なお, これとほぼ同じ問題が『九章算術』の「句股章」の中にあり[23], 解き方も類似のものである. さらに同様な計算は, 趙君卿『句股方円図注』の中でも使われている[24].

以上, 要点だけ述べたが, この『琉球数学解説書』の応用編の場合, 直角三角形を扱った問題のうち, 三辺の比が　3:4:5　の場合のみに適用できる性質を一般の公式なみに扱っているのは, 48問中, 21問である. 半分近くはこの特殊な三角形の性質を公式として扱っていることになる. この特殊な三角形を, 直角三角形の代表的なものとみなしたのではないか. 関連して, 中国の『周髀算経』の中で「故折矩以爲句廣三. 股脩四. 径隅五. 既方其外. 半之一矩. 環而其盤. 得成三四五. 兩矩共長二十有五. 是謂積矩. 故禹之所以治天下者. 此数之所生也」[25]（大意：伝説上の禹聖王が天下を治めた方法は, 3:4:5の直角三角形の数から出たものである）と述べている一節があるが,『琉球数学解説書』がこのような考え方を同書の「鈎股弦之法」に生かしたのかもしれない. しかし, 確かな証拠は今のところ何もない.

さて, 以上の様に『琉球数学解説書』の「鈎股弦之法」の中に, 三辺の比が　3:4:5　の直角三角形をモデルとして扱うという独特な考え方があるのが明らかになれば, その様な考え方が,「径矢弦之法」,「弧矢弦之法」にも反映しているとみなすのはごく自然であろう. 公式④は結局, モデルとして, 弓形の中に, この特殊な三角形がある場合を想定した近似式であるということができる. もちろん, これ以外でも例えば, 弓形の矢 C が $\frac{1}{3}d<c<\frac{4}{9}d$　の範囲内であれば, 近似式として通用することも付け加えておかねばならない.

文献と注

（1）琉球王朝時代に, 沖縄本島北部の「名護間切」の役人が使用したものと思われる. 沖縄県立図書館史料編集所蔵の写真複製本の奥書には「原本, 明治二七年名護町字安和, 池原仁屋, 筆写（島袋源一郎氏蔵）. 昭和九年七月, 沖縄地方ニ出張ノ際, 那覇図書館ニ依頼シテ該書ヲ写サシメ

タルモノナリ，須藤利一」と記されている．

（2）これも上記の史料編集所に写真複製本がある．かつて須藤利一氏が『沖縄教育』（沖縄県教育会，昭和十二年）の三月号，五月号，六月号で「宮古算法に就いて」と題して解説をされている．

（3）『算用秘』というタイトルの史料があって，それと同類の，タイトルのついていないものに須藤利一氏が『八重山算法』というタイトルをつけた．同氏の『沖縄の数学』（富士短期大学出版部，昭和47年）の中に全文が収録されており，その中の一節に「右改算記より書写置申候」という文句がある．

（4）上記の史料編集所蔵．写真複製本で頁数がなく，本文は65枚から成っている．

（5）例えば「第七段　三ツ細等之法」というのは『改算記』の「済統術」と同じで，「第八段　六ツ細等之法」は『竪亥録』の「厚幅台」の体積公式と同じ．また，応用編で「矢篦竹」の計算があるが，これは『改算記』下巻にも出てくる．また，『九章算術』の「句股章」の中に「葭の長さの問題」があるが，これと類似のものが『琉球数学解説書』の応用編に出てくる．以下略．

（6）矢袋喜一『琉球古来の数学と結縄及記標文字』（沖縄書籍販売社，昭和57年，3版）のP.75に「旧藩時代に於て，如何なる数学書が沖縄にありしか分明ならず．仲尾次憲達翁語りて曰はく，余の昔算盤を習ひし時は，只先生より口伝せられしのみにて，別に書物を用ゐざりしと」と述べられている．なお，同書の初版は大正4年である．

（7）1868年に明治維新があり，明治4（1871）年の廃藩置県で，鹿児島県が置かれるが，琉球は鹿児島県の管轄下になり，明治5（1872）年には琉球藩となり直接明治政府外務省の下に置かれ，明治12（1879）年に琉球処分によって沖縄県となる．この様な激動のさ中で数学を学んだのである．

（8）ここでは跋の全文は掲載していないので，須藤利一『沖縄の数学』P.127を参照されたい．また，矢袋喜一『琉球古来の数学と結縄及記標文字』P.74に「知花朝章氏は明治初年の有様に就て語りて曰わく，学校教育に於ては，殆ど算術は教へられざりしも，明治初年より廃藩（明治12年）頃まで，首里に伊是名親雲上（イゼナペーチン）なる人ありて，有志に算盤を教へつゝありたり．而して，よく出来るものは，取納座又は山奉行等の筆者に昇進したりと」と述べられている．

（9）『琉球数学解説書』4枚目．なお，原文では文字式を使用していないが，現代風に文字で示した．

（10）参考までに，$MH=c$を矢としたときの公式を掲げておく．

$a^2=4c\,(d-c)$　（『竪亥録』）

$a=2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{2}-c\right)^2}$　（『格致算書』）

また，李儼の『中算史論叢』第2巻（台湾商務印書館）P.131に次の様に示されている．

$d=c+\dfrac{\left(\frac{1}{2}a\right)^2}{c}$　（趙君卿）

$\dfrac{a}{2}=\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{2}-c\right)^2}$　（楊輝）

$c=\dfrac{d}{2}-\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}$　（楊輝）

（11）『琉球数学解説書』7枚目

（12）よく知られている弧長の計算公式に次のものがある．

$s^2=4c\left(d+\frac{c}{2}\right)$　（『竪亥録』）

$s^2=a^2+6c^2$　（『格致算書』，『算法闕疑抄』など）

琉球の『算法記』，『宮古算法』なども　$s^2=a^2+6c^2$を使っている．中国では

$s=a+\dfrac{2c^2}{d}$　（沈括『夢渓筆談』）

これらは初期のもので，その他多数あり．

（13）村松茂清『算爼』巻四，38丁以下（研成社，昭和62年．P.153）

（14）全く同じではないが，類似のもので中国の『五曹算経』（甄鸞撰）で，弓形の面積を$\frac{1}{2}$×弦×矢としている．「今有弧田弦八十歩矢五歩．問爲田幾何．答曰二百歩．術曰列弦八十歩半之得四十歩以矢五歩乗之即得」（人人文庫『算経十書』下冊，台湾商務印書館．P.46）．なお，この『五曹算経』を，ニーダムは「たぶん晋代後期（＋4世紀）であろう」（『中国の科学と文明』第4巻数学，1991年，思索社．P.43）と述べられている．

（15）『琉球数学解説書』6枚目

（16）『琉球数学解説書』9枚目

（17）例えば，今村知商『竪亥録』（1639年）に於ては

$s^2=4c\left(d+\frac{1}{2}c\right)$

としているが，$\pi^2=10$，$c=\frac{1}{2}d$，$s=\frac{1}{2}\pi d$

とすると成立する．また，沈括『夢渓筆談』（1086年）においては

$s=a+\dfrac{2c^2}{d}$

としており，これは　$\pi=3$，$s=\frac{\pi d}{2}$，$c=\frac{d}{2}$，$a=d$　のときに成立する．これは『九章算術』の弓形の面積公式

$A=\frac{1}{2}c\,(a+c)$

から来ているので，$\pi=3$を適用したときの値になる．

（18）例えば，もう一つの例は37枚目で，弦aが24寸，矢cが9寸となっている．

（19）『琉球数学解説書』20枚目

(20) 同上書，22枚目

(21) 同上書，24枚目

(22) 同上書，43枚目

(23) 人人文庫「算経十書』上冊（台湾商務印書類）P.71．なお，『中国天文学・数学集』（朝日出版社，1980年）P.261にこの項の解説がある．

(24) 銭宝琮『中国数学史』（みすず書房，1990年）P.63.

(25) 人人文庫『算経十書』上冊（台湾商務印書館）P.1.

（平成５年７月21日受理）

論　　説

後漢におけるインド天文学伝来の可能性について

大　橋　由紀夫

1．はじめに

私は前稿において，後漢の時代にインド天文学の知識が中国に伝来した可能性があると述べたが[1)]，その論拠について詳しく述べることはしなかったので，本稿において，現時点における私の考えを明らかにしたい．

以下に述べることは，後漢四分暦の成立過程において提案され，あるいは後漢四分暦の中に挿入されたいくつかの事項のうち，前漢までの中国天文学と比較して，中国の内部での発展としては説明しにくいものがあり，そこに何らかのインド天文学の伝来があったと仮定すれば，いずれも説明がつくことを示すものである．これらの事項は，実際の暦には採用されなかったり，あるいは暦の中でほとんど存在意義のない付加的な位置しか与えられていないのであって，そのことは，これらの事項が当時においてもかなり異質なものととらえられていたことを意味している．

なお，以下は，これまでほとんど論じられることのなかった，中国におけるインド天文学伝来の発端の時期についての問題提起であって，本稿において伝来の有無についての最終的結論を出そうとするものではない．

☆本稿で用いる律暦志の原文は，『歴代天文律暦等志彙編』（全十冊，北京，中華書局，1975～76）を用いる．『続漢書・律暦志』はその第五冊に収められている．なお，王先謙の『後漢書集解』（国学基本叢書所収）を参考にする．

2．元首十一月の大小

中国暦では，一般に冬至が朔の夜半に起る時を起点とし，朔を含む日が毎月の一日となる．したがって，一朔望月は約29.53日であるから，暦の最初の一か月が夜半に始まるため，翌月の一日は30日目にあたり，最初の月は小の月となる．ところが，後漢四分暦の作成に参加した編訢（へんしん）と李梵（りぼん）は，暦の最初の一か月は大の月とすべきであるととなえた[2)]．訢と梵の主張は次の通りである．

〔史料１〕『続漢書・律暦志』（中）より

「訢・梵猶以為元首十一月当先大，欲以合耦弦望，命有常日．而十九歳不得七閏，晦朔

失実，行之未期.」
（訢と梵は，それでも，元首十一月はまず大の月にすべきだと考え，それによって弦望（上弦・下弦と望）にあわせて，〔弦望の日付を〕名づけるのに一定の日付が対応するようにしようとした．しかし十九年に七閏とできず，晦朔は実質を失なってしまうので，これを実行するのは躊躇していた.）

このことについて，章帝は賈逵（かき）に訢と梵を含む10人の人々に質問させ，結局次のような結論に達した．

〔史料 2〕『続漢書・律暦志』（中）より

「月当先小，拠『春秋経』，書朔不書晦者，朔必有（明）〔朔〕,* 晦不，朔必在其月也．即先大，則一月再朔，後月無朔，是明不可必．梵等以為当先大，無文正験，取欲諧耦，十六日月朓昏，晦当滅而已．又晦与合同時，不得異日.」

＊『新唐書・暦書』（三・上）に引く一行（いちぎょう）の「合朔議」に引く賈逵の言に「春秋書朔晦者，朔必有朔，晦必有晦，晦朔必在其月前也.」とあるのと比較して，「明」を「朔」と改める．

（〔元首十一月の〕月はまず小の月にすべきである．『春秋経』を見ると，朔を記して晦を記していないのは，朔の日には必ず朔の現象が起るが，晦の日には起らない，朔の現象は必ずその月に起る，ということである．もし〔元首十一月を〕まず大の月にすれば，一か月に二回朔が起り，後の月に朔がないことになってしまうので，これが明らかに不可であることは必定である．李梵たちはまず大の月にすべきであると考えたが，記録に前例はない．〔日付を弦望に〕対応させようとするならば，〔望から〕十六日目に，夕方に晦日なのに西空に新月が現れる現象が起ってしまい，晦は実質を失なってしまう．また晦と合朔が同時になってしまい，異なる日にならなくなってしまう.）

以上のような理由から，結局，元首十一月は小の月にするという，中国暦本来の方法がとられることに決定した．

さて，編訢と李梵は，なぜ元首十一月を大の月にしようとしたのだろうか．そして，どのような方法で日付を決めようとしたのだろうか．それ以前の中国暦の伝統の中で，元首十一月を大の月とするような，ほぼ唯一の方法は，太初改暦の時に鄧平が提案した「陽暦」である．それは，次のようなものであった．

〔史料 3〕『漢書・律暦志』（上）より[3)]

「先藉半日，名曰陽暦，不藉，名曰陰暦．所謂陽暦者，先朔月生，陰暦者，朔而後月乃生．平曰，「陽暦朔皆先旦月生，以朝諸侯王群臣便.」」

（あらかじめ〔朔の時刻について〕半日を借りておくものを陽暦といい，借りないものを陰暦という．ここで言う陽暦というのは，朔日よりも前に新月が見えはじめるものであり，陰暦というのは，朔日になった後で新月が見えはじめるものである．鄧平は言った，「陽暦は，朔日にはいつも当日の朝に先立って新月が見えています．これによって諸侯王や群臣を朝見させれば，便利です.」と.」

この「陽暦」というのは，朔の時刻を実際よりも半日おそいものとして計算する方法である．したがって，この方法では，元首十一月は大の月となる．それでは，後漢の編訢と李梵が提案したのは，この鄧平の陽暦なのだろうか．実際，陳久金と陳美東は，編訢と李梵が提案したのは，半日を借りる方法であるとしている[4)]．しかし，この解釈には疑問がある．まず第一の疑問としては，編訢と李梵の提案に際しては鄧平の名には全くふれられておらず，〔史料 2〕に「無文正験」（記録に前例はない）とあることである．これは，編訢と李梵は中国に既存の方法をそのまま受けついだのではないことを暗示しているのではないだろうか．さらに大きな疑問は，〔史料 1〕に「欲以合耦弦望，命有常日」（それによって弦望にあわせて，名づけるのに一定の日付が対応するようにしようとした）とあることである．これは，暦の朔日に先立って新月が見えるようにしようとした鄧平の動機とは全く異なっている．

さて，ここで，弦望にあわせて一定の日付が対応するようにするというのはどういうことかを考えてみたい．まず，元首十一月を小にした場合と大にした場合の，最初の 2 か月の弦望の日付を表にしてみる．

表 1

	元首十一月は小	元首十一月は大
朔	十一月一日	十一月一日
上弦	八日	八日
望	十五日	十五日
下弦	二十三日	二十三日
朔	十二月一日	三十日
上弦	八日	十二月七日
望	十六日	十五日
下弦	二十三日	二十二日

上の表を見ると，元首十一月を大の月にすれば，十一月も十二月も望の日付は十五日になるが，上弦・下弦の日付は両者で違っている．そもそも，通常の方法では，弦も望も一定の日付になるような暦を作ることは不可能である．それでは，編訢と李梵は，望の日付

のみが常に十五日になるような暦を作ろうとしたのだろうか.（ちなみに，鄧平の陽暦では，望の日付は必ずしも一定とはならないから，仮に編訢と李梵が望の日付のみ一定となるような暦を考えていたとしても，それは鄧平の陽暦と同一ではありえない.）

ここで，インドの暦法は，日付を月の位相に正確に対応させる特殊な方法をとっていることに注目しなければならない．後漢四分暦が形成されたＡＤ１世紀には，インドでは『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』に記載された暦法が使われていたと思われる[5]ので，まず，この暦法について簡単に説明する[6].

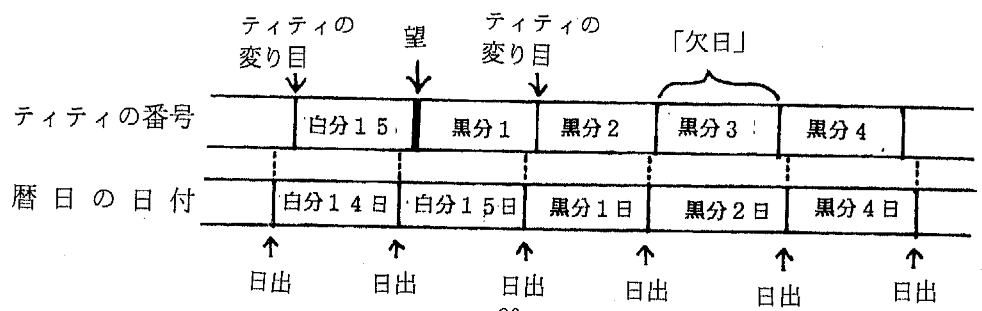
『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』の暦法は，５年周期の太陰太陽暦で，５年間に２回の閏月を置くものである．そして次のような関係が成り立つ．

５年＝60太陽月（＝12太陽月×５）
＝62朔望月
＝67恒星月
＝1830日（＝366日×５）

この５年周期の始点は冬至で朔の日の日出である．すなわち，１日の始点は日出であり，１か月（朔望月）の始点は朔であるが，１か月は白分（朔～望）と黒分（望～朔）に二分されている．

さらに，インド暦独特の重要な概念として，「ティティ」（tithi）というものがある．これは，『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』の段階では，白分と黒分をそれぞれ15等分し，それぞれ１から15までの番号をつけたものであった[7]．したがって，「ティティ」は月の位相を正確に示すものと言える．インド暦では，この「ティティ」に基づいて日付が決められる．日付を決める方法については『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』そのものには明言されていないが，おそらく後世のインド暦と同様に日出時の「ティティ」の番号をその日の日付としたと思われる．なお，「ティティ」の長さは暦日よりやや短かいので，時々，日出を含まない「ティティ」が生じ，その「ティティ」の番号を持つ日付は存在しなくなる．このような「ティティ」を「欠日」といい，「欠日」を含む月は小の月ということになる．わかりやすくするため，「欠日」を生ずる場合の例を図１に示す．

図１（インド暦の「欠日」）



さて，ここで後漢の編訢と李梵の〔史料１〕の「合耦弦望，命有常日」という提案に話をもどしたい．もし，本当に弦望などの月の位相に常に一定の日付が対応するような暦を作ろうとするならば，上述のような「ティティ」を利用したインド暦の方法をとるのが，ほとんど唯一の方法であろう[8]．そして，もし何らかの形でこのようなインド暦の知識が後漢の中国に伝わっていたとしたら，編訢と李梵の提案がなされたことも不思議ではない．また，インド暦の方法では，冬至と朔が一致する時を起点とした時の最初の１か月には「欠日」を生じないので，最初の月は大の月になる．という事実にも注目すべきである．

しかしながら，後漢の中国に「ティティ」を利用したインド暦の方法が伝来したことを示す直接の証拠は存在しない．一見したところでは〔史料１〕に「十九歳不得七閏」とあることから，十九年七閏とは違う閏月周期を用いようとしたように見えるかもしれないが，それは考えすぎであろう．仮にインドの五年二閏が伝わったとしても，それよりも十九年七閏の方がずっと精度が高いので，当時の中国で五年二閏を使おうとしたことはまず考えられないし[9]，当時さらに別の閏月周期が知られていたとも考えにくい．この「十九歳不得七閏」とは，単に通常の方法とは閏月の位置が違ってしまう，という程度の意味なのではないだろうか．

ところが，後漢四分暦そのものの中に，「ティティ」と類似した考え方が存在したことを暗示する事項がある．それは，「没日」と「滅日」である．

３．「没日」と「滅日」

「没日」と「滅日」は，前漢までは存在せず，後漢四分暦において突如として出現し，しかも中国暦の中で全く存在意義がないという不思議な概念である．まず，後漢四分暦における没日と滅日の推算法を見てみる．

〔史料４〕『続漢書・律暦志』（下）より

「推没滅術．置入蔀年減一，以没数乗之，満日法得一，名為積没，不尽為没余．以通法乗積没．満没法得一，名為大余，不尽為小余．大余満六十除去之，其余以蔀名命之，算尽之外，前年冬至前没日也．求後没，加大余六十九，小余四，小余満没法，従大余，命之如前，無分為滅.」

（没日と滅日を推算する方法．蔀（76年周期）の何年目かという年数から１を減じ，没数（21）をこれに乗じ，それから日法（４）を引けるだけ引いて，引いたたびに１づつ数える．その結果を積没と名づけ，余りを没余とする．通法（487）を積没に乗じ，それから没法（７）を引けるだけ引いて，引いたたびに１づつ数える．結果を大余と名づけ，余りを小余とする．大余が六十を越えていればそれを除去してゆき，その余りを蔀名（蔀の最初の年の前年十一月朔・夜半・冬至の日の干支）から数え始め，数え終った

次が，前年冬至前の没日〔の干支〕である．その次の没日を求めるには，大余六十九，小余四を加え，小余が没法（7）を越えれば大余にくり上げる．〔干支の〕数え方は前と同様である．余分（小余）がないものを滅日とする.）

さて，上記のような没日と滅日の推算法の意味するところを簡単に説明しよう．後漢四分暦では76年の「蔀（ほう）」が基本的な置閏周期で，その間に940か月，27759日が含まれるとされていた．1年は$365\frac{1}{4}$日とされ，そこに二十四節気が設定されていたから，節気の間隔は$15\frac{7}{32}$日であった．さて，1年の日数の端数の分母である4は「日法」と呼ばれ，これは日数の端数がなくなる最小の年数でもある．すなわち，4年間にはちょうど1461日が含まれる．この日数から，360の4倍すなわち1440を引いた結果である21が「没数」と呼ばれ，これが4年間の没日の数である．また，「通法」とは，節気間隔の日数の32倍すなわち$15\frac{7}{32}\times 32=487$であって，日数に端数がなくなる最小の節気間隔の倍数である．「没法」とは，この三十二気すなわち487日における没日の数で，$487-15\times 32=7$という関係になっている．以上のことから，1年から360日，あるいは1気から15日というふつうの日を除いたあとにあぶれた日を「没日」としていることがわかる．以上のようなことをふまえ，〔史料4〕の推算法を見てみたい．なお，「蔀の何年目かという年数から1を減じ」た数，すなわち蔀の最初からその年の最初までに何年経過したかという年数を，Yとする．すると，次の関係が成り立つ．

$$\frac{Y\times 21}{4}=\text{積没}+\frac{\text{没余}}{4}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\text{積没}\times 487}{7}=\text{大余}+\frac{\text{小余}}{7}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

ここで，「積没」は，蔀の起点の前年朔冬至から，求める年の前年冬至までの間の没日の総数である．(一般に中国暦では前年の十一月に含まれる冬至を計算の基準とする．）そして，「大余」は，蔀の起点の前年朔冬至から，求める年の前年冬至の直前の没日までの日数ということになる．したがって，大余から60を除去してゆき，余りを，蔀の起点の前年朔冬至の日の干支を起点として数えてゆけば，数え終った次が，求める年の前年冬至の直前の没日の干支となるのである．そして没日と没日の間隔は$\frac{487}{7}=69\frac{4}{7}$日であるから，大余と小余にそれぞれ69と4を加えれば，次の没日が求められる．

ここで，この「没日」とは，いかなる性格のものであるかを，さらに考えてみる．中国の文献には明言されていないが，ここで1年を360等分した時間区分を考える必要がある．それを仮に「360区分」と名づけよう．すると，1年のうち360日は，この「360区分」の境界を含む（1日の始点と一致する時は含むとみなす）が，境界を含まない日が$5\frac{1}{4}$日づ

つ生ずることになる．この，「360区分」の境界を含まない日が，まさに没日なのである．これは，ちょうど中気を含まない月が閏月になるのと似た関係になっていると言える．なお，〔史料4〕の末尾では，余分（小余）がなくなった没日のことを「滅日」としているので，滅日は「360区分」の境界と夜半が一致した時の前日に相当することになる[10]．このような「360区分」と没日・滅日との関係を図示すると，図2・図3のようになる．

図2（「360区分」と没日）

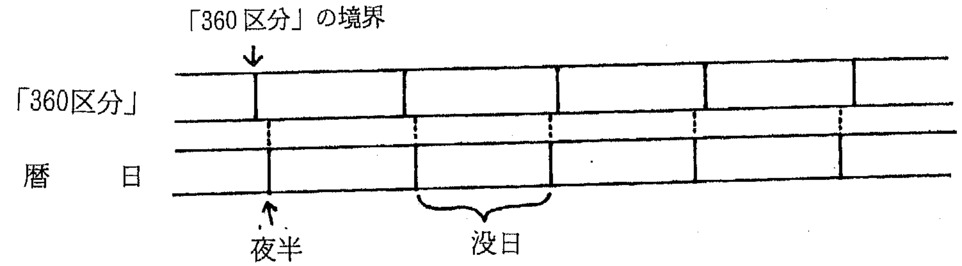
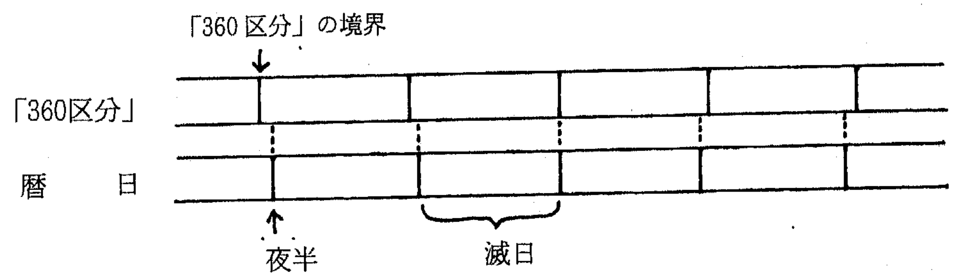


図3（「360区分」と滅日）



この図2・図3を図1と比較すれば，「360区分」と没日・滅日との関係が，インド暦の暦日と「欠日」との関係に似ていることは明らかである．このような「360区分」の概念は，それまでの中国暦の発展を見ても，ここで出現する必然性はないし，没日・滅日も後漢四分暦の中では独立しており，それらを導入した目的も不明であるし，他の暦計算のために利用されることもなく，中国暦の中ではほとんど存在意義のないものである．

ここで，インド暦には，「360区分」と同じ概念が存在したことに注目しなければならない．それは，「太陽日」(saura-divasa) であって，1年の$\frac{1}{360}$である．これは『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』の中には明確な形では現れないが，これと同様の5年周期の暦法を記した，カウティリヤの『アルタ・シャーストラ』(実利論) には次のような記載がある．

〔史料5〕『アルタ・シャーストラ』(I. 20. 65〜66) より[11]

Divasasya haraty arkaḥ ṣaṣṭi-bhāgam ṛtau tataḥ/

karoty ekam ahaś-chedaṁ tathaivaikaṁ ca candramāḥ //65//
Evam ardha-tṛtīyānām abdānām adhimāsakam/
grīṣme janayataḥ pūrvaṁ pañcābdānte ca paścimam//66//
（太陽は，1日の60分の1を奪い取る．このため1季節に1日減少させる．そしてまた，月も1日〔増加させる〕．

このようにして，二年半ごとに閏月〔が生ずる〕．両者（太陽と月）は，先の〔閏月〕は夏に，そして後の〔閏月〕は五年周期の最後に，生じさせる．）

ここで，「太陽は1日の$\frac{1}{60}$を奪い取る」とあるのは，1年の$\frac{1}{360}$である「太陽日」が暦日よりも$\frac{1}{60}$日だけ長いことを意味している．そして，インド暦の季節（ṛtu）は1年の$\frac{1}{6}$であって，1季節には60「太陽日」あり，それは61暦日にあたることから，1季節あたり「太陽日」の数は暦日数よりも1つだけ減少することになるのである．一方，月については，「月の日」とも言うべき「ティティ」の長さは暦日よりも$\frac{1}{62}$日だけ短かく，1季節には62「ティティ」あるので，「ティティ」の数は，暦日数よりも，1季節あたり1つだけ増加することになる．これが「月も1日増加させる」ということの意味である．

さて，このような「太陽日」と「ティティ」が閏月とどのような関係にあるかというと，「太陽日」の数と「ティティ」の数との差が30に達するところに1つの閏月を生ずるのである．なぜなら，「太陽日」は1年の循環に対して固定しており，30「太陽日」は1太陽月であり，30「ティティ」が定義によって1朔望月であるから，「太陽日」と「ティティ」の数の差が30に達したところで，1年の$\frac{1}{12}$である太陽月の数よりも朔望月の数がちょうど1つ多くなっているからである．この余分の朔望月を閏月とするわけである．当時のインド暦では，閏月は二年半ごとに1回，という簡単なものだったから，実際にわざわざ「太陽日」と「ティティ」の関係から閏月の位置を算出することはしなかったであろうが，しかし，このような閏月についての考え方は興味深いものである．

さてここで，中国の後漢四分暦の問題に戻ろう．上に説明したように，中国の没日，滅日の背後にあると思われる「360区分」は，インドの「太陽日」と同じ概念であるが，中国の没日・滅日は，インドの『アルタ・シャーストラ』に言う「太陽日」の数の暦日数からの減少にちょうど対応する．したがって，これと，インドの「欠日」に対応するものとを組合せれば，それらによって閏月の位置を算出することも可能なのである．

私はすでに，〔史料1〕の背後にインドの「ティティ」を利用する日付のつけ方に類似した考え方があった可能性を指摘したが，さらに〔史料1〕に「十九歳不得七閏」とあることとあわせて考えれば，編訢と李梵は，通常の中国式の置閏法ではなく，没日・滅日を利用した置閏法を考えていたのではないか，という可能性も考慮に入れるべきであろう．

（もちろん，四分暦の定数を用いれば，結局は十九年に七閏ということになる．）しかし，「ティティ」に類似した概念の方は，編訢と李梵の提案が否決されたために暦法には残されず，ただ，暦法に対してほとんど影響のない没日・滅日のみが，用途不明のまま暦法の中に残されてしまった，という推測も可能である．

以上のように，編訢と李梵は，暦法にインド的要素を取り入れようとしたが，それが余りに中国暦と異質であったために採用されないことになり，わずかな痕跡以外は暦法から削除されたという可能性が考えられるのだが，さらにこの仮説の傍証となるような事実が後漢四分暦の中にある．それは，弦・望の日付の推算法である．

4．弦・望の日付

中国暦では，一般に夜半を1日の始点としているので，本来ならば，夜半から次の夜半までの間に弦・望の瞬間が含まれる日が弦・望の日付になるはずであり，『漢書・律暦志』（下）に記載された三統暦では確かにそのようになっている．しかし，後漢四分暦では次のような独特の日付の決め方をしている．

〔史料6〕『続漢書・律暦志』（下）より

「推弦・望日，因其月朔大小余之数，皆加大余七，小余三百五十九四分三，小余満蔀月得一，加大余，大余命如法，得上弦．又加得望，次下弦，又後月朔．其弦・望小余二百六十以下，毎以百刻乗之，満蔀月得一刻，不満其（数）〔所〕*近節気夜漏之半者，以算上為日．」

＊『後漢書集解』に引く李鋭の説によって「数」を「所」と改める．

（弦と望の日を推算するには，その月の朔の大余と小余の数をもとにして，それぞれに大余七，小余三百五十九と四分の三を加え，小余が蔀月（940）を越えたら1をくりあげて大余に加える．大余を使った〔干支の〕数え方は〔「推天正朔日」という項目で，蔀名から数え始めて，数え終った次とした〕方法と同じで，上弦〔の日の干支〕が得られる．さらに〔大余七，小余三百五十九と四分の三を〕加えれば，望が得られ，次いで下弦，また翌月の朔が得られる．さて，弦と望の小余が二百六十以下ならば，それぞれに百刻を乗じ，蔀月（940）を引けるだけ引いて，引いたたびに1刻づつ数える．〔その結果が〕その時にいちばん近い節気の時の夜の長さ（「夜漏」）の半分に満たなければ，一日くり上げて（以算上）[12]〔弦・望の〕日とする．）

ここで，「朔の大余」というのは，その月の朔の日の干支が，蔀名（蔀の最初の年の前年朔冬至の日の干支）からいくつあとであるかを示す数であり，「朔の小余」は，朔の瞬間がその日の夜半からどれだけたっているか，という日の端数を，蔀月（940）を分母として表わした時の分子にあたる．

さて，1か月の日数は四分暦では$29\frac{499}{940}$日であるから，朔と上弦の間の間隔はその$\frac{1}{4}$の，7と940分の$359\frac{3}{4}$である．したがって，上弦の日を求めるために大余7，小余$359\frac{3}{4}$を加えるのである．

ここで重要なのは上記の方法の最後の部分である．当時の時刻制では1日は百刻に等分されており，昼夜の長さは，後漢四分暦では二十四節気のそれぞれに対して刻の単位で与えられている．夜の長さが最も長いのは，冬至の時の55刻とされているが，これは1日の$\frac{517}{940}$にあたり，その半分は940分の258.5である．したがって，大まかに言えば，弦と望の小余が260以下なら，弦や望の瞬間が夜明け前という可能性があることになる．そこで，小余を刻の単位に換算するために100をかけて940で割り，その結果が夜の長さの半分に満たなければ，すなわち夜明け前であれば，弦や望の日付を前日にくり上げているのである．つまり，弦や望に関しては，夜明けが1日の変り目になっているのである．これは，中国暦としては非常に奇妙なことである．ここで，当時のインド暦では日出を1日の始点としていたことに注意しなければならない[13]．『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』には，暦の起点を日出の時にするということが明確に記されている．

もし，編訢と李梵が暦法にインド的要素を取り入れようとしたならば，1日の始点も日出時にしようとしたであろう．しかし，このような方法は中国暦としてはあまりに異質であるために採用に至らなかったとしたら，朔の日付に関しては，置閏法に直接影響するために，インド的要素は暦法から排除されるであろう．しかし，弦・望の日付については暦の他の部分に影響しないために，インド的要素が排除されずに暦法に痕跡を残しているのだとしたら，〔史料6〕の奇妙な計算法も説明がつくのである[14]．

5．まとめ

以上のように，後漢四分暦の元首十一月の大小の問題，没日・滅日の問題，弦・望の日付の問題について，当時，編訢と李梵がインド的要素を導入しようと試みたが結局否決され，その痕跡だけが残されたものと解釈すれば説明がつくのである．当時，すでに前漢時代に確立した中国暦の伝統は，外来の要素をほとんど受けつけないほど強固なものになっており，そのためにインド的要素の主要部分はことごとく排除されて記録に残らず，ただ断片的な痕跡が残されているにすぎないと考えられるのである．

しかし，現時点において，後漢時代に何らかのインド天文学の知識が伝来したという決定的な証拠があるわけではない．したがって，本稿は後漢におけるインド天文学の伝来の有無についての最終的な結論を出そうとするものではなく，私には可能性が高いと思われる仮説を示すことによって問題提起をするものである．

〔付記〕 漢代における外来天文学の有無についての従来の説について

後漢の月行遅速論に対するインドの影響があったとする飯島忠夫の説が誤りであることはすでに前稿で論じたので[15]，ここではくり返さない．ここでは，渾天儀に対する外来の影響の有無についての藪内清の説を取り上げる．

藪内清は，『開元占経』に収録された「石氏星経」の成立年代をＢＣ１世紀前半と推定しており，それに関連して次のように述べている．

「「石氏星経」という名で呼ばれる星表の研究から，筆者自身は，前一世紀のはじめごろギリシアの天文学が伝わり，後世渾天儀の名で知られる天文観測器は，その結果として作られたものと推定している．……（中略）……西暦紀元前後二世紀ほどのあいだに，ギリシア天文学が東に伝わり，インドへの途中の地点でしばらく停滞していたらしい．その途中にはパルチアが介在するが，前一世紀のころはローマの勢力がこの国に及ぶ，一時パルチアの支配下にあったバビロンの故地がローマの支配下に陥ったことがあった．ギリシアの天文学が，こうしたはげしい交渉のあいだにパルチアに伝わり，さらに西域諸国の手を経て中国に伝わったとしても，それほど不都合はないであろう．」（藪内清[16]）

しかし，のちに藪内清は，このような西方からの影響の可能性に消極的になったようであり[17]，ここにとりあげて批判するのは公正でないかもしれない．しかし，私には，中国の渾天儀は西方からの影響によるものでないことはかなり確かだと思われるので，藪内説の批判という意味ではなく，インド天文学史を視野に入れたうえでの中国の渾天儀の独自性についての確度をここに示すことは無意味ではないと考える．

結論を先に言えば，インドでも渾天儀は使われたが，これがギリシアから伝来したものである可能性はきわめて少なく，したがって西域あたりにギリシア系の渾天儀が伝来していた可能性もほとんどないと考えられるのである．

そもそも，インドにギリシア系の天文学・占星術が伝えられたのはＡＤ２～４世紀頃で[18]，５世紀末にアーリヤバタ（Āryabhaṭa）たちによってヒンドゥー古典天文学が確立した頃にはギリシア系天文学の伝来はすでに終っていた[19]．このようなギリシア系天文学の導入期のようすをうかがうための貴重な文献は，６世紀のヴァラーハミヒラ（Varāhamihira）の『パンチャ・シッダーンティカー』（*Pañca-siddhāntikā*）である[20]．さて，中国に，環を組合せた観測用の渾天儀と，球体上に星宿などを表示する天球儀としての渾象とがあるのと同様に，インドにも観測用と表示用の２種の「ゴーラ・ヤントラ」（gola-yantra）と呼ばれる器具があった．アーリヤバタは，次のように述べている．

〔史料７〕『アーリヤバティーヤ』（Ⅳ. 22）

「木材製で，まん丸で，どの部分をとっても重さが均等で，しかも軽い球を〔作り〕，それを水銀と胡麻油と水によって，〔一回転が一昼夜の〕時間に等しくなるよう，各自の

知恵で回転させるがよい.」(矢野道雄訳)[21]

これは，観測用ではなく，表示用の天球儀である．なお，アーリヤバタには，『アーリヤバティーヤ』(*Āryabhaṭīya*, AD 499）の他に，『アーリヤバタ・シッダーンタ』という著作があり，その全体は現存しないが，その「天文器械の章」が他書の中の引用として現存しているのだが，[22] そこに示された９種の天文器械の中に渾天儀は含まれていない．さて次に，ヴァラーハミヒラは次のように述べている．

〔史料８〕『パンチャ・シッダーンティカー』(XIV. 23〜25)[23]

Sama-vṛtta-pṛṣṭhamānaṁ sūkṣmaṁ golaṁ prasādya dārumayam＊/
sthagitārka-samāṅkita-kāla-bhoga-rekhā-dvaye paridhau∥23∥

＊“dhātumayam” となっている写本もある．

Yāmyodag-rekhāyā jhaṣāja-sandhy-ubhayato nyased vedhāt/
apamāṁśakāṅka-tulyāṁs tiryag-vedha-prakāśa-karān∥24∥
Akṣotkṣiptasyodak tiryag-vedha-prakāśa-harija-sthāḥ/
yā nāḍyas tā yātāḥ ṣaḍaṁśaka-samanvitā madhye∥25∥

（表面がまん丸で精巧な木製（別の写本の読みでは金属製）の球（gola）を作り，表面に，太陽が止まるところ（冬至と夏至）に印をつけた黄道（bhoga-rekhā）と赤道（kāla-rekhā）の２本〔を描く〕．

〔太陽高度の〕子午線観測によって〔太陽の黄経に対応する赤緯を求め〕，双魚宮と白羊宮の接点（つまり春分点）の両側に，〔黄道上に，太陽の〕赤緯に等しい数値を記入した，斜めから〔入射する太陽光線〕の観測用の指標のための目盛をつけるがよい．

〔球の〕軸を北に〔観測地の〕緯度の分だけ持ち上げれば，斜めからの観測用の指標〔を太陽の方向にあわせたところ〕と地平線の間にあるもの（角度）の６分の１にあたるものが，〔日出から〕経過したナーディー（１日の $\frac{1}{60}$ の時間単位）となる.)

上記のような器械も表示用の天球儀であって，ここに述べられている太陽の方向からの時刻の決定についても，観測というよりも説明に近いようにも見える．上記の記述がある『パンチャ・シッダーンティカー』第14章には，他にもいくつかの天文器械について記されているが，環を組合せた渾天儀の記述はない．また，同じ章に星宿の代表星の位置について記されているが，黄経については角度を使って記されているが黄緯については角度ではなく長さの単位を使って記されており，これは月の視直径を一定の長さに見たてて眼視的に目測したのではないかと思われる．

以上のアーリヤバタとヴァラーハミヒラの記述が，現存するＡＤ６世紀までのインドのゴーラ・ヤントラについての記述のすべてである．当時はすでに，天球上の座標を設定して天文計算が行なわれており，そのような考え方はギリシア方面から伝来したものと思わ

れるが，しかし渾天儀で天体の位置を測定することはなかったようである．

インドでいつごろ環を組合せた観測用の渾天儀が出現したかというのは難しい問題であるが，ブラフマグプタ（Brahmagupta）がＡＤ628年に著した『ブラーフマ・スプタ・シッダーンタ』(*Brāhma-sphuṭa-siddhānta*)[24] の（XXI. 49〜69）は渾天儀を想定した天球座標の説明にあてられており，また同書第10章には星宿の極黄経・極黄緯の度数が与えられているので，渾天儀の製作についての明確な記述があるわけではないが，当時実際に渾天儀が使われたようである．なお，同書第22章は「天文器械の章」であるが，そこには自動的に回転する天球儀の記述はあるが，環を組合せた渾天儀についてはふれられておらず，このことは当時が渾天儀の草創期で，まだオーソドックスな天文器械としては意識されていなかったことを示すのかもしれない．ブラフマグプタの他にも，やはりＡＤ７世紀前半の，バースカラⅠ（BhāskaraⅠ）も，『マハー・バースカリーヤ』(*Mahā-bhāskarīya*）と『ラグ・バースカリーヤ』(*Laghu-bhāskarīya*）の中で，[25] 星宿の代表星の黄経・黄緯を与えている．

その後，インドで，環の組合せからなる渾天儀の製作を最初に明確に記述したのは，ラッラ（Lalla，AD８〜９世紀頃）の『シシュヤディー・ヴリッディダ・タントラ』(*Śiṣyadhī-vṛddhida-tantra*)[26] の（XXI. 3〜7）であり，つづいて，シュリーパティ（Śrīpati, AD11世紀）や，バースカラⅡ（BhāskaraⅡ，AD12世紀）たちが記述している．

以上のことから，インドには，AD２〜４世紀頃にギリシア系の天文学・占星術が伝わった時には天球座標の理論は伝来したが，観測器具としての渾天儀が伝来した形跡はなく，渾天儀が作られるようになったのはAD７世紀頃からと思われる．したがって，それに先立って，ギリシア系の渾天儀が中国に伝来するような情況にあったとは，ほとんど考えられないのである．

しかしまた，中国もインドも観測用渾天儀は赤道座標系を基本とするものであり，表示用の天球儀については自動的に回転させる工夫も行なっているなどの共通点があることも事実である．特に後者について，ニーダムたちは，インドのバースカラⅡの『シッダーンタ・シローマニ』(AD1150）や著者不明の『スールヤ・シッダーンタ』の記述にもとづいて，これらは中国の北宋の蘇頌（そしょう）の水運儀象台（AD11世紀末）などの情報が不完全にインドに12世紀頃に伝えられた結果，インドで永久運動などと関連させながら記述されるに至った，と推測している．[27] しかし，この推測は，ニーダムたちがインド天文学についての不完全な情報しか持っていなかったことによるものであり，実は，すでに見たようにAD499年の『アーリヤバティーヤ』にすでに自動的に回転する天球儀についての記述があるので，ニーダムたちの推測は年代的に成立しない．そうは言っても，中国ではすでにAD２世紀前半に張衡（ちょうこう）が水力で動く渾象を作っているのだから，[28]

このような中国の初期の渾象についての情報がインドに伝えられた可能性が全くないとは断定できない．また，インドの文献では天球儀の回転のさせ方についてあいまいな書き方をしているものが多く，それは外来の不完全な情報に基づいているからではないか，という疑いを感じないわけではない．しかし，現在の我々はこれ以上の推測をするだけの資料は持っていないのであって，インドの天球儀と中国の渾象との関係の有無については今後の研究をまたなければならない．

（平成５年７月29日受理）

☆注

1）大橋「後漢四分暦の成立過程」『数学史研究』93号（1982）pp.1～27 の，p.22 および，大橋「賈逵の月行遅疾論」『数学史研究』136号（1993）pp.29～41 の，p.39.

2）この前後の事情については，前掲拙稿（1982）pp.5～7 参照．

3）この部分は，橋本敬造・川勝義雄訳「漢書律暦志」（藪内清編『中国の科学』（世界の名著，中央公論社，1975）所収）では p.184 にあたる．

4）陳久金・陳美東「従元光暦譜及馬王堆帛書天文資料試探顓頊暦問題」（中国科学院考古研究所編輯『中国古代天文文物論集』（北京，文物出版社，1989）所収）p.90.

5）『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』（*Vedāṅga-jyotiṣa*）の成立年代は不明だが，私の考えではＢＣ６～４世紀頃ではないかと思う．ＡＤ１世紀頃のインドでも同様の暦法が使われていたとする根拠は，Varāhamihira の *Pañca-siddhāntikā* に引用された *Paitāmaha-siddhānta* は『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』と同様の暦法を内容としており，ＡＤ80年を暦元としている，ということである．なお，古代インドの暦法については，さしあたり，矢野道雄『占星術師たちのインド』（中公新書，1992年）および，同書に対する私の書評（『南アジア研究』第５号（1993）pp.130～141）を参考にしてもらいたい．

6）『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』全体については，現時点で最もすぐれた校訂・翻訳・研究である次の文献を参照してもらいたい．K.V.Sarma（ed.）"*Vedāṅga Jyotiṣa* of Lagadha with the Translation and Notes of Prof. Kuppanna Sastry", in *Indian Journal of History of Science*, vol. 19, nos. 3-4, (1984), Supplement, pp.1～74.

7）『ヴェーダーンガ・ジョーティシャ』では，太陽も月も等速運動するとされていたので，「ティティ」は朔望月の $\frac{1}{30}$ であったが，後世において太陽と月の運行の遅速が知られてからは，「ティティ」は太陽と月の黄経差が12°変化する時間とされるようになった．

8）「ティティ」を使うインド暦を使う方法では，朔と望は「ティティ」の変り目にあたるので，それぞれを含む暦日は常に黒分15日と白分15日になる．（ただしそれらが欠日になる場合を除く．）しかし，上弦と下弦については，それぞれ白分と黒分の第７ティティの中点となるので，それらを含む暦日は，６日の場合と７日の場合がある．したがって，「弦」の日付ということに限って言えば，インド暦でもその日付が一定になるとは言えないが，「弦望」という言葉が月の位相一般を指していると解すれば，インド暦の方法をとれば「合朔弦望，命有常日」が達成されると言うことができる．

9）ちなみに，古代中国における五年二閏の存在の可能性を暗示する史料が全く無いわけではない．それは，『周易・繫辞上伝』の「五歳再閏」と，『尚書・堯典』の「朞三百有六旬有六日」である．（もし五年二閏法を用いれば，一年の日数はほぼ必然的に366日となる．）しかし，これらの記述は，五年二閏法の存在を示しているのか，それとも普通に言われているように十九年七閏法による数値を大ざっぱに言ったものに過ぎないのか，現在の私には判断できない．

10）のち，唐の一行の大衍暦では，没日についてはそれまで通りだが，滅日については１か月の長さが30日に満たない不足分がつもって１日分に達したときに滅日をおくことにした．『唐書・暦志』（三上）に引く一行の「没滅略例」ではこれを大衍暦の創始としている．そしてこれ以後は，滅日は一行が定めた意味で用いられるようになった．この，一行の意味での滅日は，インド暦と比較すると，原理的には，「欠日」を含む日に相当している．

11）テキストは，R.P. Kangle : *The Kauṭilīya Arthaśāstra*, 3 parts,（originally published in 1969, 72, and 65, Bombay），reprint, Delhi, Motilal Banarsidass（1986）を用いた．なお，この部分の日本語訳は，上村勝彦訳『カウティリヤ・実利論』（上）（岩波文庫，1984年）p.179 にあるが，この日本語訳だけでは意味を理解し得ないので，カングレーの注釈（part 2，p.141）も参照すべきである．なお，カングレーは，"tathaivaikaṁ ca candramāḥ" を "and so does the moon（cause loss of）one（day）." と訳しているが，私はここの "ekaṁ" には "chedaṁ" はかかっておらず，"karoty ahar" だけが含意されていると見て，月は１日を作り出す，と解釈した．

12）「算上」の解釈については，拙稿（1982）pp.23～24 の注 2）を参照．

13）のちにインドには夜半を１日の始点とする流儀もあらわれるが，それはＡＤ５世紀頃になってからで，それ以前は一般に日出を１日の始点としていたと思われる．なお，今日でもヒンドゥー暦は，ふつう，日出を１日の始点としている．

14）もし〔史料６〕の計算法についてインドの影響を考えずに解釈するとしたら，今日の天文学者もしばしばやるように，夜間の天文現象を見逃したりするのを防いだり観測の途中で日付が変る不便を避けたりするために，翌朝まで一貫した日付で数えることにした，と解釈することになるであろう．実際，『晋書・律暦志』（下）に記載する楊偉の景初暦などでは，月食の時だけ，夜明け前ならば日付をくり上げることにしており，これは，ここに述べたような動機によるものとして解釈できるであろう．しかし，〔史料６〕のように，すべての夜明け前の弦・望の日付をくり上げるというのは，このような動機によるものとは考えにくいのではないだろうか．

15）拙稿（1993）p.39.

16）藪内清『中国の科学文明』（岩波新書，1970年）pp.64～65．また，『増補改訂・中国の天文暦法』（平凡社，1990）pp.72～75においても，「石氏星経」で用いている黄道内外度と黄道宿度が，それぞれインド天文学の極黄緯・極黄経に対応することを示し，中国，インド，ギリシアの間の関係を示唆している．（なお，次注参照.）

17）藪内，前掲書（1990），p.361（補遺）に，「本文には渾天儀の使用について西方との関係を示唆したが，一般に文化や文物の伝播は慎重に論ずべき問題で，なお今後の検討を待ちたい.」とある.

18）インドへのギリシア系の天文学・占星術の伝来の発端については，D. Pingree : *The Yavanajātaka of Sphujidhvaja*, 2 vols, Cambridge, Mass., Harvard University Press（1978）を参照.

19）アーリヤバタについては，矢野道雄編『インド天文学・数学集』（科学の名著・1）（朝日出版社，1980）に収録された「アールヤバティーヤ」とその解説を参照.

20）『パンチャ・シッダーンティカー』の英訳をつけた刊本としては，G. Thibant and Sudhākara Dvivedī : *The Pañcasiddhāntikā*, Benares（1889）と，O. Neugebaner and D. Pingree : *The Pañcasiddhāntikā of Varāhamihira*, 2 parts, Copenhagen, Munksgaard（1970-71）がある.

21）注19）に示した本のp.127.

22）『アーリヤバタ・シッダーンタ』の「天文器械の章」の原文と英訳は，K. S. Shukla : "Āryabhaṭa I's astronomy with midnight day-reckoning", *Gaṇita,* vol. 18, no.1,（1967）pp.83～105の中に示されている.

23）テキストは，注20）に示した2種の刊本から，妥当と思われる読みの方を採用した.

24）『ブラーフマ・スプタ・シッダーンタ』の刊本としては，Sudhākara Dvivedin（ed. with his own commentary）:*Brāhmasphuṭasiddhānta*, Benares（1902）などがある.

25）『マハー・バースカリーヤ』と『ラグ・バースカリーヤ』の英訳をつけた刊本としては，それぞれ，K.S. Shukla（ed. and tr.）:*Mahā-bhāskarīya,* Dept. of Mathematics and Astronomy, Lucknow University（1960）およびK.S. Shukla（ed. and tr.）: *Laghu-bhāskarīya,* do.（1963）がある.

26）『シシュヤディー・ヴリッディダ・タントラ』の英訳をつけた刊本としては，Bina Chatterjee : *Śiṣyadhīvṛddhida Tantra of Lalla,* 2 parts, New Delhi, Indian National Science Academy（1981）がある.

27）J. Needham, Wang Ling and D. J. Price : *Heavenly Clockwork*, Cambridge University Press（1960）p.192.

28）『晋書・天文志』（上）などに記載がある.

論　　説

伏見孫吉の算題について

金　子　　勉

1　はじめに

36～38頁に示す「内田秀富門人佐渡相川佐門町伏見孫吉題　予測量御用節術之　癸九月朔日也」の頭書のある資料は関流六伝小野栄重の稿本『算額解』に収められているものである．この小論は，その内容の解説を試みようとするものである.[1]

2　伏見孫吉・小野栄重の周辺および「資料」成立の背景

栄重（幼名捨五郎のち良助・良佐）は宝暦13（1763）年，碓氷郡中野谷村（群馬県安中市中野谷）の須藤家に生まれ間もなく同郡板鼻村の小野家の養子となった．少年時代は勅使河原（埼玉県児玉郡）の吉沢恭周に師事し，成人してからは江戸に出，寛政元（1789）年27才の時関流四伝藤田貞資に入門，貞資の没後の文化8（1811）年，子の嘉言から関流六伝を得ている．以後，門人の教育に専念し，多くの算書を残し，天保2（1831）年69才で没した.[2]

栄重はまた全国測量で著名な伊能忠敬に測量術をも学び，当時41才の彼は師の忠敬に従い第4次全国測量に従事している．享和3（1803）年2月江戸を立ち，東海沿岸から北陸沿岸を測量し，8月26日佐渡の小木へ渡った．28日小木を出発した一行は2組に分かれ，忠敬の組は測量をせずに新町（真野町）まで来，ここより相川へ向けて測量を進め，平山群蔵の組は逆に新町まで測量し，9月1日相川で合流，濁川の名主庄三郎方を宿とし，翌2日佐渡奉行所へ出頭，3日には鉱山を見学し，4日より再び2組に分かれ測量を続け，17日小木より寺泊へ向けて佐渡を離れている.[3]

栄重が孫吉の算額を見た日は「癸九月朔日」すなわち享和3年9月1日，相川へ到着した日である．九つ（正午）頃相川海士町へ入っているから，市中見学の時間は結構あったに違いない．算額の奉掲場所は記されていないが，弥十郎町の天神社であろう．弥十郎町は佐渡奉行所に隣接し，ここより東へ163間（約300m）ほどの町並みで，その東端を北側に入った所にこの社があった．御神体は佐渡国四日町大願寺の鎮守である．天正年中，上杉氏の佐渡攻め以来，越後国極楽寺――佐渡国二宮村勧喜寺――相川極楽寺を経て，慶長12（1607）年，奉行大久保石見守長安が官費をもってこの地に新築移転し，別当を大願寺

と号し一字を与え，その住僧を連歌の宗匠とし，毎月連歌を奉納させ，米10石を毎年寄進するほどの力の入れようであり，以降，普請は代々官費で行われ，役人達の参詣も多い社であるから，算額奉掲には格好の場所である．事実，既に天明3（1783）年，大坂天満の銅屋で宅間流妻野佳助重供がこの天神社に算額を掲げ，同6年には左門町の名主三郎兵衛がその第2問に答術を与えた記録があるからである．[4]

伏見孫吉は，奉行所雇の大吹師であるが，掲額当時は奉行所の金銀吹分所大工であったと考えられる．相川町年寄伊藤三右衛門の『佐渡国略記』文化13丙子（1816）年2月の条に

金銀吹分所大工　左門町　孫吉

右之者義，大吹床仕方申上御様(ため)シ有之処，格別御益ニ相成候義ニ付，右場所御雇入被仰付，御礼席給銀等ハ御沙汰無之，同人伜政之助兼(かねて)孫吉願之通リ父跡吹大工被仰付，（以下略）

とあるからである．このところ，金銀山から掘り出される鉱石は品位の低いものが多く，粉成吹に費用が掛かり過ぎ，多くの損失が出る状況にあり，奉行所はこれを乗り切る「大吹の仕法」を吹方に携わる者達に尋ねた結果，孫吉の申し立ての方法はこれに答えるものであったから，奉行所は早速，これまでの方法より山吹銀の出来が増え，費用も多分に減るこの仕法を採用し，町々へもこの仕法で自分稼を希望する者は其筋へ申立てるべき旨の「御触」を出している．

同じく3月29日の条には，

大吹所御雇入孫吉儀，当国ニ古来より無之莫大之御益筋申立候ニ付，以来大吹師と唱へ，山師次席ニ被仰付候，右御書付を以被仰渡候，右御書付写別ニ有之

さらに，4月10日には，

大吹師伏見孫吉居宅，町役目壱軒分御免被仰付

とある．上に言う「書付写」には「当国古来無之吹方仕法取立右体御入用難引合品も引合取揚かたき金銀銅も取揚候様相成水土に埋れ候宝貨をあらはし候段抜群之事」につき「永く大吹師と称し苗字相名乗山師之次」とある[5]から，「伏見孫吉」を名乗れるのは一般に文化13年3月以降と言うことになる筈である．この点，小野栄重が「佐渡相川佐門町　伏見孫吉題」としていることがいささか気になる．実は，この「書付写」には「子三月十九日」とのみあるので，小野栄重が算額を見た享和3年以前の子年は寛政4（1792）年，安永9（1780）年などであるが，『佐渡国略記』は勿論のこと，『佐渡年代記』にも「伏見孫吉」に関するこのような記事は見つからない．『佐渡国略記』は代々の三右衛門がその都度書き綴ったものであり，上記の文面からも，正式に名字が名乗れるのはやはり文化13年3月以降としなければなるまいが，名字を既にもっており，これを非公式に使用したと考える

ことで，子年の矛盾は解決できよう．

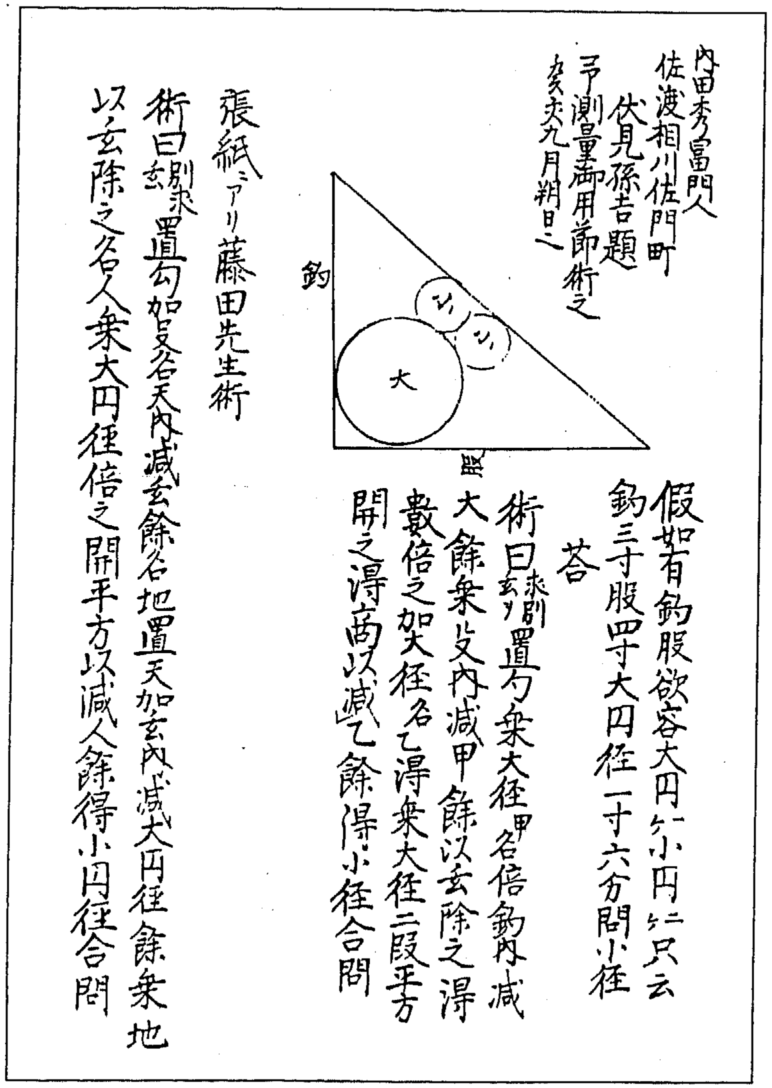
なお，彼の生没はもとより，算学についての経歴なども今のところほとんどわかっていないが，「内田秀富の門人」については多少思い当たる節がある．大坂安堂寺町の内田秀富は宅間能清を祖とする宅間流の四世であり，上述の妻野佳助重供はこの内田の門人であることがわかっている．しかも，「算術功者」で知られる妻野は振矩御用(ふりがねごよう)のため，官命によって寛政2（1790）年6月15日に佐渡へ渡り，同17日より相川米屋町の甚五右衛門方へ逗留している．彼が何時佐渡を離れたかは明らかではないが，振矩師山下数右衛門清八に与えた「町見術図解」（2年9月）および宅間流算術の「目録」（定位術・開平方・開立方・勾股弦変化術・町見術・方程正負術・太極天元一術）（3年3月）が残っているから，結構永い滞在であったにちがいない[6]．したがって，この間に伏見が妻野を介して内田の門人となる可能性も一応考えられる．また，三郎兵衛・孫吉が「文政九年相川町墨引」に見える2人とすれば，両人は左門町に道をはさんで向かい合って住んでおり，妻野が鶴子にも赴いているから，鶴子小遣でもある（上記墨引）名主の三郎兵衛が関わっている可能性も考えられる．勿論，これ以前に既に他の誰かを介して入門していたかも知れない．鉱山に関連して相川と大坂とには早くから人的交流がしげくみられるからである．

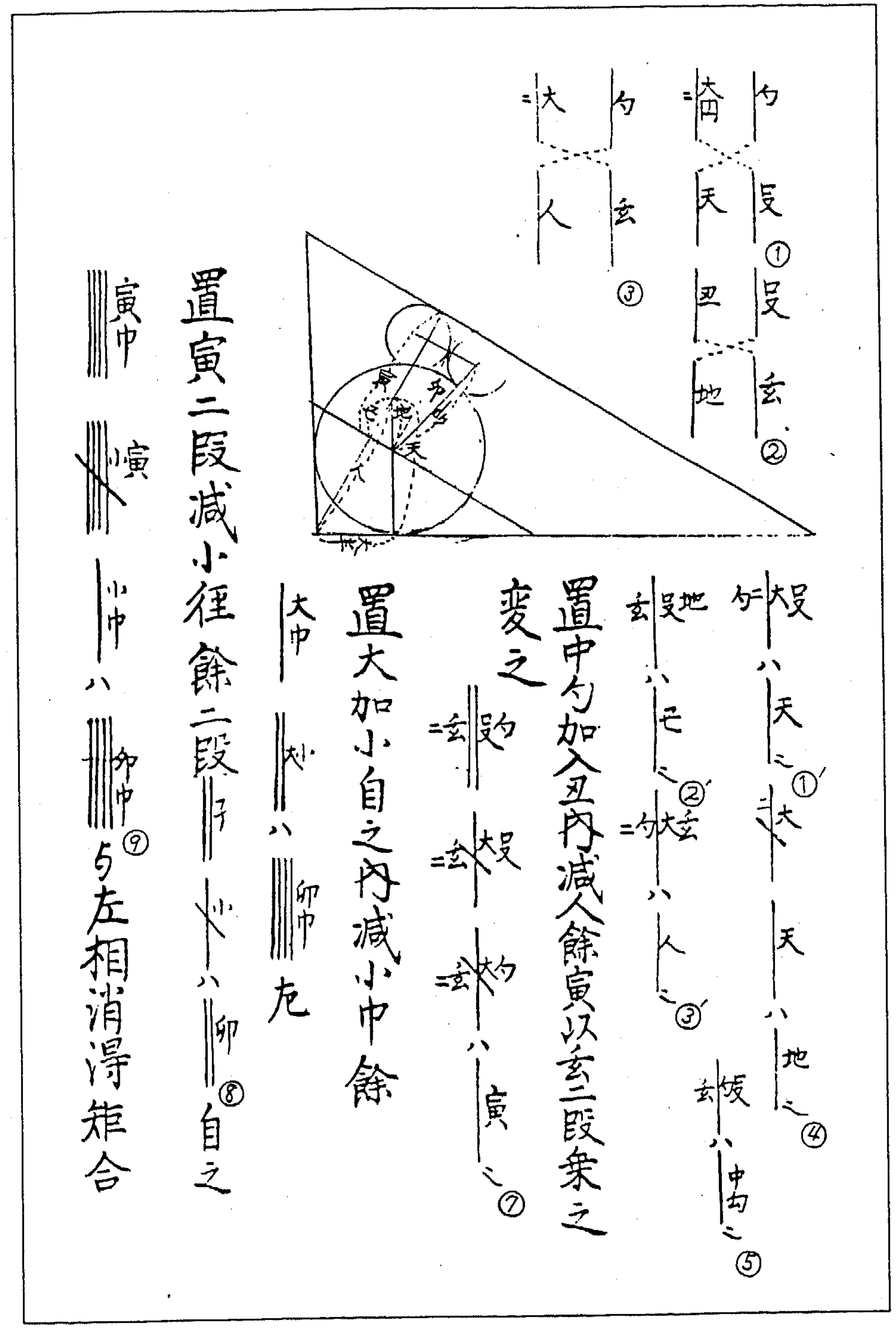
ところで，後に関流の免許皆伝を得る小野栄重が相川へ入ったその日に伏見孫吉の算額を見，その解を試みたこともさることながら，藤田貞資の「術」とその術を得るための「解」を記した「張紙」が既に孫吉の額の傍らにあったことにわれわれは注目しなければなるまい．貞資は当代関流の第一人者であり，各地の神社佛閣に奉納された算額を編集した『神壁算法(しんぺきさんぽう)』（1789）の編者でもある．江戸にいたその貞資に孫吉の算題を伝え得る人物の存在や貞資をして「張紙」を書かせたことの意味を，考えてみるのも興味深いことだからである．

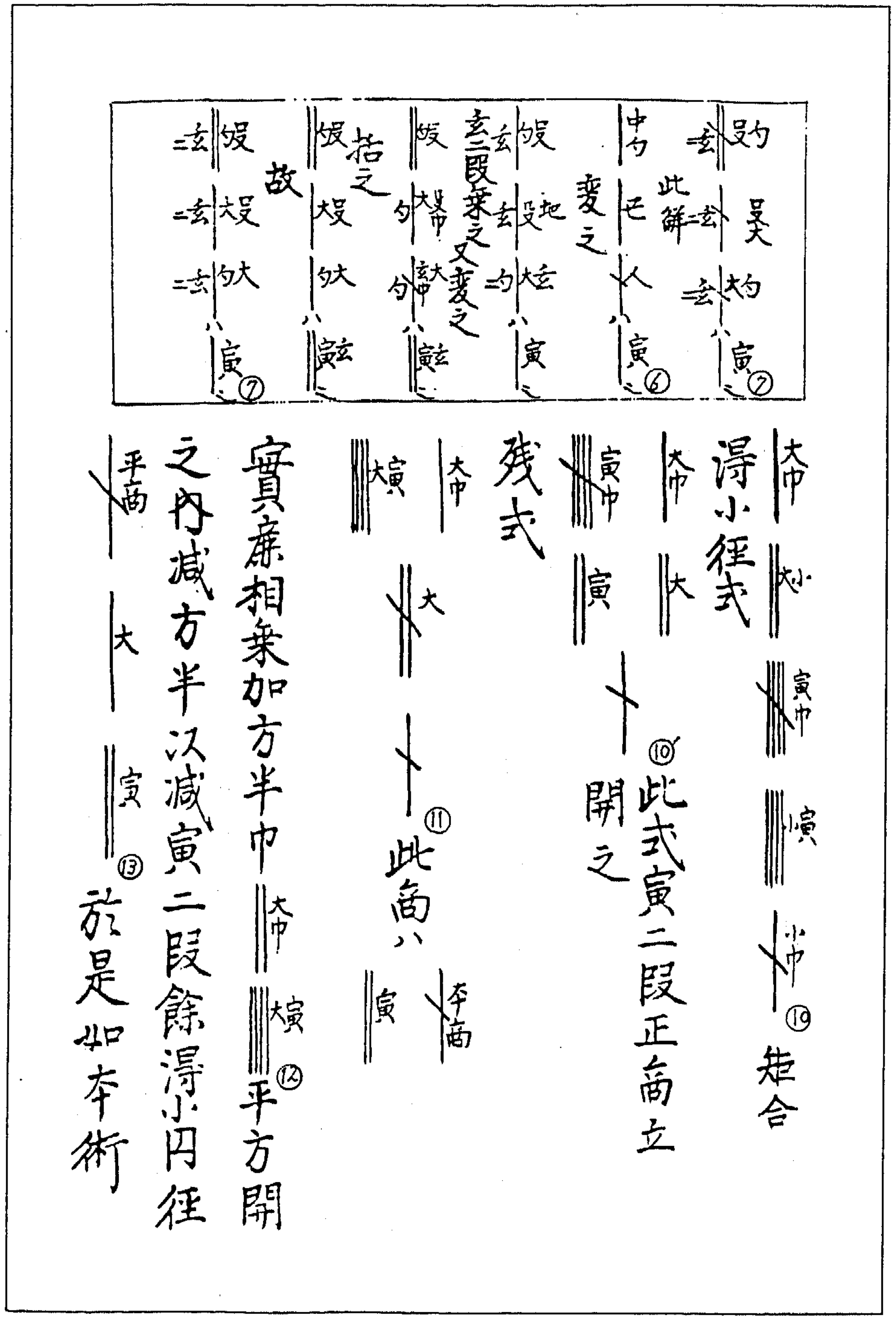
いま，藤田貞資との関わりを直接知ることはできないが，佐渡と江戸や本土との関わりの一端を佐渡奉行やその側近，佐渡の地役人などの例にもとめてみよう．南沢疎水坑で著名な振矩師静野与右衛門は追手一昌とも言われ，寛文10（1670）年佐渡奉行となった曽根五郎兵衛の地方代官の一人土田勘兵衛に追手流算術を学んでおり，同門に振矩師の品川平左衛門がいる．与右衛門は松宮俊仍の測量術書『分度余術』（1728）に当時の測地学者として，関流の建部賢弘，松宮の規矩術の師萬尾時春らとともに土田勘兵衛の次に「北佐追手一昌」として紹介されている．この松宮俊仍も正徳5（1715）年佐渡奉行となった北条新左衛門氏如の用人の一人で佐渡に3年を過ごしているから，与右衛門の実力を目の当たりにしての評価であろう．俊仍は佐渡の史書には俊征，左治馬，幸介，甲介などとあるが，彼の算学ならびに軍学の師は奉行北条新左衛門その人である．この流派を北条流と言う．『分度余術』のなかに振矩術に使う「四方矩」がみられる．これは佐渡で得たものと思わ

れるが，測量術書として知られる細井知愼の『秘伝地域図法大全書』(1717) にも「佐渡銀山振曲尺之図」として四方矩と地板の図を収めており，“佐渡の振矩役人から得た” と記している．俊征はまた享保 3 (1718) 年，佐渡の地役人荻野信友の著『規矩元法町見術』(1718) の写本をもしている．松宮から規矩術を学んだと言われる伊能忠敬は，寛政年中幕府の命により測量や改暦の任に当たった高橋至時の門弟でもある．至時は宅間流を松岡能一に学び，内田秀富の立円演段をこの能一より受け後世に伝えている．この僅かな例からも，佐渡がいかに深く本土と関わっているかを知ることができよう.[7]

3　伏見孫吉の算題資料







4　資料の解説

上の資料をそれぞれ読み下だし，「術」については現代の形の式に直し，さらに具体的な数値計算をし，藤田の「解」については直接式の形に直し，術の生まれる様子を示してみよう．

＜伏見孫吉の問題＞

鈎股（こうこ）（直角三角形）がある．これに大円一個，小円二個を容れたい．鈎三寸，股四寸，大円径（大円の直径）一寸六分のとき，小径はいくらか[8]．

＜小野栄重の術＞

答

術に曰く，別に弦ヲ求め，鈎を置き大径（大円径）を乗じ甲と名づける．倍鈎の内より大（径）を減じ，余りに股を乗じ，その内より甲を減じ，余りを弦で除して得た数の二倍に大径を加え乙と名づける．乙に大径の二倍を乗じ，これを平方に開き，その商を乙より減ずれば，これが求める小径である．

この術を式に直せば，

$$弦=\sqrt{鈎^2+股^2},\quad 鈎\times大=甲,$$

$$\frac{(2鈎-大)\times股-甲}{弦}+大=乙$$

$$乙-\sqrt{乙\times 2大}=小$$

ただし，“の二倍”は不要である．本人の術であるから，術文にまとめるときに誤記したものであろう．

さて，術文に従って具体的に計算すると，

$$弦=\sqrt{3^2+4^2}=5,\qquad 甲=3\times1.6=4.8,$$

$$乙=\frac{(2\times3-1.6)\times4-4.8}{5}+1.6$$

$$=\frac{17.6-4.8}{5}+1.6$$

$$=2.56+1.6$$

$$=4.16$$

$$小=4.16-\sqrt{4.16\times1.6\times2}$$

$$=4.16-\sqrt{13.312}$$

$$=4.16-3.6485613$$

$$=0.5114387$$

<張紙ニアリ藤田先生術>

術に曰く，別に弦を求め，鉤を置き，股を加え天と名づける．天の内より弦を減じ余りを地と名づける．天を置き弦を加え大円径を減じ，余りに地を乗じ，弦を以てこれを除し人と名づける．人に大円径の二倍を乗じ平方に開き，人より減ずれば，余りが求める小円径である．

すなわち，

$$弦=\sqrt{鉤^2+股^2} \qquad 弦=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

$$鉤+股=天 \qquad 天=3+4=7$$

$$天-弦=地 \qquad 地=7-5=2$$

$$\frac{(天+弦-大)\times 地}{弦}=人 \qquad 人=\frac{(7+5-1.6)\times 2}{5}=\frac{20.8}{5}=4.16$$

$$人-\sqrt{人\times 2大}=小 \qquad 小=4.16-\sqrt{4.16\times 2\times 1.6}$$

$$=4.16-\sqrt{13.312}$$

$$=0.5114387$$

両者の術の表現は多少異なるが，具体的な数値計算の結果を見るまでもなく，最終の式

$$乙-\sqrt{乙\times 2大}=小, \qquad 人-\sqrt{人\times 2大}=小$$

からも同値であることは予想できるが，念のため，人＝乙　を導いてみる．

$$人=\frac{(天+弦-大)\times 地}{弦}$$

$$=\frac{(天+弦-大)\times(天-弦)}{弦}$$

$$=\frac{天^2-弦^2-大(天-弦)}{弦}$$

$$=\frac{鉤^2+2鉤股+股^2-(鉤^2+股^2)-大(鉤+股-弦)}{弦}$$

$$=\frac{2鉤股-大(鉤+股)+大弦}{弦}$$

$$=\frac{(2鉤-大)股-大鉤}{弦}+大$$

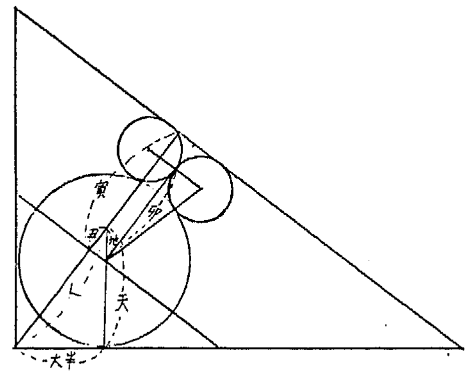
$$=\frac{(2鉤-大)股-甲}{弦}+大=乙$$

藤田の「術」の次の記述は，37頁の図の上の式

$$鉤:股=大/2:天\cdots\cdots①\qquad 股:弦=丑:地\cdots\cdots②$$

$$鉤:弦=大/2:人\cdots\cdots③$$

に始まり，以下図の下右から順次大略次のように記されている．（①，②，③，④等は「資料」のそれと対応させてある.）



①から，

$$\frac{大股}{2鉤}=天\ \cdots\cdots\cdots\cdots①'$$

また，図から，

$$-\frac{大}{2}+天=地\cdots\cdots\cdots\cdots④$$

すなわち，

$$地=\frac{大股-大鉤}{2鉤}\ \cdots\cdots\cdots④'$$

②から，　　　　③から，

$$\frac{股地}{弦}=丑\cdots\cdots\cdots②' \qquad \frac{大弦}{2鉤}=人\cdots\cdots\cdots③'$$

なお，

$$\frac{鉤股}{弦}=中鉤\cdots\cdots\cdots⑤$$

ところで，図から　中鉤＋丑－人＝寅…………⑥

$$\therefore \frac{鉤股}{弦}+\frac{股地}{弦}-\frac{大弦}{2鉤}=寅$$

両辺に2弦を掛け，④′を代入して変形すれば，

$$2鉤股+2股地-\frac{大弦^2}{鉤}=2弦寅$$

$$2鉤股+2股\times\frac{大股-大鉤}{2鉤}-\frac{大弦^2}{鉤}=2弦寅$$

$$2鉤股-大股-\frac{大(弦^2-股^2)}{鉤}=2弦寅$$

$$2鉤股-大股-大鉤=2弦寅 \qquad (弦^2-股^2=鉤^2)$$

ゆえに，

$$\frac{2\text{鉤股}}{2\text{弦}}-\frac{\text{大股}}{2\text{弦}}-\frac{\text{大鉤}}{2\text{弦}}=\text{寅}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots⑦$$

つぎに，

$$(\text{大}+\text{小})^2-\text{小}^2=\{2(\text{大}/2+\text{小}/2)\}^2-(2\times\text{小}/2)^2$$
$$=4\{(\text{大}/2+\text{小}/2)^2-(\text{小}/2)\}^2=4\text{卯}^2$$

$\therefore\text{大}^2+2\text{大小}=4\text{卯}^2$　（左）

また，$2\text{寅}-\text{小}=2\text{卯}$ ……………………………⑧を自乗して

$4\text{寅}^2-4\text{寅小}+\text{小}^2=4\text{卯}^2$……………………⑨

これは（左）と等しいから，

$\text{大}^2+2\text{大小}-4\text{寅}^2+4\text{寅小}-\text{小}^2=0$ ………⑩

$\text{大}^2-4\text{寅}^2+(2\text{大}+4\text{寅})\ \text{小}-\text{小}^2=0$ ……⑩′

2寅を正商に立て（2寅－小　についての2次方程式に変形して）

$\text{大}^2+4\text{大寅}-2\text{大}\ (2\text{寅}-\text{小})-(2\text{寅}-\text{小})^2=0$ ………⑪

↑　　　　　↑　　　　　↑

実(定数項)　方(1次の項)　廉(2次の項)

実廉相乗加方半冪（実×廉＋(方/2)²，2次方程式の判別式に当たる）

$(\text{大}^2+4\text{大寅})\times1+\text{大}^2=2\text{大}^2+4\text{大寅}$…………………⑫

平方に開き，方/2＝大　を減じ，

$2\text{寅}-\text{小}=\sqrt{2\text{大}^2+4\text{大寅}}-\text{大}$

2寅を減じ，

$-\text{小}=\sqrt{2\text{大}^2+4\text{大寅}}-\text{大}-2\text{寅}$

よって，

$\text{小}=-\sqrt{2\text{大}^2+4\text{大寅}}+(\text{大}+2\text{寅})$………………………⑬

これが術を得る根拠（「於是如本術」）すなわち「解」である．38頁の上部の $\boxed{\quad\quad}$ の中は⑥から⑦を導くための説明であるが，誤記があると思われる．本文にも脱落などがあるが，適宜補った.[9]

$\text{小}=-\sqrt{2\text{大}^2+4\text{大寅}}+(\text{大}+2\text{寅})$

がいわゆる2次方程式の解（根）の公式であることはいうまでもないが，これから術の $\text{小}=\text{人}-\sqrt{\text{人}\times2\text{大}}$　が出ることを一応説明しておくことにしよう．それにには，

$2\text{大}^2+4\text{大寅}=2\text{大}\ (\text{大}+2\text{寅})$

であるから，

$\text{大}+2\text{寅}=\text{人}$

となることを示せば十分であろう．ただし，この「人」と「解」の中で使っている「人」

とは異なる量であることに注意しなければならない.

さて，いま，⑦

$$\frac{2\text{鉤股}}{2\text{弦}}-\frac{\text{大股}}{2\text{弦}}-\frac{\text{大鉤}}{2\text{弦}}=\text{寅}$$

を用いれば，

$$\text{大}+2\text{寅}=\text{大}+2\left(\frac{2\text{鉤股}}{2\text{弦}}-\frac{\text{大股}}{2\text{弦}}-\frac{\text{大鉤}}{2\text{弦}}\right)$$
$$=\text{大}+\frac{2\text{鉤股}-\text{大股}-\text{大鉤}}{\text{弦}}$$
$$=\text{大}+\frac{(2\text{鉤}-\text{大})\times\text{股}-\text{大鉤}}{\text{弦}}$$

以下，40頁の人から乙を導く式を逆にたどれば，

$\text{大}+2\text{寅}=\text{人}$

であることがわかる.

次に，別解の一例を記しておこう．次頁の図で，

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AB\times BC=\frac{1}{2}\times3\times4=6$

また，$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}(3\times0.8+4\times0.8+5\times OP)$

よって，　$12=(3+4)\times0.8+5\,OP$

$5\,OP=12-5.6=6.4$

$OP=6.4/5=1.28$

一方，　$OP=OH+HP$　で

$OH=\sqrt{OO'^2-O'H^2}$

$=\sqrt{(\text{大}/2+\text{小}/2)^2-(\text{小}/2)^2}$

$HP=\text{小}/2$

$\therefore OP=\sqrt{(\text{大}/2+\text{小}/2)^2-(\text{小}/2)^2}+\text{小}/2$

$\therefore\ (\text{大}/2+\text{小}/2)^2-(\text{小}/2)^2=(OP-\text{小}/2)^2$

これを整理し，大＝1.6，$OP=1.28$　を代入すると，

$(\text{小}/2)^2-(2\times1.28+1.6)\ \text{小}/2+1.28^2-0.8^2=0$

$(\text{小}/2)^2-4.16\,\text{小}/2+0.9984=0$

$\therefore\text{小}/2=2.08\pm\sqrt{2.08^2-0.9984}$

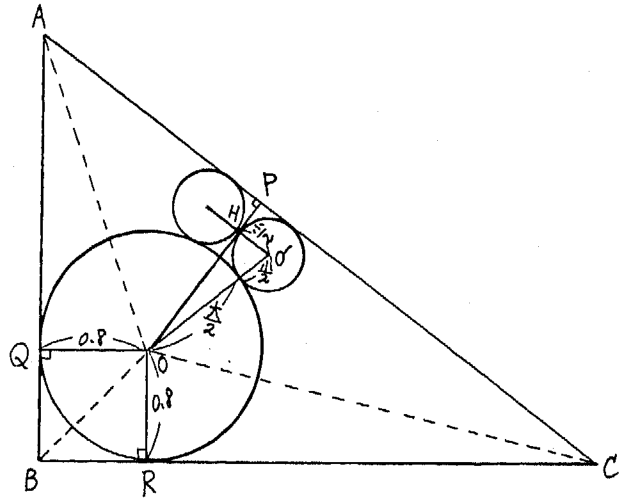
$=2.08\pm\sqrt{3.328}$

$=2.08\pm1.8242806$

題意から，小/2 ＝2.08－1.8242806

＝0.2557194

小＝0.5114388



4　伊藤義匡の『随分記之内』の問題

<問>鈎三寸五分二厘五毛，股四寸七分，大円径一寸六分のとき二等円径はいくらか.

<答>二等円径一寸

<術>読み下だしながら計算をしてみる.

鈎股術によって弦および円径(与えられた三角形に内接する円の直径・全円径）を求め，

$$弦=\sqrt{鈎^2+股^2}$$

$$=\sqrt{3.525^2+4.7^2}$$

$$=\sqrt{34.515635}$$

$$=5.875$$

$$全円径=鈎+股-弦$$

$$=3.525+4.7-5.875$$

$$=2.35 \quad (注1)$$


勾三寸五分二厘五毛　殳四寸七分　大円径
一寸六分　問二等円径幾何
答曰二等円径一寸
術曰以勾殳術得玄並円径　列以大円径
各相乗之得数以円径除之得　列
内裁　各止餘為　以三斜術得同
中勾　列大円径為二段小勾玄差　列三
斜中勾倍之以大円径加入之為二段小勾殳
和　列和巾内裁差巾止餘為實　列
併和与差得数倍之為法裁帯縦平方
開之得二等円径

鈎，股，弦にそれぞれ大円径を乗じ円径（全円径）でこれを除し，中の鈎，中の股，中の弦を得る.

$$中の鈎=\frac{鈎\times大}{全}=\frac{3.525\times1.6}{2.35}=2.4 \quad (注2)$$

$$中の股=\frac{股\times大}{全}=\frac{4.7\times1.6}{2.35}=3.2$$

$$中の弦=\frac{弦\times大}{全}=\frac{5.875\times1.6}{2.35}=4$$

鈎，股，弦よりそれぞれ中の鈎，中の股，中の弦を減じて，それぞれ小斜，中斜，大斜とする.

$$小斜=鈎-中の鈎=3.525-2.4=1.125$$

$$中斜=股-中の股=4.7-3.2=1.5$$

$$大斜=弦-中の弦=5.875-4=1.875$$

三斜術をもってこの小，中，大の三斜を三辺とする三角形の中鈎を求める.

$$三斜の中鈎=\frac{小斜\times中斜}{大斜}=\frac{1.125\times1.5}{1.875}=0.9 \quad (注3)$$

大円径は小鈎と小弦の差の二段（2倍）であり，三斜の中鈎の2倍を大円径に加えれば，小鈎と小股の和の2倍となる.（注4）

$$大=2(小弦-小鈎)=1.6$$

$$大+2(三斜の中鈎)=2(小鈎+小股)=1.6+2\times0.9=3.4$$

和冪（$和^2$）から差冪を減じて実とし，

$$和^2-差^2=3.4^2-1.6^2=11.56-2.56=9=実$$

和と差を併せ，これを2倍して法とし，

$$(和+差)\times2=(3.4+1.6)\times2=10=法$$

減帯縦平方　（注5）

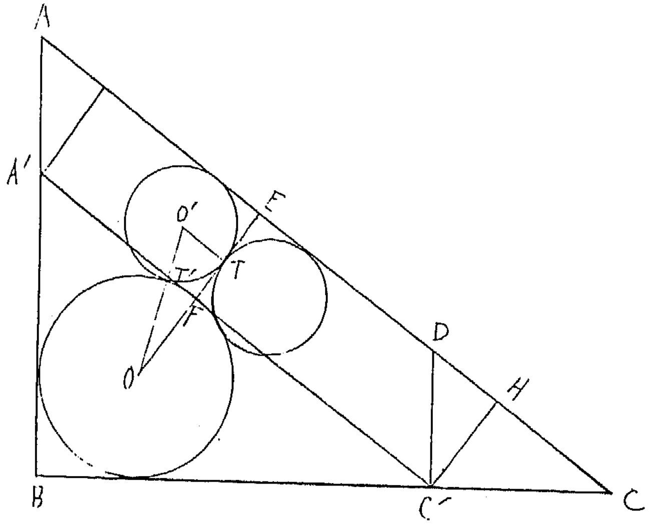
$$小^2-10小+9=0$$

を開いて（解いて）

$$小=1,\ 小=9$$

より二等円径一寸を得る.

これで術が終り，「解曰」以下に術の根拠が示されているが省く. なお，術中の用語に鈎，中の鈎，小鈎，小斜などと紛らわしいものがあるので，次頁の図の記号でこれらの説明をし，つぎに，術文の注を記しておく.



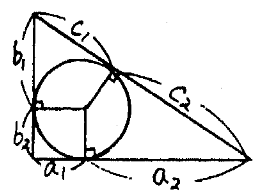
AB=鈎，BC=股，CA=弦，$A'B$=中の鈎，BC'=中の股，$A'C'$=中の弦，
$O'T$=小鈎=($\frac{1}{2}$小円径)，OT=小股，OO'=小弦=($\frac{1}{2}$大+$\frac{1}{2}$小)，
DC'=小斜，$C'C$=中斜，DC=大斜，$C'H$=三斜の中鈎，
全円径=△ABCに内接する円の直径（全と略記），
大円径=△$A'BC'$に内接する円Oの直径（大と略記），
等円径=小円径=円O'の直径（小と略記）.

（注1）図で，

$a_2=c_2$，$c_1=b_1$，$a_1=b_2$=半径，であるから，

鈎+股−弦$=(b_1+b_2)+(a_1+a_2)-(c_1+c_2)$

$=a_1+b_2$=半径×2=直径



（注2）

鈎：中の鈎=全円径：大円径　　∴中の鈎=$\dfrac{鈎\times大}{全}$，他も同様.

（注3）

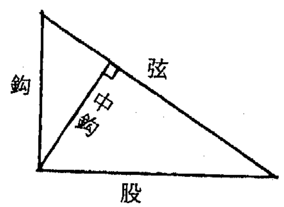
直角三角形の直角の頂点から斜辺に下した垂線を中鈎という.

三角形の相似から，鈎：中鈎=弦：股

（または，面積$\frac{1}{2}$鈎・股=$\frac{1}{2}$弦・中鈎　から）

∴中鈎=$\dfrac{鈎\times股}{弦}$

ここでは，鈎=小斜，股=中斜，弦=大斜.



（注4）

△$OO'T$で，

大/2 $=OO'-O'T'$=小弦−小/2=小弦−小鈎

大/2+三斜の中鈎$=OF+FE=OT+TE=OT+TO'$=小股+小鈎

この各式の両辺を2倍すればよい.

（注5）

△$OO'T$で，$OO'^2=OT^2+O'T^2$であるから，

(大/2+小/2)^2=(大/2+三斜の中鈎−小/2)^2+(小/2)^2

(大+小)^2=(大+2　三斜の中鈎−小)^2+小^2

大=1.6，三斜の中鈎=0.9を代入して整頓すると，

(1.6+小)^2=(1.6+1.8−小)^2+小^2

小^2−2(3.4+1.6)小+3.4^2−1.6^2=0

小の1次の係数が法，定数項が実である.

なお，藤田の術によって，小=1を確かめておこう.

鈎=3.525，股=4.7　より弦=5.875，

鈎+股=8.225=天，　天−弦=2.35=地（全円径に当たる），

$$人=\frac{(天+弦-大)\times地}{弦}=\frac{(8.225+5.875-1.6)\times2.35}{5.875}$$

$$=12.35\times2.35\div5.875=5$$

$$小=5-\sqrt{5\times1.6\times2}=5-4=1$$

5 『随分記之内』と伊藤義匡

義匡は宝暦6（1756）年より代々相川町年寄を勤める伊藤氏の3代三右衛門の倅勝蔵と同一人物と考えられる．彼は文政2（1819）年2月に元服し，4月には町年寄見習となり，7月に勝三郎を勝蔵と改名している[10]．伊藤家には『拾璣（しゅうき）算法』（5冊），『滕子（とうし）算稿』（8冊）をはじめ『和漢算法答術解』，『角術解』，『規矩元法町見術』，『算法根源記一十六問円闕術』，『随分記之内』等々多くの算書の写本や稿本があったが，これらは後に河原田の中山五兵衛家へ移り，さらに昭和40年代に日本大学商学部の蔵書となっている．当時の中山五兵衛の母は勝蔵の祖母にあたり，一族には寛永6年に百川治兵衛の弟子状を受けた河崎平六が出ている．ちなみに，『拾璣算法』は久留米藩主有馬頼徸（よりゆき）が豊田光景の名で出版した当時最高水準の算書の写本であり，『滕子算稿』は藤田貞資の稿本の写しで，付箋「滕子算稿八冊写本，帝国学士院蔵本は本書を謄写せるもの」がついている．また，『規矩元法町見術』は先に触れた松宮俊征（俊仍）の写本を義匡が文政9年に再写したものである．

さて，『随分記之内』には『算法闕疑抄（けつぎしょう）』や『童介抄』，『算法勿憚改（ふつだんかい）』，『正術算学図会』などと内容を同じくするもの，あるいは「算法根源記巻三抜書」の見出しをつけた部分などがあるから，書名の通りこれらの算書より随時読み集めたものであろう．ただし，随所に「匡云」，「此術吉（よし）」，「此術不用可」，「予別術曰」などの頭注や付記があり，さらには，鈎股弦の問題に番号をつけ，その番号を所々訂正しており，一書を編集する意図が感じられる．上で取り上げた問題も，「予又術曰」「予云」の頭注があるから，義匡自身の作問ではないと思われるが，どこから得たものか，残念ながらいまのところわからない[11]．

なお，各巻の裏表紙に「義匡蔵」と記されている『和漢算法答術解』（天・地・人）には勝蔵宛の手紙の断片が何枚か挾まっている．末尾に「伊藤勝蔵様　遠藤藤九郎」「伊藤勝蔵様　甲賀佐助」「伊藤勝蔵様　山下数右衛門」などとあり，裏面には勝蔵のものと思われる解法の注や別法などが記されている．能の脇師で知られる遠藤藤九郎は文化11（1814）年に御用炭改方助を仰付かっており，甲賀佐助は勝蔵と同じ町年寄助，山下数右衛門は妻野重供から宅間流を学んだ数右衛門清八の孫数右衛門泉で，文政８～天保２（1825～1831）年の中尾間歩水貫普請に功のあった振矩師である．勝三郎を勝蔵と改名したのが文政２年，義匡が『規矩元法町見術』を写本したのが文政９年であるから，いずれも同時代の町人である．しかも，『佐渡国略記』には「義匡」が見つからない．義匡と勝蔵とが同一人物と考える主な理由もここにある．

それにしても，佐渡の町人がこのような高度な，そしてこのように多くの算書を手にすることができた当時の恵まれた環境には注目しなければならない．

注

〔1〕栄重の蔵書類は門人の原左右助賀度，剣持章行を経て，その門人の中曽根宗邡に託され，その一部が今も宗邡の子孫の群馬県群馬郡榛名町中曽根家に所蔵されており，その中にこの『算額解』（写本）がある．この資料は県立高崎工業高校教諭大竹茂雄氏の好意によって，そのコピーより起こしたものである．なお，『算額解』は大竹氏の命名によるという．

〔2〕大竹茂雄著『数学文化史――群馬を中心として――』による．

〔3〕伊能忠敬『沿海日記』（ただし，山本修之助編『佐渡叢書』第十六巻による）．

〔4〕金子勉「佐渡の算額」（日本数学史学会第18回総会研究発表資料・昭和54年５月）

なお，この天神社は明治８年に北野神社と改称，同24年弥十郎町廃町のため，近くの夕白町に移したが，ここも氏子が亡び，今は下戸町の北野神社に合祀されている．昭和54年３月４日，同社を訪れたが，算額はみつからなかった．相川にはしばしば大火があり，特に，安政５年（1858）のそれは，奉行所やその施設・役宅をはじめ，弥十郎町を含む35か町村が焼失，その時，この天神社も難を免れえなかったというから，算額は多分この時に失われたものであろう．

〔5〕岩木擴『伝記集』（稿本・岩木文庫）．なお，『佐渡年代記』文化13年の条にも自分稼についての同じ御触の記録があり，『佐渡国略記』同11月19日に「山師次席　弐人半扶持給銭三貫五百文大吹師伏見孫吉」とある．

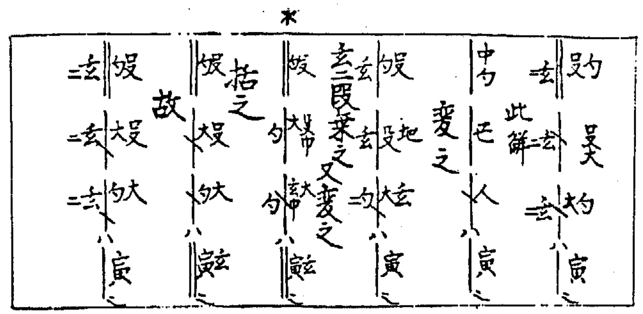
〔6〕金子勉「宅間流妻野嘉助の佐渡関係資料」（『数学史研究』・日本数学史学会・1987）．

〔7〕金子勉「佐渡の地役人と数学」（『北陸四県数学教育研究集録』・昭和50年10月）．

〔8〕直角三角形の直角を挾む２辺の短い方を鈎，長い方を股，斜辺を弦といい，鈎は鉤・釣・勾・句・勺，股は殳，弦は玄・弓などとも書くが，ここでは鈎，股，弦に統一した．

〔9〕本文では，「置寅二段減小径餘二段」の餘と二段の間に「卯」が落ちている．なお，次の「子」と見える字は刁（寅）のつもりであろう．

「得小径式」（38頁⑩′式）の小の１次の項の係数‖寅‖大（２大＋2寅）は‖‖寅‖大（２大＋4寅）の誤写，□は例えば，右のように訂正し，かつ，＊の行に ᚾ 大殳を補えば一応辻褄が合う．２行分が入り交じって１行になったものかも知れない．



〔10〕伊藤三右衛門著『佐渡国略記』（佐渡高校同窓会復刻）．

〔11〕金子勉「佐渡に残る算書」（『佐渡史学』第十集所収）．

（平成５年６月５日受理）

資　料

Reexamination of Susa Mathematical Text No. 8

Kazuo Muroi

§ 1. Introduction

The Susa mathematical text No. 8, published by E.M.Bruins and M.Rutten, consists of three algebraic problems whose answers are obtained by solving simultaneous quadratic equations.[1] The texts of the first and the second problems are comparatively well preserved, but the third is almost completely lost. Although Bruins and Rutten clarified the mathematical contents of the problems, it seems that their transliteration and translation should be improved in many respects. In this paper I shall give better transliteration and translation of the first two problems, comparing certain expressions of our text with those of the Old-Babylonian mathematical texts found in Mesopotamia.

§ 2. Related expressions

In order to understand the Susa mathematical text No. 8 correctly, it is necessary to know the usages of several words, which occur in other related mathematical text also.

[1] a-šà 1 (èše)^{iku} "the area is 1 èše".

"èše" is a unit of area, being equal to 10,0 nindan^2. 1 nindan ≒ 6 m.

This expression occurs in the first line of the so-called series texts in which the length x and the width y are asked for under the conditions $xy=10,0$ and $f(x,y)=k$ (k:constant), the answers being always $x=30$ and $y=20$.[2]

[2] *nadûm* "to write, to put down in writing".[3]

A few examples of the verb in mathematical texts are:

1 uš *mi-it-ḫa-ar-tum* šà-ba 4 sag-dù *ad-di* a-šà-bi en-nam "1 is the length. A square. In its midst I laid 4 triangles. What is its area?"[4]

7,15 *ù* 7,15 *me-ḫe-er-šu i-di-ma* "Lay down 7;15 and 7;15, its equal, (in preparation for a subtraction and an addition) and……".[5]

We will see that another conjugation of this verb, *anaddi* "I lay down……", occurs in line 11 of our text.

[3] *sarrum* (=lul) "mock, false".[6]

This adjective refers to provisional length, width, area, etc., which are introduced in order to obtain "true (*kīnum*, gi-na)" ones.

19,3 a-šà lul 1 a-šà gi-na… "19,3,0 is the false area. The true area 1,0,0…".[7]

In our text the plural form of *sarrum*, *sarrūtu*, is used in line 11.

[4] Extraction of a square root.

The basic expression for the extraction of a square root would be, for example:

9,27,20,15-e en-nam íb-si$_8$ 3,4,30 íb-si$_8$ "What is the square root of 9,27,20,15,0 ? (literally: what does 9,27,20,15,0 correspond to ?) 3,4,30 is the square root.".[8]

The next expression is substantially the same as this:

28,36,6,6,49 *mi-nam* íb-si$_8$ 5,20,53 íb-si$_8$ "What is the square root of 28,36,6,6,49 ? 5,20,53 is the square root.".[9]

An abbreviated form, *mi-na* íb-si, occurs in line 7 of our text. In order to restore the beginning of line 17, where a square root must have been extracted, it is helpful to cite further examples:

íb-si$_8$-*šu le-qé* "Take its square root."[10]

íb^{sic}-si 1,33,45 *le-qé-ma* 1,15 *i-li* "Take the square root of 1;33,45, and 1;15 comes out.".[11]

[5] The anaphoric pronoum *šū* "the one mentioned".

The genitive of the anaphoric pronoun *šū*, *šâti*, occurs in Str.368, in which a "false" width is calculated:

30 *a-na* 1 *ša-a-ti* tum$_4$ 30 sag lul "Multiply 30 by 1, the one mentioned, (and) 30 is the false width.".[12]

The accusative of *šū*, which has the same form as the genitive, perhaps occurs in line 8 of our text:

[10 *šà-a*]-*ti$_4$*, or [10 *šà*]-*ti$_4$*, "10, the one mentioned".

The cuneiform sigh DI had the phonetic value "*ti*" in Elam, whose capital was Susa.[13]

§ 3. First problem

Line 1 of the first problem, most of which is lost, can be restored by referring to line 11, that is, the first line of the second problem. On the other hand, several damaged parts of the second problem can be restored by making a comparison between the two problems. Therefore we must read the text of the first problem carefully.

Susa mathematical text No. 8 , obverse. Transliteration

1. [a-šà 10 4-*at* sag a-na sag daḫ] *a-na* 3 *a-li-*[*ik a-na-di* sag *sar-ru-tu* ugu uš]
2. [5 dir] ig za-e [4 *r*] *e-ba-ti ki-ma* sag gar *re-ba-*[*at 4 le-qé* 1 *ta-mar*]
3. [1 *a-na*] 3 *a-li-ik* 3 *ta-mar* 4 *re-ba-at* sag *a-na* 3 d[aḫ 7 *ta-mar*]
4. 7 *ki-ma* uš gar 5 dirig *a-na na-sí-iḫ* uš gar 7 uš *a-na* 4 [sag *i-ší*]
5. 28 *ta-mar* 28 a-šà 28 *a-na* 10 a-šà *i-ší* 4,40 *ta-mar*
6. [5] *na-sí-iḫ* uš *a-na* 4 sag *i-ší* 20 *ta-mar* 1/2 *ḫe-pe* 10 *ta-mar* 10 nigin
7. [1,40] *ta-mar* 1,40 *a-na* 4,40 daḫ 4,41,40 *ta-mar mi-na* íb-si 2,10 *ta-mar*
8. [10 *šà*]-*ti*, *a-na* 2,10 daḫ 2,20 *ta-mar mi-na a-na* 28 a-šà gar *šà* 2, 20 *i-na-*[*di-n*]*a*
9. [5 gar] 5 *a-na* 7 *i-ší* 35 *ta-mar* 5 *na-sí-iḫ* uš *i-na* 35 zi
10. [30 *ta*]-*mar* 30 uš 5 uš[sic] *a-na* 4 sag *i-ší* 20 *ta-mar* 20 uš[sic]

Translation

1. [The area is 10,0. I added one fourth of the width to the width]. I multiplied (one fourth of the width) by 3. [I lay down that the "false" widths exceed the length by 5].
2. You, put down 4 of one fourth as the width. [Take] one four[th of 4, (and) you see 1].
3. Multiply [1] by 3, (and) you see 3. A[dd] 4 of one fourth of the width to 3, [(and) you see 7].
4. Put down 7 as the length. Put down the excess 5 for that which is subtracted from the length. [Multiply] the length 7 by [the width] 4, (and)
5. you see 28. 28 is (the coefficient of the false) area. Multiply 28 by the area 10, 0, (and) you see 4,40,0.
6. Multiply [5], which is subtracted from the length, by the width 4, (and) you see 20. Halve (it, and) you see 10. Square 10, (and)
7. you see [1,40]. Add 1,40 to 4,40,0, (and) you see 4,41,40. What is the square root ? You see 2,10.
8. Add [10, the one] mentioned, to 2,10, (and) you see 2,20. What should I put to (the coefficient of the false) area 28 which will give me 2,20 ?

9. [Put down 5]. Multiply 5 by 7, (and) you see 35. Subtract 5, which is subtracted from the length, from 35, (and)
10. [you] see [30]. 30 is the (true) length. Multiply 5 (text: 5 of the length) by the width 4, (and) you see 20. 20 is the (true) width.

Commentary

If we denote uš "the length" by x and sag "the width" by y, the equations presented in line 1 would be:

$xy=10{,}0 \cdots\cdots ①$ $\quad y+(3/4)y=x+5 \cdots\cdots ②.$

Here the left-hand side of ② is called "the false widths". In line 2 a transformation, $y=4z$, is introduced, and the left-hand side of ② is changed into $7z$ (lines 2,3). Although the technical term *sarrum* "false" is not used, $7z$ is also "the false length", from which 5 must be subtracted to get "the true length" (line 4). By the abbreviated directions in lines 4-6, the next calculations are intended:

$(7z-5)\cdot 4z=10{,}0$ (from ① and ②),

$28z^2-20z=10{,}0,$

$(28z)^2-20\cdot(28z)=10{,}0\cdot 28=4{,}40{,}0.$

This quadratic equation is solved in lines 6-8:

$(28z-10)^2=4{,}40{,}0+10^2=4{,}40{,}0+1{,}40=4{,}41{,}40,$

$28z-10=\sqrt{4{,}41{,}40}=2{,}10,$

$28z=2{,}10+10=2{,}20.$

Since the number 28 is a so-called irregular number, a special division is carried out in line 8, and it is to be found that $z=5$. In lines 9 and 10, the true length and width are obtained:

$x=7z-5=35-5=30,\ y=4z=20.$

§ 4 . Second problem

Although the mathematical contents of the second problem are almost identical with those of the first, there is a slight difference in technical terminology.

Transliteration

11. [a-šà 10] 4-*at* sag *a-na* uš[sic] daḫ *a-na* 1 *a-li-ik a-na-di* [u]š ugu sag *sar-ru-*[*ti* 5 dirig]
12. [za]-e 4 *re-ba-ti ki-ma* sag gar *re-ba-at* 4 *le-qé* 1 *ta-mar* 1 *a-na* 1 *a-li-*[*ik*]

13. [1 *ta-mar*] 4 gaba 4 gar 1 *ta-lu-ka a-na* 4 daḫ 5 *ta-*<*mar*> *ki-ma* uš gar
14. [5 *a-na*] *wa-ṣí-ib* uš gar 5 uš *a-na* 4 sag *i-ší* 20 *ta-mar* 20 a-šà
15. [*a-na* 10] *i-*[*ší*] 3,20 *ta-mar* 5 *wa-ṣí-ib a-na* 4 sag *i-ší* 20 *ta-mar*
16. [1/2 *ḫe-pe* 10 *ta-mar*] 10 nigin 1,40 *ta-mar* 1,40 *a-na* 3,20 daḫ 3,21,40 *ta-mar*
17. [íb-si 3,21,40] *le-qé i-na* 1,50 zi 1,40 *ta-mar*
18. [igi 20 *pu-ṭú-úr* 3 *ta-mar* 3] *a-na* 1,40 *i-ší* 5 *ta-m* [*ar*] 5 *a-na* 5 uš
19. [*i-ší* 25 *ta-mar* 5 *wa-ṣí-ib* uš *a*] *-na* 25 daḫ 30 *ta-mar* 30 uš
20. [5 *a-na* 4 *i-ší* 20 *ta-mar*] 20 sag

Translation

11. [The area is 10,0]. I added one fourth of the width to the width(!). I multiplied (one fourth of the width) by 1. I lay down that the length [exceeds] the "false" widths by [5].
12. You, put down 4 of one fourth as the width. Take one fourth of 4, (and) you see 1. Multi [ply] 1 by 1, (and)
13. [you see 1]. Put down 4 of a fourth. Add the *taluku* 1 to 4, (and) you <see> 5. Put down (this) as the length.
14. Put down 5 for that which is added to the length. Multiply the length 5 by the width 4, (and) you see 20.
15. Mult[iply] (the coefficient of the false) area 20 [by 10,0], (and) you see 3,20, 0. Multiply 5, which is added, by the width 4, (and) you see 20.
16. [Halve 20, (and) you see 10]. Square 10, (and) you see 1,40. Add 1,40 to 3,20,0, (and) you see 3,21,40.
17. Take [the square root of 3,21,40], (and you see 1,50). Subtract (10) from 1,50, (and) you see 1,40.
18. [Make the reciprocal of 20, (and) you see 0;3]. Multiply [0;3] by 1,40, (and) you s[ee] 5.
19. [Multiply] 5 by the length 5, (and) you see 25. Add [5, which is added to the length], to 25, (and) you see 30. 30 is the (true) length.
20. [Multiply 5 by 4, (and) you see 20]. 20 is the (true) width.

Commentary

The expression, "a-šà 1 (èše)ikù", my be expected at the beginning of line 11, but the space is too small for it. Since the expression, "10 a-šà ", occurs in line 5, "a-šà 10" is most probable.

The mathematical structure of this problem is as follows.

$xy=10,0,\ y+(1/4)y+5=x$ (line 11),

$y=4z,\ y+(1/4)y=5z$ (lines 12,13),

$xy=(5z+5)\cdot 4z=20z^2+20z=10,0,$

$(20z)^2+20\cdot 20z=10,0\cdot 20=3,20,0$ (lines 14,15),

$(20z+10)^2=3,20,0+10^2=3,20,0+1,40=3,21,40$ (line 16),

$20z+10=\sqrt{3,21,40}=1,50,\ 20z=1,50-10=1,40$ (line 17),

$z=(1/20)\cdot 1,40=0;3\cdot 1,40=5$ (line 18),

$x=5z+5=30,\ y=4z=20$ (lines 19,20).

In line 13 there exist two problematic technical terms peculiar to the Susa mathematical texts, that is, "gaba" and "*ta-lu-ka*". The usual meaning of gaba (=*miḫirtum*) is "equivalent, counterpart; front part, front side"[14], but it does not fit in well with the context. If we compare "4 gaba 4" with a parallel expression "4 *re-ba-at* sag" of the first problem (line 3), it seems that "gaba 4" means "one fourth". Moreover there is an evidence that gaba 4 is a variation of igi 4 "one fourth". In mathematical texts the reciprocal of a number x is expressed as igi-x-gál or igi x for short, where igi means "front". The original meaning of the term would be "that which is in front of x". Since both gaba and igi are used as the logogram of *miḫirtum*, gaba 4 could have been used in place of igi 4.

As to "1 *ta-lu-ka*", I propose the next translation tentatively:

(Add) 1, the one obtained from the above multiplication, (to 4).

In the Susa mathematical texts the verb *alākum* "to go" is used for multiplication[15], and *tālukum* "gait, way" is derived from this verb[16].

Notes

(1) E.M.Bruins et M.Rutten, *Textes mathématiques de Suse* [=TMS], 1961, pp.58-62, plate 16.
Cf.J.Høyrup, *Babylonian Miscellanies-Five preprints on Babylonian mathematics*, 1992, pp.190-196.

(2) See, for example:
K.Muroi, "The Expressions of Zero and of Squaring in the Babylonian Mathematical Text VAT 7537", *Historia Scientiarum*, vol.1 1991, pp.59-62.

(3) Chicago Assyrian Dictionary [=CAD], vol.11, N part 1, 1980, p.87.

(4) O.Neugebauer, *Mathematische Keilschrift-Texte* [=MKT I], 1935, p.137.

(5) MKT I, p.346.

(6) CAD, vol.14, S,1984, p.180.

(7) MKT I, p.304.

(8) MKT I, p.305.

(9) MKT I, p.80.

(10) O.Neugebauer and A.Sachs, *Mathematical Cuneiform Texts,* 1945, p.69.

(11) Taha Baqir, "Tell Dhibai: New Mathematical Texts" *Sumer* 18, 1962, pp.11-14.

(12) MKT I, p.311.

(13) W.von Soden und W.Röllig, *Das Akkadische Syllabar,* 1991, p.17 *

(14) CAD, vol.10, M part 2, 1997, p.50.

(15) K.Muroi, "A New Interpretation of the Susa Mathematical Text No.7", *Studies in Babylonian Mathematics* No.2, 1992, pp.13-19, esp. § 2.

(16) W.von Soden, *Akkadisches Handwörterbuch* Band Ⅲ. 1981, p.1312.

（平成５年３月12日受理）

落　穂　集

古典ラテン詩中の分数計算

清　水　達　雄

ローマのラテン語文学といえば，散文ではキケロとカエサル，詩ではウェルギリウスとホラティウス，というのが定評だが，そのホラティウスのいわゆる『詩論』，その327-330行に，分数計算があったのを見落としていた．

12分の５から，12分の１を引けば？　３分の１

12分の１を足せば？　２分の１

実質的には，こういう計算なのだが，ローマ人の，勘定高い，俗物性の批判として，書き込まれている．原文をあげておく．

………si de quincunce remota est

Uncia, quid superat poteras dixisse. Triens. Eu

Rem poteris servare tuam. Redit uncia quid fit.

Semis……

Uncia（ウンキア）が12分の１，その５倍が quincunce（クインクンケ）．remota（レモタ）が引くで，Triens（トリエンス）が３分の１．Redit（レディト）が加えるで，Semis（セミス）が半分．

教師と子供との，問答体になっている．

（平成５年９月13日受理）

図　　書

岩田至康『幾何学大辞典』

槇書店　A５版

第１巻	1971年	600ページ	6695円
第２巻	1974年	603ページ	6180円
第３巻	1976年	585ページ	6695円
第４巻	1978年	576ページ	7004円
第５巻	1980年	554ページ	8034円
第６巻	1982年	552ページ	8755円
補巻Ｉ	1988年	452ページ	10094円
補巻Ⅱ	1993年	293ページ	8755円

（定価は1933年現在のもの）

編者の岩田至康氏は，本学会の会員であり，岐阜を中心とした地域で，数学史及び和算の研究者の指導的存在である．本辞典の中にも多くの和算書や算額の問題を現代流に扱っており，和算の問題を現代数学で解く場合には大変便利である．また，諸外国の数学者の略伝とともに，日本の数学者も扱っている．あまり多くはないが，既刊の数学辞典の中では最も多いのではないか．幾何学書の解説の中に江戸時代の数学書も含まれている．このような和算書の紹介はあまり目立たないが，数学史研究者にとっては，コンパクトにまとめられていて便利である．

編者は第１巻の中で次のように言っている．日本には幾何学の辞典は少く，現状を考えると，学術的で文献を調べる上で役立つ辞典の出現を望んでいたが，現われないので自らこの仕事に挑戦することにした．この意欲・熱意が全５巻完結の予定を６巻補巻２の合計８巻という大事業を完結させたものと思う．第１巻刊行の1971年から20年以上にわたって刊行を続けた努力に敬意を表す次第である．

この書の巻毎の目次は以下の通りである．

附録Ⅲ　球面上の複素数の幾何学
附録Ⅳ　和算の現代化に関する論文
附録Ⅴ　幾何学書解説（追加）

補巻Ⅱ

第1章　三角形に関する定理
第2章　多角形に関する定理
第3章　円に関する定理
第4章　軌跡と包絡線
第5章　作図・最大最小・計算問題
第6章　円錐曲線に関する定理
第7章　円錐曲線に関する問題
第8章　高次曲線
第9章　空間幾何学
附録Ⅰ　論文解説追加
附録Ⅱ　幾何学書解説追加

熊耳　敏　『郷土をよみがえらせた人物 相馬中村藩と荒至重』

B5版　236ページ　平成5年12月10日刊行（自家版）
定価1600円　〒380円

著者の熊耳敏は福島県和算研究保存会の会員である．著者はこの著書の中で，郷土の数学者の荒至重(むねしげ)に光を当て，荒の業績を中心に置いて，相馬中村藩の藩主や儒者，その他藩に貢献した人々の業績を紹介している．

荒至重（1826～1909）の著『量地三略』（1865刊）は測量術の書として知られる．彼は故郷で数学を佐藤儀右衛門に師事（1840）し，後に江戸に出て内田五観に師事（1847）する．三年後（1850）郷里に帰り，二宮尊徳の随身となり，郷里と尊徳との間を往復する．

慶応4年（明治元年，1868）荒は郡代，郷代官．版籍奉還後は，磐前県大属，地券取調掛，地租改正掛，などを経て，後に平町町長となる．

本書の目次は以下のようになっている．

第1章，相馬中村藩の窮乏
第2章，飢饉の大惨状
第3章，天明の飢饉以来の藩主

第4章，相馬藩復興の基因
第5章，和算学者－荒至重
第6章，荒至重の業績の概要
第7章，顕彰碑文
第8章，荒至重の測量に関する著書
第9章，江戸時代の測量術
第10章，相馬藩復興に尽くした人物
＊荒至重の筆跡並びに書簡集　　※略年表　　※日光仕法関係地図

本書の購入を希望する会員は著者に直接申しこんでほしい．
〒975 福島県原町市二見町1－27－3　熊耳　敏　Tel：0244－23－2068

（下平和夫）

編 集 後 記

1．最近，ご投稿頂いております論考が和算関係に偏る傾向がございます．時期による偏りは致し方ございませんが，西洋数学や東洋数学関連も広く受け付けております．ふるってご投稿下さい．

2．手書きの図版をご使用の場合，そのままでは図中の文字や記号は手書きのままとなります．活字化をご希望の場合は，その箇所をご指定下さい．よろしくお願いいたします．

（西田知己）

数　学　史　研　究

通　巻　140号（1994年1月～3月）

発行所　日　本　数　学　史　学　会

〒161　東京都新宿区下落合1丁目7番7号

富士短期大学科学史研究室

電話　東京(03)3368－8826番（出版部）

会　費　年額　7,000円

振　替　東京2－20022番

印刷所　ト　ー　コ　ー　ワ　イ　ス

〒162　東京都新宿区矢来町43

電話　(03) －3260－7824番

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

NO, 140

January－March, 1994

CONTENTS

Edited and Published by
The History of Mathematics Society of Japan
Fuji Junior College
1-7-7, Shimo-ochiai, Shinjuku-ku, Tokyo, 161, Japan

数 学 史 研 究　　(通巻 140 号) 平成 6 年 3 月 25 日
東京都新宿区下落合1-7-7　　電 話 (03) 3368-8826 日本数学史学会