ISSN 0386-9555

数学史研究

（通巻 145 号）

1995 年 4 月 ～ 6 月

目　　次

発行・日本数学史学会

発売・研成社

論　説

吉田宗恂における日本数学の生成(1)

(The Development of Mathematics in Japan)

下浦　康邦

まず概要を知っていただくために，吉田・角倉家の系譜を収録する「寛永諸家図伝」(日光東照宮蔵真名本，内閣文庫蔵仮名本)，「諸家系譜」(内閣文庫蔵)，「寛政重修諸家譜」(内閣文庫蔵)にしたがって，吉田・角倉家のごく簡単な系譜を掲げることにする。

このうちとくに「諸家系譜」については，「寛政重修諸家譜」の編集にあたって各家から提出させた家譜の原本そのものを，そのままの形で書き写したものと推定され，「寛政重修諸家譜」に含まない記述や異なる部分を大量に含み，家系研究の第一級資料である。

したがって，「諸家系譜」における見解を最大限取り入れたが，諸説別れる部分については，明らかな誤りを除いてすべて一応は「寛政重修諸家譜」にしたがうものとする。

筆者としては「諸家系譜」や「寛政重修諸家譜」自体に対して異論のある部分も存在するのであるが，それについては繁雑になるのでここでは検討しない。

京都嵯峨，吉田・角倉家の系譜

- 徳春(1384～1468)——宗林(1447～1543)——宗忠(1484～1565)
  - 光治(与左衛門)——栄可
  - 宗桂(意庵)(1511～1572)
    - 光好(角倉了以)(1554～1614)——玄之(角倉素庵)(1571～1632)——玄紀(1594～1681)
    - 宗恂(意庵→意安)(1558～1610)——吉皓(意安・如見)(1583～1622)——宗恪(意安)(1612～1684)
  - 光茂(六郎左衛門)——宗運——周庵——吉田光由(久菴)(1597～1672)

これだけでも，京都嵯峨の吉田・角倉家が，室町末期から江戸初期にかけての，日本文

化を代表する華麗なる一族であったことがうかがえる。

吉田・角倉家の歴史について

つぎに，また「寛政重修諸家譜」からすこし引いて，嵯峨の吉田・角倉家のこれまでの歴史の概略について述べてみよう。

以下にその大要を意訳した……

「吉田・角倉家について

吉田家は，宇多天皇より９代の末裔である。いわゆる宇多源氏の出身であり，近江で佐々木氏を称した。佐々木三郎秀義の次男は，厳秀（いわひで）といい，また六郎とも称した。彼は，領地を吉田の地にもらったので，吉田家の祖となり，その子孫は吉田と呼ばれた。

● 吉田徳春（のりはる）について

吉田徳春（1384年～1468年）は，故あって京都を移り住んだ。また，３代将軍足利義満に拝謁を許され，４代将軍足利義持に仕えた。

徳春は，晩年，方術を身につけ，京都は西嵯峨，角倉（すみのくら）の地に隠居した。そのため，徳春の子孫はまた，角倉とも呼ばれるようになったのである。

徳春は，応仁２年（1468年）８月16日に85歳で亡くなった。その子孫の宗林（そうりん）は，８代将軍足利義政に仕えた。

宗林の子供が宗忠（むねただ）であり，さらに，その宗忠の子供が宗桂（そうけい）である。

● 吉田宗桂について

宗桂（1511年～1572年）は意庵と称した。たいへんな名医であるとの評判だった。

かつて，宋の開宝年間中（968年～976年）に，中国の医者である陳日華は，「諸家本草」を著した。宗桂もまた，日本の薬草の効能を良く知っていたので，世の人は彼のことを日華子と呼んだ。

天文８年（1539年）に，宗桂は，天龍寺の長老である僧策彦（さくげん）にしたがって，明国に渡った。明の人々は，宗桂の診察のあまりのすばらしさに，意庵と呼んだ。ここで言う意は医のことを差している。書家，梅岸は「称意」の２文字を書に認めて，宗桂に送った。さらに宗桂は，調合した薬を明国皇帝に献上して，異国においても医者としての名声を得た。そして，「聖済総録」を初めとするたくさんの中国の書籍を携えて，日本国に帰ってきた。その後弟子はますます増えてゆき，おのずから一家をなした。宗桂の子孫は，意庵をもってその号とした。

宗桂は，元亀３年（1572年）10月20日に61歳で亡くなった。

● 吉田宗恂（そうじゅん）について

宗恂（1558年～1610年）は，宗桂の次男である。意安は号であり，又玄子と称する。

父の業を継承して，法眼の位に叙せられた。最初，豊臣秀次に洛下に領地をもらって仕えた。その後，徳川家康にも食邑500石を拝領し，拝謁を許される身分になる。

宗恂は，慶長15年（1610年）４月17日に53歳で亡くなった。

● 吉田如見（じょけん）（吉皓（きつこう））について

吉田如見（1583年～1622年）は，元和８年（1622年）６月27日に39歳で亡くなった。

● 吉田宗恪（そうかく）について

吉田宗恪（1612年～1684年）は，貞享元年（1684年）９月29日に72歳で亡くなった。

……」

京都嵯峨の吉田家の著作について（歴代吉田意安の著作）

徳春（1383年～1468年）と宗林（1547年～1643年）と宗忠（1484年～1565年）には著作はない。その後を襲った宗桂（意庵）（1511年～1572年）についても，その著作について伝えられることは何もない。岩波の「国書総目録」に宗桂作として「開宝本草」という著作があるように記述されているが，これは間違いである。「開宝本草」とは，おそらく「諸家本草」のことを言いたいのだろうがこれは陳日華の著作である。

宗恂（意庵→意安）（1558年～1610年）の著作については，以下のとおり。

吉田意安（宗恂）の著作

書　目	所蔵箇所
（刊　本）	
「運気論一言集」1540年（天文９年）成立	筆者蔵

（日本最古の運気論注釈書。

本書はむろん数学書とは呼べないものであるが，

「一気各々六十日八十七刻半を主也。六の算を以て之に乗じて即ち三百六十五日二十五刻を得る。是一歳也」

というような驚くべき記述もその中に頻出し，吉田・角倉家においては実に1540年の時点で既に数学・天文学への志向があったことを証明している。この刊本は上巻のみだが，筆者の手元にはさらに1542年（天文11年）筆写の完全本の写本もあるので全貌が窺える。1540年といえば吉田宗恂はまだ生まれていない時代であり，本書は吉田宗桂の遺作を，宗桂の没後に宗恂が編集した上，吉田意安の名義で出版したものと推定される。

それがいつしか宗恂の著作であると誤られるようになったものであろう。

吉田宗桂が第一回の中国留学中にその成果を忘れないように執筆したものと考えられる。

本書はまた，吉田・角倉家関係の纏まった文献としても最古の物である）

「医方大成論抄」 1632年（寛永９年）版　　研医会

（５巻）　刊行年なし　　東北大，早大，乾々

（本書には，1575年（天正３年）の序文が付されたものがあるので，その頃成立したと考えられる。

しかし，宗恂はそのとき弱冠17歳であること，そして「言継郷記」の1550年（天文19年）の条に宗桂が「医方大成論」の講釈を宮廷でおこなったという記述があることなども考慮にいれると，本書もまた父の宗桂の考えをそのまま記したものであると推定される）

「本草序例抄」 1623年（元和９年）版(古活字版)　輪転寺天海

（７巻）　1641年（寛永18年）版　　国会，国会白井，京大，東大，東大鴎軒，東北大狩野，村野

（本書の本文中の記述に「日本天正十年一渓老師始テ講之刊本古文也」とあり，一渓こと曲直瀬道三が，1582年（天正10年）に日本ではじめて「本草序例」の研究を開始し，その解釈の講義を吉田宗恂が聴講していたらしきことが分かる。

また，国会図書館の白井文庫本は吉田称意館旧蔵本であり，その意味でもこの本は貴重であるが，これとは別に国会図書館には寛永18年版の本書があり，その末尾に吉田宗恂の別の古写本から写したらしき，数葉の近世写本がとじこまれているのを筆者は見出した。

この序文には以下のようにある。

「我朝加訓点而講之……

予亦従重刊證類之本而去浮事補漏脱以要令後学者不失其伝説。

于時天正十四歳舎丙戌孟落下　意庵　宗恂」

そしてまた，本書の本文中の記述に以下のようにある。

「日本慶長八年発卯マテハ八十一年ナルソ」

これを以て白井光太郎博士は「本草序例抄」の成立を1603年（慶長８年）とした。

以上の内容をどのように判断するか諸説別れるところだが，筆者は以下のように解釈している。

「1577年頃山東第２版の朝鮮活字本「重修政和経史證類備用本草」が日本にもたらされ，曲直瀬道三は「本草序例」の講義を開始した。

1582年（天正10年）に曲直瀬道三が初めて行った「本草序例」の講義を聞いた吉田宗恂が，それに刺激をうけて自らも研究を開始した。そのうち今度は吉田宗恂が，自分の門人たちに「本草序例」に関する講義を行い，その成果をもとに「本草序例抄」は書き始められた。1586年（天正14年）には，おそらく吉田宗恂は「本草序例」自体の校訂本を整版本

で出版する。

やがて，中国で1596年に「本草綱目」が出版され，これを用いて吉田宗恂は「本草序例抄」を完成することができ，門人たちを中心にその完成稿が回覧され，彼らにより新しい筆写本がいくつか作られた。

その後古活字版出版の時代にはいり，1603年（慶長８年）に吉田宗恂の門人たちによって本書の最初の古活字版が刊行された」）

（八耳俊文「『本草綱目』と江戸初期本草史」参照（培風館1989年刊「講座科学史３ 比較科学史の地平」収録））

「歴代名医伝略」 1597年（慶長　２年）序(古活字版)　東洋岩崎，宮書，杏雨

（２巻）　（本書は慶長３年に刊行されたと推測される）

1617年（元和　３年）版(古活字版)　内閣文庫（上巻），茶図成簣

慶長元和頃　版(古活字版)　旧安田（上巻）

1626年（寛永　３年）版(古活字版)　国会，京大，東大（焼失）

1632年（寛永　９年）版　若瀬，上田花月，陽明

1633年（寛永　10年）版　国会，国会白井，九大，京大富士川，東大，東大鴎軒，東北大，東北大狩野（下巻），杏雨，無窮神智，陽明，順天堂大山崎，加賀聖藩，研医会

（写　本）

「医学雑書」　京大富士川

「修製纂類」　京大富士川

（吉田称意館旧蔵本）

「万病回春抄」　内閣文庫

「漏刻算」　東京都立中央図書館

（吉田称意館旧蔵本）

（本書は1610年以前に執筆されたことが確定的であり，後にあげる「三尺求図数求路程求山高遠法」とともに吉田宗恂が具体的な資料の残っている最初期の数学者であったことを証明するものである）

（現存せず）

「古今医案」　1596年（文禄５年）頃刊か　33巻

（吉田宗恂の主著。藤原惺窩の序文のみ現存）

「薬性纂類」　18巻

（「近代著述目録後篇」にある「纂類本草」４巻と同じものだろう）

「重編医経小学」　12巻

（「近代著述目録後篇」には「重編医経小学」２巻とある）

「素問講義」上篇　6巻

（「近代著述目録後篇」には「素問講義」８巻とある）

「難経註疏」　4巻

（「近代著述目録後篇」にも同一の記載がある）

「運気諸論図」

「漏刻図」

「枢要図」

吉田意安名の著作

（写　本）

「親類書控」　慶応大　富士川

（岩波の「国書総目録」にこの書名が載せられてはいるが，慶応大図書館に確認したところ収蔵せずとの回答があり。この著作が本当に実在するものかどうか不明）

（現存せず）

「医学正伝首書」

（江戸時代の書林目録のいくつかにこの書目が見えるので，本書の刊本があった可能性は極めて高いと思われる）

吉田宗恂校，吉田如見考

（写　本）

「三尺求図数求路程求山高遠法」　天理図書館

（吉田宗恂の生没年（1558年～1610年）から考えると，本書は現存する数学の写本として日本で最も古いものであると推定される。吉田如見考とはなっているが，本書もまた事実上ほぼすべてが吉田宗恂の著作ではないかと考えられる。吉田称意館旧蔵本）

吉田如見の著作

（写　本）

「本草和名私記」　国会図書館他

（国会図書館本には「法印如見先生著」とのみあるが，これまた吉田称意館旧蔵本なので吉田如見作であることがわかる。おそらく「寛政重修諸家譜」に載せる「本草和名」２巻，および「近代著述目録後篇」における「本草和名集」２巻と同じ本であろう）

（現存せず）

「吉氏家伝和剤方」　4巻

「医学類聚」

（「近代著述目録後篇」における「医学類要」４巻と同じ本であろう。

その他，「近代著述目録後篇」には吉田如見の著作として以下の書目を掲載しているが，すべて現存していない。

「方考」　１巻

「日用方鑑」　２巻

「医方大成論」　１巻）

吉田宗恪の著作

（写　本）

「吉田譜譜」　1643年（寛永20年）

（吉田宗恪が吉田家や分家の角倉家を代表して幕府に提出したものと思われる。

これが林羅山らによって編集されていわゆる「寛永諸家譜」となった。かつて本書の自筆本と称する写本が存在したが，現在は行方不明）

（現存せず）

「診詠撮要」　１巻

「明医聚方」

ここでまず注目したい点は，京都嵯峨，吉田・角倉家の人々が多く中国へ渡航している点である。それと，もうひとつは吉田・角倉家の人々が天龍寺関係者と親しい点があげられる。

もともと天龍寺の管主と，吉田家とは姻戚関係にあった。のちに吉田家の関係者から天龍寺の管主になるものが出たりしている。

そもそも天龍寺というのは，室町幕府の初代将軍の足利尊氏が，夢窓疎石の勧めで，後醍醐天皇の冥福を祈るために建てようとした寺である。

ところが室町幕府の手元には資金がなかったので，中国の元と貿易を始めて，それで得た資金で天龍寺を造った。そのときの貿易に使われた船を一般に天龍寺船というが，そこで室町幕府と貿易と天龍寺とが繋がるわけである。このときの「実績」がものを言って，こんどは明との勘合貿易にも，天龍寺や吉田家の関係者がからんでくるようになる。だから，後年いきなり角倉了以が貿易をはじめたわけではない。

……つまり，すべては，あの足利尊氏が，夢窓疎石（1275年～1351年）の勧めで天龍寺を建てようとしたことから，この吉田家およびその分家である角倉家の栄華の物語は始まるわけである。

ちなみに，天龍寺は南禅寺を別格とすれば，京都五山の筆頭の寺である。京都五山とは，天龍，相国，建仁，東福，万寿の５つの寺のことを言い，基本的にこれと鎌倉五山の寺を中心に，室町幕府は寺院を支配した。これがいわゆる五山の制である。

五山を中心に室町文化が栄え，中国に出版形式の範をとった五山版が続々と出版された。室町五山文化の尻尾を吉田・角倉家がひきずり，江戸文化に繋いだと位置づけることができるだろう。

海外貿易，天龍寺，吉田・角倉一族
～明との勘合貿易から，朱印船貿易へ

天龍寺を造築するために始めたのが元との貿易（1341年に天龍寺船を派遣）であるが，それが紆余曲折をへて，やがては明との勘合貿易になった（1404年）。

それも，実質的に，勘合貿易を取り仕切っていた大内氏が，1551年に滅亡すると，勘合貿易も取り止めになってしまった。しかし，貿易の必要性はだれにも否定しようもなく，1592年に秀吉の時代に貿易らしきものが，またぞろ始まっている。

江戸に時代がかわって，朱印船貿易で巨利を得たのが，角倉了以に他ならない。

徳川幕府に角倉了以が提出した貿易許可申請書に，弟の吉田宗恂（意安）の名前を取次として併記したものがあるから，吉田宗恂も，どの程度かわからないが本業の医者だけでなく貿易の手伝いもやっていたのであろう……

吉田宗桂の中国への旅について

吉田宗桂は，天龍寺の僧である策彦（1501年～1579年）にしたがって，つごう２回，明国に渡っている。

第１回目が，天文８年（1539年）から，天文10年（1541年）まで。

第２回目が，天文16年（1547年）から，天文18年（1549年）までである。

牧田諦亮著「策彦入明記の研究」（昭和30年10月刊）の上巻には，その策彦の著作の集成（策彦の入明記である『初渡集』『再渡集』など），そして下巻にはその研究が収められている。

その中に宗桂の名が頻出するが，そこには肝心の皇帝に薬を献して唐本をもらったという有名なエピソードは含まれていない。

したがって宗桂が皇帝に薬を献じたくだりは後人の捏造で，実際のところは土倉で儲けた資金をもとに唐本の大名物をかいあつめただけかもしれないといううがった見方も，ひとつの可能性としておさえておく必要があろう。

また，この中国への留学は，さきに述べたように貿易と医学の勉強が中心であったが

宗桂の目的はそればかりではなかった。もともと医学の中でも運気論に対する傾斜の激しかった宗桂は，中国で当時高水準に達していた数学や天文学に出会い，それらを或る程度中国人の学者から学び取るとともに，関係書目を日本に持ち帰って来たものと考えられる。

吉田宗桂の中国書の請来について

吉田宗桂の事跡をつたえる文章の中で，いちばん注目すべきは，

『宗桂が，たくさんの中国の書籍を携えて，日本国に帰った』というくだりである。

宗桂が持って帰ってきたとおぼしき唐本は，やがて吉田称意館と呼び慣らされる吉田意安歴代の蔵書の中核を占めるようになり，さらに現在それが分散されて日本各地の図書館に所蔵されている。

吉田宗桂の代表的な請来本

「聖済総録」	200冊	（時の明の皇帝，世宗から送られたもの）
「聴雨紀談」	1冊	（現在は成簣堂）
「文録」	1冊	
「医林集」	10冊	
「本草」	10冊	
「図相南北両京路程」	1冊	（「策彦入明記の研究」に収録）
「杜氏通典」	1冊	（吉田如見の時代に徳川家康に献上）
「奇効良方」	1部	（吉田如見の時代に徳川家康に献上）
「千金方」	1部	（吉田如見の時代に徳川秀忠に献上）

等々

内閣文庫の吉田称意館旧蔵本

現在，日本で一番吉田称意館旧蔵本を収容しているのが内閣文庫である。

これらの内閣文庫の吉田称意館旧蔵書の由来を尋ねてみると，一般書は昌平坂学問所の旧蔵書，医学書は医学校の旧蔵書がほとんどである。

吉田称意館旧蔵の中の一般書は，もともとは吉田家から林大学頭や幕府に贈られたものであったと考えられる。

これらの一般書は林家蔵書―湯島聖堂―昌平坂学問所とひきつがれ，最終的に昌平坂学問所の蔵書をすべて所蔵する内閣文庫にこれらが収まったものであろう。

また医学書であるが，これは医学校が吉田称意館旧蔵本を大量に入手していたが，（これは医学校が吉田称意館から購入したものか）これまた内閣文庫に引きつがれたものと推測

される。

ちなみに宗桂か角倉了以を経て，角倉素庵に至るあいだに，中国の算術書である「算法統宗」が吉田・角倉家に輸入されたということがこれまでよく主張されてきたが，いまだに吉田・角倉家旧蔵の確証がある「算法統宗」は発見されていない。

角蔵素庵と吉田光由について

江戸最初期の和算家であった，吉田光由も自分一人で和算家になったわけではない。

これまでの定説によれば，最初は，光由の「和算の師」である毛利重能について勉強したが，毛利重能からは光由の要求するレベルの数学を学ぶことはできなかった。

しかるに，遠縁にあたる角倉素庵にあたってみると，当時の超稀覯本である「算法統宗」を「読む」ことのできる位置にいたばかりでなく，その内容を熟知していた。

したがって吉田光由は，角倉素庵について「算法統宗」を勉強したというふうにこれまでは説明されていた。定説によれば，この本のもとに，吉田光由は「塵劫記」を書いて寛永4年（1627年）の序文をつけて出版する。これが，江戸時代，空前絶後の大ベストセラーになったのであるが，周知のとおり，そもそもこの「塵劫記」という題号からして，天龍寺の高僧玄光につけてもらったばかりでなく，漢文の序文まで書いてもらっている。

本書は，以上のような吉田・角倉一族と天龍寺との密接な関係という，歴史的経緯を充分に意識して行われた出版といえるであろう。

角倉了以の土木治水事業について

角倉了以の土木治水事業というものも，実は，貿易に深く関係している。勘合貿易が，日本と明との海外貿易であったとすれば，土木治水事業のほうは，そもそも国内貿易の便をさらに良くする性格をもっていたと言えよう。

角倉了以は，慶長12年（1607年）に富士川の水路を開いたのをはじめとして，保津川・高瀬川の土木治水工事を行って，水路を走らせ，船で通行可能にした。

基本的に，江戸幕府が樹立したといっても，それまでの日本の政府はわずかの例外を除いて，ずっと上方にあった。

政治の中心が変わったからって，そんなに簡単に経済の中心まで，江戸に移るというわけにはいかない。

当時，最大の生産活動の中心都市はまだ大阪（「天下の台所」）であり，消費活動専門の武士が江戸に移り住んだため商品の生産が追い付かず，むしろ江戸はそれまで以上に極端な物不足に見舞われた。まだまだ，その時点では，上方からのものを「下り物」といって，江戸の人々はありがたがって買っていた。

江戸時代初期には，基本的に上方で物が集積あるいは生産され，船で東に運ばれて江戸で消費された，というのが日本の経済の実態であった。かの有名な三井越後屋がいい例で，江戸の越後屋は，上方の「下り物」を，大阪の越後屋本店からだれよりも早くとりよせ，どこよりも安く売ったのだった。

日本国内を流れる，河川の上流付近の都市から，物資を運びだす為には，川を，貿易船の通行が可能な状態にする必要があった。

治水事業は，洪水対策にもなるし，付近の農業に絶大な影響を与えたであろうし，工事の完成後はすごい地権を吉田・角倉家が握ることになったことだろう。角倉了以は，自分が開拓した水路に通行料をとった結果，膨大な収入を得た。

それもこれも，その始まりはみんな吉田宗恂が徳川家康の支持を得ることに成功したからできたことに他ならない。角倉了以は，弟の吉田宗恂の紹介で徳川家康に拝謁することがかなったことからその成功の糸口をつかんでいる。その後，大阪夏・冬の陣のときには徳川方について，得意の武器の輸送を請け負って大功をあげた。その結果，嵯峨の地の税金を永久に免除されたばかりでなく，淀川の船の通行料まで自分のものにできるようになった。この淀川の過書船の権利こそが，実にその後の角倉家の生命線であったのである。

ただ，吉田・角倉家の偉大なところは，その儲けた金をつまらない遊びに散財したりせず，それを元手に安南国やおそらく中国・朝鮮からさらに書物を輸入して，印刷業をはじめたことである。

また，本阿弥光悦をはじめとする芸術家や，藤原惺窩・林羅山などの学者たちを資金的に援助することによって江戸初期の日本文化に対してはかりしれない貢献をした。(つづく)

論　説

江戸初期和算書の開平・開立(帯縦,相応)のいくつか

内田　孝俊

0．はじめに

江戸初期の和算書を数冊ではあるが読んで，開平・開立（帯縦，開平を含めて）について，そろばんと算木による計算についてであるが，どうしてその計算でよいのか得心したく，特にそろばんによる計算については２乗，３乗の代数の展開式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$を拠り所として，術文に従って展開してみた。他方算木による計算は，『古今算法記』のみを見たのであるが，術文に従った算木による計算の図を算用数字に書き写して確かめ，省略している所は補った上，現在普通に使われている方法（『中国数学史』銭宝綜　水原秀城訳 *P.* 160による）〈ホーナーの方法〉による計算を書き並べて対比させた。

素材とした和算書は，天元術を理解した最初の一人ではないかと言われている沢口一之著『古今算法記』までの江戸時代草創期と言われるだろう頃の下記の６書である。刊行年順に並べたが，『竪亥録仮名抄』は私見ながら『竪亥録』の刊行年として２番目に配置した。しかしこの６書についてそろばんによる計算法は大凡本質的に変わりない様に思う。

Ⅰ．『塵劫記』1634年(寛永11)巻の四　吉田光由

『江戸初期和算選書』第１巻　下平和夫・監修　下平和夫・佐藤健一・編集　勝見英一朗・校注　1990　研成社

Ⅱ．『竪亥録仮名抄』1662(寛文２)二の上　安藤有益

原書印影・現代文字と解説　下平和夫監修　佐藤健一著　1988　研成社

Ⅲ．『算元記』1657(明暦３)中巻　藤岡茂元

『江戸初期和算選書』第２巻(監修・編集Ⅰ．と同じ)　北邑一恵・上野尚享・校注　1991　研成社

Ⅳ．『算法闕疑抄』1659(万治２)　二の巻　磯村吉徳

近世文学資料類従参考文献12近世書誌研究会編　勉誠社[注1)]

Ⅴ．『算俎』1663(寛文３)　巻二　村松茂清

一現代訳と解説一佐藤健一著　昭和62年　研成社

Ⅵ．『古今算法記』1671(寛文11)　巻之二　沢口一之

『江戸初期和算選書』第３巻(監修・編集Ⅰ．と同じ)　清水布夫・校注　1993　研成社

前述のようにⅠ.～Ⅴ.はそろばんによる計算であるが，Ⅵにはそろばんと算木による計算が記載されているので，次の順序で述べて行く，(なお『塵劫記』と『算元記』は開平・開立の両法のみが記載されている)。

1．そろばんによる計算（Ⅰ.～Ⅳ.）

a）開平　b）帯縦開平　c）開立　d）帯縦開立　e）相応開平　f）相応開立

2．算木による計算（Ⅵ）

a）開平　b）帯縦開平　c）開立　d）帯縦開立　e）相応開平　f）相応開立

1．そろばんによる計算

a）開　平

Ⅰ．『塵劫記』開平法(かいへいほう)（６問内，前の２問はそろばん図で詳しい述文，後の４問は問と答のみ）

最初の例を挙げる。

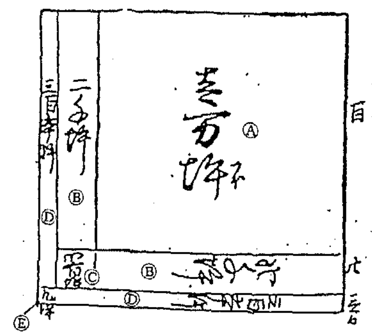
・壱万五千百廿九坪有　これを四方になして

ハなに程(ほど)に成そと云時[注2)]

百廿三間(けん)四方

これを述文に従って展開

すると，次のようになる。



$$15129-\{\overset{Ⓐ}{100}{}^2+(2\times\overset{Ⓑ}{100}+\overset{Ⓒ}{20})\times20+(2\times\overset{Ⓓ}{100}+2\times20+\overset{Ⓔ}{3})\times3\}$$

$$=15129-123^2=0$$

これは商が３桁となる例で文字で表せば：

$$実-\{a^2+(2a+b)b+(2a+2b+c)c\}=実-(a+b+c)^2$$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

$$実-\{a_1{}^2+(2a_1+a_2)a_2+(2a_1+2a_2+a_3)a_3+\cdots\cdots+(2a_1+2a_2+\cdots\cdots+2a_{n-1}+a_n)\times a_n\}$$

$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2$$

Ⅱ．『竪亥録仮名抄』開平式（一位・十位開平に分けて，整数部のある１問と純小数の１問の２問ずつ計４問）

十位開平の整数部のある例を挙げる。不尽があるのはこの１例だけである。

・たとへハ寸歩千五百二十二歩七分五リ六毛を開平方にするには………残歩数三リ九毛五糸一忽六微是不尽なりさて方三尺九寸令二リ二毛と成也

$$1522.756-\{30^2+\underbrace{(2\times30)\times9+9^2}_{(2\times30+9)\times9}+\underbrace{2\times(30+9)\times0.02+0.02^2}_{(2\times30+2\times9+0.02)\times0.02}+2\times(30+9+0.02)\times0.002+0.002^2\}$$

$$=1522.756-\overset{(2\times30+2\times9+2\times0.02+0.002)\times0.002\leftarrow『塵劫記』}{39.022^2}=0.039516(\text{不尽})$$

これは商が5桁となる例で文字で表わせば：

$$実-\{a^2+2ab+b^2+2(a+b)c+c^2+2(a+b+c)d+d^2+2(a+b+c+d)e+e^2\}=実-(a+b+c+d+e)^2$$

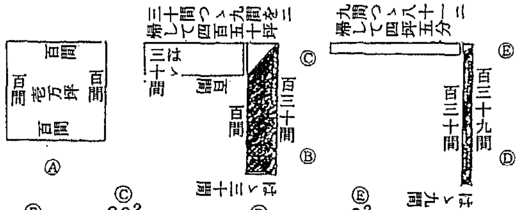
n桁の商ならば次のようになるであろう。

$$実-\{a_1{}^2+2a_1a_2+a_2{}^2+2(a_1+a_2)a_3+a_3{}^2+\cdots\cdots+2(a_1+a_2+\cdots\cdots\cdots\cdots+a_{n-1})a_n+a_n{}^2\}$$

$$=実-(a^1+a^2+\cdots\cdots a_n)^2$$

Ⅲ.『算元記』開平法（かいへい）[注3)]（1問のみ）

・実（じつ）に積置（せきおき）て壱万九千三百式十一有を四方に成事ハ。……[注4)]



[注5)]

$$\frac{19321-\overset{Ⓐ}{100^2}}{2}-\{\overset{Ⓑ}{100\times30}+\overset{Ⓒ}{\frac{30^2}{2}}+\overset{Ⓓ}{(100+30)\times9}+\overset{Ⓔ}{\frac{9^2}{2}}\}\rightarrow139$$

これを文字で表わせば：

$$\frac{実-a^2}{2}-\{ab+\frac{b^2}{2}+(a+b)c+\frac{c^2}{2}\}\rightarrow a+b+c$$

n桁の商ならば次のようになるであろう：

$$\frac{実-a_1{}^2}{2}-\{a_1a_2+\frac{a_2{}^2}{2}+(a_1+a_2)a_3+\frac{a_3{}^2}{2}+\cdots\cdots+(a_1+a_2\cdots\cdots+a_{n-1})a_n+\frac{a_n{}^2}{2}\}$$

$$\rightarrow a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$$

Ⅳ.『算法闕疑抄』開平法式[注6)]（2問は術文，2問は術文がなく，次に挙げる術文のある最初の問の寸歩を間歩にしたものと100倍にしたもので，答のみ，計4問）

・寸歩百五拾壱歩弐分九厘有是を開平法ニして方尺何程ニなるそと問[注7)]

答云　方尺　壱尺弐寸三分

$$151.29-〔\overset{Ⓐ}{10^2}+\overset{Ⓑ}{(2\times10+2)\times2}+\{\underbrace{2\times(10+2)}_{\text{分配している}\leftarrow『塵却記』}\overset{Ⓒ}{+0.3\}\times0.3}〕$$

$$=151.29-12.3^2=0$$

これを文字で表わせば：

$$実-〔a^2+(2a+b)b+\{2(a+b)+c\}c〕=実-(a+b+c)^2$$

n桁の商ならば次のようになるであろう：

$$実-〔a_1{}^2+(2a_1+a_2)a_2+\{2(a_1+a_2)+a_3\}a_3+\cdots\cdots$$

$$+\{2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})+a_n\}a_n〕$$

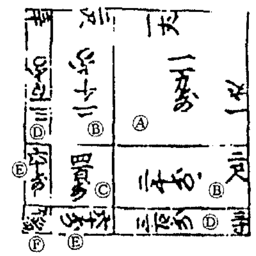
$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)\ (\text{塵劫記と殆んど同じ})$$

Ⅴ.『算俎』開平方法[注8)]

一位・十位開平に各1問があり，1問は答の出し方が他に見られない特異さがあるので両方の例を挙げる。

(i)・今寸歩一万五千百二十九有り四方同寸ニして方幾寸を問[注9)]

答曰 一丈二尺三寸



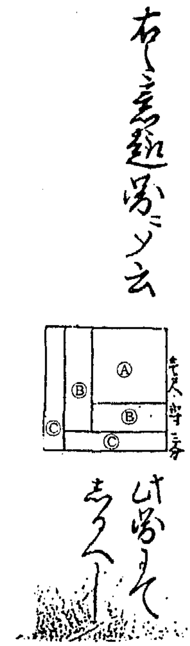
$$15129-\{\overset{Ⓐ}{100^2}+2\times\overset{Ⓑ}{(100\times20)}+\overset{Ⓒ}{20^2}+2\times\overset{Ⓓ}{(100\times3)}+2\times\overset{Ⓔ}{(20\times3)}+\overset{Ⓕ}{3^2}\}$$

$$=15129-123^2+0$$

文字で表せば：

$$実-(a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2)$$

$$=実-(a+b+c)^2$$



n桁の商ならばつぎのようになるであろう：

$$実-(a_1{}^2+2a_1a_2+a_2{}^2+2a_1a_3+2a_2a_3+a_3{}^2+2a_1a_4+2a_2a_4+2a_3a_4+a_4{}^2+\cdots\cdots+2a_1a_n+2a_1a_n+\cdots\cdots+2a_{n-1}a_n+a_n{}^2)$$

$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2$$

(ii)・今寸歩千三百五十二万七千六百八十四歩有四方同寸にして方寸をとふ 答曰 三十六丈七尺五寸

$$13527684-\{3000^2+(2\times300+600)\times600+(2\times300+2\times600+70)\times70+(2\times3000+2\times600+2\times70+8)\times8\}$$

ここまでは，『塵劫記』の計算過程とまったく同じであるが，商を求めるのにつぎのようにしている。

$$\frac{2\times3000+2\times600+2\times70+8+8}{2}=3678$$

上問は4桁の商であるからこれを4桁となる場合を文字で表わせば：

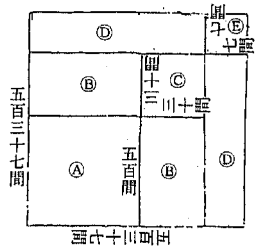
$$実-\{a^2+(2a+b)b+(2a+2b+c)c+(2a+2b+2c+d)d\}\rightarrow\frac{2a+2b+2c+d+d}{2}$$

$$=a+b+c+d$$

n桁の商ならばつぎのようになるであろう：（『塵劫記』の項を参照）

$$\rightarrow\frac{2a_1+2a_2+\cdots\cdots+2a_{n-1}+a_n+a_n}{2}=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$$

Ⅵ.『古今算法記』開平法[注10)]（そろばん図で詳しい術文のある2問。内1例は解法図がある。他に算



木２問（２ａ）を参照））

解法図のある例を挙げる：

・平坪積弐拾八万八千三百六十九歩有　是を四角にしてハ何間四方になるそと問

答曰　五百三十七間四方になると云

$$288369-\{\overset{\text{Ⓐ}}{500^2}+(2\times\overset{\text{Ⓑ}}{500})\times30+\overset{\text{Ⓒ}}{30^2}+(2\times500+2\overset{\text{Ⓓ}}{\times}30)\times7+\overset{\text{Ⓔ}}{7^2}\}=288369-537^2=0$$

解法図では2×(500+30)×7

文字で表せば：

$$実-\{a^2+2ab+b^2+(2a+2b)c+c^2\}=実-(a+b+c)^2$$

$(2a+b)b$　$(2a+2b+c)c$←『塵劫記』,『算俎』(ii)

$2(a+b)c+c^2$←『竪亥録仮名抄』

n桁の商ならばつぎのようになるであろう：

$$実-\{a_1{}^2+2a_1a_2+a_2{}^2+(2a_1+2a_2)a_3+a_3{}^2+(2a_1+2a_2+2a_3)a_4+a_4{}^2+\cdots\cdots$$
$$+(2a_1+2a_2+\cdots\cdots+2a_{n-1})a_n+a_n{}^2\}$$
$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2$$

b）帯縦開平

Ⅱ.『竪亥録仮名抄』帯縦開平（１問．求め方２通り）

・たとえハ寸歩一千五百二十二歩七分五り六毛あるをよこよりたてを一尺五寸長にして縦横いかほとを知にハ……商三尺二寸二分三り是よこの尺数なり……四尺七寸二分三り是たての尺数なり

$$1522.756-[\overset{\text{Ⓐ}}{30^2}+\overset{帯縦}{15}\times\overset{\text{Ⓑ}}{30}+\overset{\text{Ⓒ}}{(2\times30+}\overset{帯}{15})\times2+\overset{\text{Ⓓ}}{2^2}+\{2\times\overset{\text{Ⓔ}}{(30+2)}+\overset{帯}{15}\}\times0.2$$
$$+\overset{\text{Ⓕ}}{0.2^2}+\{2\times(30+\overset{\text{Ⓖ}}{2}+0.2)+\overset{帯}{15}\}\times0.03+\overset{\text{Ⓗ}}{0.03^2}]$$
$$=1522.756-32.23\times(32.23+15)=1522.756-32.23\times47.23$$
$$=0.5331(不尽)$$[注11)]

文字で表わせば：（Dは帯縦を示す。b)を通して同じ）

$$実-[a^2+Da+(2a+D)b+b^2+\{2(a+b)+D\}c+c^2+\{2(a+b+c)+D\}d+d^2]$$
$$=実-(a+b+c+d)(a+b+c+d+D)$$

n桁ならばつぎのようになるであろう。

$$実-[a_1{}^2+Da_1+(2a_1+D)a_2+a_2{}^2+\{2(a_1+a_2)+D\}a_3+a_3{}^2+\cdots\cdots\cdots+\{2(a_1+a_2+\cdots\cdots$$
$$+a_{n-1})+D\}a_n+a_n{}^2]$$
$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$$

（別法）

術文に従って，次のようになる。

$$\sqrt{1522.756+\frac{15^2}{4}}-\frac{15}{2}=\sqrt{1579.006}-\frac{15}{2}$$
$$=39.7367-7.5$$
$$=32.2367-横$$[注12)]

この問題の横をx寸として方程式とすると，

$$x(x+15)+x^2+15x=1522.756$$

両辺に$(\frac{15}{2})^2$を加えて平方式にすると，

$$x^2+15x+(\frac{15}{2})^2=(x+\frac{15}{2})^2=1522.756+(\frac{15}{2})^2$$
$$x+\frac{15}{2}=\sqrt{1522.756+(\frac{15}{2})^2}\ (負号を除いた)$$

従って，$x=\sqrt{1522.756+\frac{15^2}{4}}-\frac{15}{2}=\sqrt{1579.006}-7.5=32.2367\cdots\cdots$

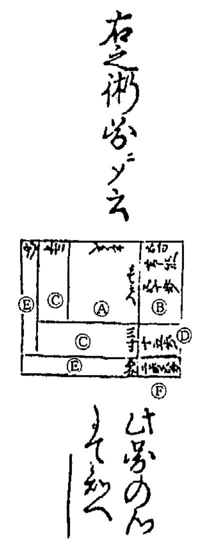
と現代風にはこのように解釈されるであろう。

Ⅳ.『算法闕疑抄』帯縦開平（たいしょうかいへい）（３問．内，術文のあるもの１問）

術文のある問を挙げる。

・寸歩弐百四拾九歩七分五厘有是を縦より横を五寸狭くして縦横何程宛ニ成そと問

答云　縦壱尺八寸五分　横壱尺三寸五分



$$249.75-[\overset{\text{Ⓐ}}{10^2}+\overset{帯}{5}\times\overset{\text{Ⓑ}}{10}+(2\times10+3)\times3+\overset{帯\text{Ⓓ}}{5\times3}+\{2\times(10$$
$$+3)\overset{\text{Ⓔ}}{+}0.5\}\times0.5+\overset{帯}{5}\times\overset{\text{Ⓕ}}{0.5}$$
$$=249.75-13.5(13.5+5)$$
$$=249.75-13.5\times18.5=0$$

文字で表わせば：

$$実-[a^2+Da+(2a+b)b+Db+\{2(a+b)+c\}c+Dc]$$
$$=実-(a+b+c)(a+b+c+D)$$

『竪亥録仮名抄』との違い

n桁ならば次のようになるであろう。

$$実-[a_1{}^2+Da_1+(2a_1+a_2)a_2+Da_2+\{2(a_1+a_2)+a_3\}a_3+Da_3+\cdots\cdots+\{2(a_1+a_2$$
$$+\cdots\cdots+a_{n-1})+a_n\}a_n+Da_n]$$
$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$$

Ⅴ.『算俎』帯縦開平（２問．１問は求め方３通，他の１問は図解のみ）

・㋙寸歩七百二十五歩有横より縦を四寸長くして縦横幾何そと問 答曰 たて二尺九寸よこ二尺五寸

$725-(20^2+\overset{差}{4}\times 20+5^2+\overset{差}{4}\times 5)=200$

これより25と求めている

この書では帯縦を差と言っている。

文字で表わせば：

実$-\{(a^2+Da+b^2+Db)+2ab\}=$実$-(a+b)(a+b+D)\longrightarrow a+b$ [注13)]

（別法１）

術文に従えば，　$\sqrt{775+(\frac{4}{2})^2}=\sqrt{729}+27$

$27+\frac{4}{2}=29$－縦　　$27-\frac{4}{2}=25$－横

と求めている。これは『竪亥録仮名抄』の（別法）と似ているが，縦の方を先に求めているので，それと違うのかも知れない[注14)]。

（別法２）

術文に従って１つの式にまとめて書くと，

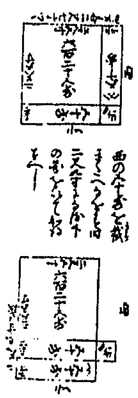
$$\frac{\sqrt{725\times 4+\overset{差}{4^2}}-\overset{差}{4}}{2}=\frac{\sqrt{2916}-4}{2}=\frac{54-4}{2}=\frac{50}{2}=25^{注15)}－横$$

これを文字で表わせば，理解され易く書ける。

（aは縦，bは横）

$$\frac{\sqrt{4ab+D^2}-D}{2}=\frac{\sqrt{4ab+(a-b)^2}-D}{2}=\frac{\sqrt{(a+b)^2}-(a-b)}{2}$$

$$=\frac{|a+b|-(a-b)}{2}=\frac{(a+b)-(a-b)}{2}=b$$



（別法３）

（別法３としてよいかどうか。）ありがな，（別法１）の術文末に「左の図（右の図のこと）を以って帯縦の理を知へし」とあるから，意味不明の本解法の図解とも受取られる。この図によって求めたとすれば，注14）のような求め方をしなくても先に縦でも横でも求められる事になる。つまり『竪亥録仮名抄』の（別法）とまったく同じ求め方をしたといってよい事になる。

Ⅵ．『古今算法記』帯縦開平法（１問，求め方は２通共にそろばん図で術文があると共に解法図がある。他に算木１問（２ｂ）を参照））

・積三百歩有是を縦の間よりよこの間ハ五間短くしてハ縦の間よこの間何間そと問

答曰　縦弐十間　よこ十五間

$300-\{\overset{Ⓐ}{10^2}+\overset{帯}{5}\times\overset{Ⓑ}{10}+(2\times\overset{Ⓒ}{10}+\overset{帯}{5})\times 5+\overset{Ⓓ}{5^2}\}=300-15(15+5)=300-15\times 20=0$ [注16)]

これを文字で表わせば:

実$-\{a^2+Da+(2a+D)b+b^2\}$

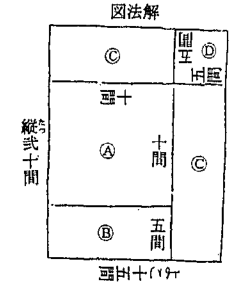
$=$実$-(a+b)(a+b+D)$

n桁ならば次のようになるであろう。

実$-[a_1{}^2+Da_1+(2a_1+D)a_2+a_2{}^2+\{2(a_1+a_2)+D\}a_3+a_3{}^2+\cdots\cdots+\{2(a_1+a_2)+\cdots\cdots+a_{n-1})+D\}a_n+a_n{}^2]$

$=$実$-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$

図法解



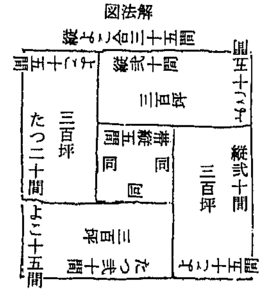
（別法）

$\sqrt{300\times 4+\overset{帯}{5^2}}=\sqrt{1225}=35$

$\frac{35-\overset{帯}{5}}{2}=15$－よこ，$15+5=20$－縦

と求めているので『算俎』（別法２）と同じ方法で「四因積歩法」[注15)]といわれる方法で，ここではその図解がある。

図法解



ｃ）開　立

Ⅰ．『塵劫記』開立法[注17)]（２問，共にそろばん図による詳しい術文がある）

最初の１問を挙げる

・積九垓六京一兆五億四千八百令三坪有右之積を開立にして何程に成そと云時

答云　九百八十七間四方

$961504803-[900^2+\{3\times 900+(900+80)\}\times 80+80^3+\{3\times(900+80)\times(900\times 80+7)\}\times 7+7^3]$

$=961504803-987^3=0$

これを文字で表わせば：

実$-\{a^3+3a(a+b)b+b^3+3(a+b)(a+b+c)c+c^3\}$

$=$実$-(a+b+c)^3$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

実$-\{a_1{}^3+3a_1(a_1+a_2)a_2+a_2{}^3+3(a_1+a_2)(a_1+a_2+a_3)a_3+a_3{}^2+\cdots\cdots+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)a_n+a_n{}^3\}$

$=$実$-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^3$

Ⅱ．『竪亥録仮名抄』開立式（一位・十位・百位に分けて何れも整数部分のあるものと純小数の１問ずつの２問，計６問，内一位十位の各１問の２問を除いた４問は不尽がある）

開立が４桁になる問を挙げる。(他は２桁か３桁)

・たとへハ寸坪千八百八十坪あるを開立法にする時……残坪数九分一リ九毛九忽六微是不尽なり方一尺二寸三分四リ也

$1880-\{10^3+3\times10^2\times2+3\times10\times2^2+2^3+3(10+2)^2\times0.3+3(10+2+0.3)^2\times0.04+3\times(10+2+0.3)\times0.04^2+0.04^3\}$

$=1880-12.34^3$（$=1880-1879.080904$（電卓））$=0.919096$（不尽）（全く末位まで正しい）

これを文字で表わせば：

$実-\{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3(a+b)^2c+3(a+b)c^2+c^3+3(a+b+c)^2d+3(a+b+c)d^2+d^3\}$

$=実-(a+b+c+d)^3$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

$実-\{a_1^3+3a_1^2a_2+3a_1a_2^2+a_2^3+3(a_1+a_2)^2a_3+3(a_1+a_2)a_3^2+a_3^3+\cdots\cdots+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})a_n^2+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})a_n^2+a_n^3\}$

$実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^3$

Ⅲ．『算元記』開立（りう）法（１問）

・実に積九兆六億百五十万令四千八百令三有を。[注18]……（答は不記）

$$\frac{961504803-900^3}{3}-\{900^2\times80+900\times80^2+\frac{80^3}{3}+(900+80)^2\times7+(900+80)\times7^2+\frac{7}{3}\}^3$$

$$=0\longrightarrow\sqrt[3]{961504803}=987$$

これを文字で表わせば：

$$\frac{実-a^3}{3}-\{a^2b+ab^2+\frac{b^3}{3}+(a+b)^2c+(a+b)c^2+\frac{c^3}{3}\}\longrightarrow\sqrt[3]{実}=a+b+c$$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

$$\frac{実-a_1^3}{3}-\{a_1^2a_2+a_1a_2^2+\frac{a_2^2}{3}+(a_1+a_2)^2a_3+(a_1+a_2)a_3^2+\frac{a^3}{3}+\cdots\cdots+(a_1+a_2+\cdots\cdots$$

$$+a_{n-1})^2a_n+(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})a_n^2+\frac{a_n^3}{3}\}\rightarrow\sqrt[3]{実}=a_1a_2+\cdots\cdots+a_n$$

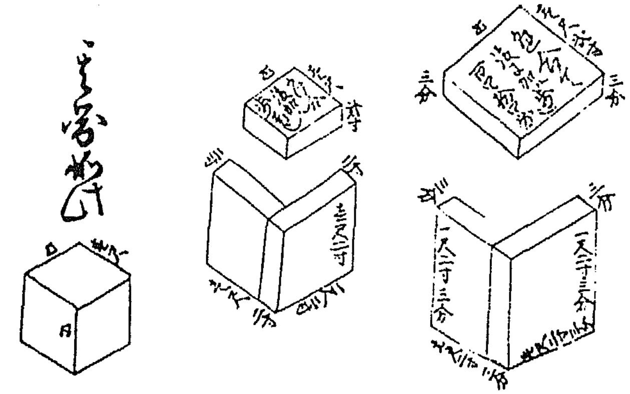
Ⅳ．『算法闕疑抄』開立方式[注19]（一位・十位・百位について各１問の計３問，一位にのみ術文と図解。他は術文もない）

一位の開立で術文と図解のある問を挙げる。

・寸坪千八百六十坪令八分六厘七毛有是を一位開立法ニ用方尺何程と問

答云　方壱尺弐寸三分

$1860.867-[\overset{Ⓐ}{10^3}+\{((10+2)+\overset{Ⓒ}{10)}(10+2)+\overset{Ⓑ}{10^2}\}\times2+\{((10+2+0.3)+(10+2))\overset{Ⓔ}{\times}(10+2+0.3)+(\overset{Ⓓ}{10+2})^2\}\times0.3]$



$=1860.867-12.3^3=0$

これを文字で表わせば

$実-[a^3+\{((a+b)+a)(a+b)+a^2\}b+\{((a+b+c)+(a+b))\times(a+b+c)+(a+b)^2\}c]$

$=実-(a+b+c)^3$

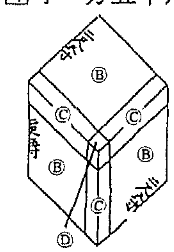
n桁の商ならば次のようになるであろう。

$実-[a_1^3+\{((a_1+a_2)+a_1)(a_1+a_2)+a_1^2\}a_2+\{((a_1+a_2+a_3)+(a_1+a_2))\times(a_1+a_2+a_3)+(a_1+a_2)^2\}a_3+\cdots\cdots+\{((a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)+(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1}))(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)+(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2\}a_n]$

$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^3$

Ⅴ．『算爼』開立方図（１問，術文と図解あり）

・㘞寸一万五千六百二十五坪有是を六面同寸にして方幾何（いくはく）と問 答日 二尺五寸



$15625-(20^3+3\times20^2\times5+3\times20\times5^2+5^3)$

$=15625-25^3=0$[注20]

これを文字で表わせば：

$実-(a^3+3a^2b+3ab^2+c^3)=実-(a+b)^3$

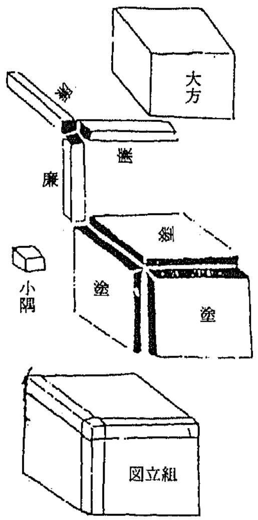
n桁の商ならば次のようになるであろう。

$実-\{a_1^3+3a_1^2a_2+3a_1a_2^2+a_2^3+3(a_1+a_2)^2a_3+3(a_1+a_2)a_3^2+a_3^3+\cdots\cdots+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2a_n+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})a_{n-1}^2+a_n^3\}$

$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^3$

Ⅵ．『古今算法記』開立法[注21]（１問．そろばん図で詳しい術文．改め

て数値の入らない解法図がある．他に算木１問（2ｃ）を参照））



・立坪積千七百弐十八坪有是を四方六面にして何程と問

答日拾弐間四方六面と云

$1728-\{10^2\overset{Ⓐ}{\times}10+(3\times\overset{Ⓑ}{10^2})\times2+(3\times\overset{Ⓒ}{10}+2)\overset{Ⓓ}{\times}2^2\}$ 注22)

$=1728-12^3=0$

これを文字で表わせば：

実$-\{a^3+3a^2b+(3a+b)b^2)\}=$実$-(a+b)^3$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

実$-[a_1{}^3+3a_1{}^2a_2+(3a_1+a_2)a_2{}^2+3(a_1+a_2)^2a_3+\{3(a_1+a_2)+a_3\}a_3{}^2+\cdots\cdots+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2a_n+\{3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})+a_n\}a_n{}^2]$

$=$実$-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^3$

d）　帯縦開立

Ⅱ．『竪亥録仮名抄』帯縦開立（１問．求め方２通り、不尽がある．）

・たとへハ寸坪一億八万八千坪あるを方より高さを三尺長にして方の尺たかさの尺いかほとと知にハ……残坪数八千二百八十八坪是不尽なり方四尺八寸とミゆる也…高さ七尺八寸と成也

$188000-[40^3+40^2\times\overset{帯}{30}+\{3\times40^2+2\times(40\times\overset{帯}{30})\}\times8+3\times40\times8^2+8^2\times\overset{帯}{30}+8^3]$

$=188000-(40+8)^2(40+8+\overset{帯}{30})=188000-48^2\times78$

$=8288$(不尽)

これを文字で表わせば：(Dは帯縦，d）を通して同じ)

実$-\{a^3+a^2D+(3a^2+2aD)b+3ab^2+b^2D+b^3\}=$実$-(a+b)^2(a+b+D)$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

実$-[a_1{}^3+a_1{}^2D+(3a_1{}^2+2a_1D)a_2+3a_1a_2{}^2+a_2{}^2D+a_2{}^3+\{3(a_1+a_2)^2+2(a_1+a_2)D\}a_3+3(a_1+a_2)a_3{}^2+a_3{}^2D+a_3{}^3+\cdots\cdots+\{3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2+2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})D\}a_n+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})a_n{}^2+a_n{}^2D+a_n{}^3]$

$=$実$-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$

(別法)

$188000-[40^2\times(40+\overset{帯}{30})+\underset{40^3+40^2\times30(3\times40^2\times8+8\times30)+8}{\{40^2+2\times40\times(40+\overset{帯}{30})\}}\times8+(3\times40+8+\overset{帯}{30})\times8^2]$

$3\times40\times8+8\times30+8$＊

$=188000-(40+8)^2(40+8+\overset{帯}{30})=188000-48^2\times78$

$=8288$(不尽)

これを文字で表わせば：

実$-[a^2(a+D)+\{a^2+2a(a+D)\}b+(3a+b+D)b^2]$

$=$実$-(a+b)^2(a+b+D)$

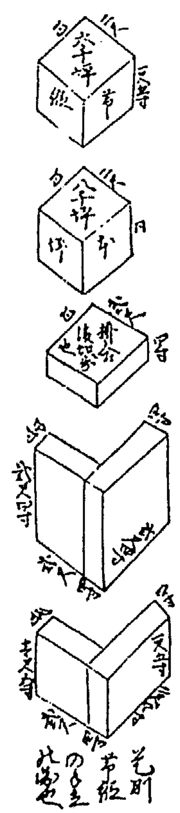
n桁の商ならば次のようになるであろう。

実$-[a_1{}^2(a_1+D)+\{a_1{}^2+2a_1(a_1+D)\}a_2+(3a_1+a_2+D)a_2{}^2+\{(a_1+a_2)^2+2(a_1+a_2)((a_1+a_2)+D)\}a_3+\{3(a_1+a_2)+a_2+D\}a_3{}^2+\cdots\cdots+\{(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2+2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})((a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})+D)a_n+\{3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})+a_n+D\}a_n{}^2]$

$=$実$-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$

Ⅳ．『算法闕疑抄』帯縦開立法（たいしうかいりつほう）（１問．図解がある）

・寸坪弐万弐千四百六拾四坪有是を縦横同尺ニして高さハ壱尺五寸長クして縦横高さをの



をの何程つヽそと問

答云　縦横　弐尺四寸
　　　高　　三尺九寸

$22464-[\overset{Ⓐ}{20^3}+\overset{Ⓑ}{20^2}\times\overset{帯}{15}+\{((20+4)+20)\overset{Ⓓ}{(20+4)}+\overset{Ⓒ}{20^2}\}\times4+\{(20+4)+\overset{Ⓔ}{20}\}\times4\times\overset{帯}{15}]$

$=22464-(20+4)^2(20+4+15)$

$=22464-24^2\times39=0$

これを文字で表わせば：

実$-[a^3+a^2D+\{(a+b)((a+b)+a)+a^2\}b+\{(a+b)+a\}bD]$

$=$実$-(a+b)^2(a+b+D)$

n桁の商ならば次のようであろう。

実$-[a_1{}^3+a_1{}^2D+\{(a_1+a_2)((a_1+a_2)+a_1)+a_1{}^2\}a_2+\{(a_1+a_2)+a_1\}a_2D+\{(a_1+a_2+a_3)((a_1+a_2+a_3)+(a_1+a_2))+(a_1+a_2)^2\}a_3+\{(a_1+a_2+a_3)+(a_1+a_2)\}a_3D+\cdots\cdots+\{(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)((a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)+(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})+(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2\}a_n+\{(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)+(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})\}a_nD]$

$=$実$-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$

V．『算爼』帯縦開立（1問）

・㊀三万七千八百八十八坪有是を厚幅同寸にして竪（たて）をは五寸長くしておのおの幾寸を問 答曰 竪三尺七寸

$$37888-\{30^2+30^2\times\overset{差}{5^2}+(3\times30^2+2\times30\times\overset{差}{5})\times2+3\times30+2^2+\underbrace{2^3+2^2\times}\overset{差}{5}\}$$

$$=37888-(30+2)^2(30+2+\overset{差}{5})=37888-32^2\times37=0$$

『竪』との違い

これを文字で表わせば：

$$実-\{a^3+a^2D+(3a^2+2aD)b+3ab^2+b^3+b^2D\}$$

$$=実-(a+b)^2(a+b+D)$$

n桁の商ならば次のようになるであろう。

$$実-[a_1{}^3+a_1{}^2D+(3a_1{}^2+2a_1D)a_2+3a_1a_2{}^2+a_2{}^3+a_2{}^2D+\{3(a_1+a_2)^2+2(a_1+a_2)D\}$$
$$\times a_3+3(a_1+a_2)a_3{}^2+a_3{}^3+a_3{}^2D+\cdots\cdots+\{3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})^2+2(a_1+a_2+\cdots\cdots$$
$$+a_{n-1})D\}a_n+3(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_{n-1})a_n{}^2+a^3+a_nD]$$

$$=実-(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)^2(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n+D)$$

帯縦開立のそろばんによる計算は，以上の３書に記載されていて，何れも一面が正方形で，高さが正方形の一辺より長い直方体について述べている。

『古今算法記』には３種の直方体について算木による求め方が述べられていて，そろばんによる方法は記載されていない。

e） 相応開平

Ⅱ．『竪亥録仮名抄』相応開平（1問．少々違った求め方の３通り，内１通りは不尽によって生ずる朒数を計算している）

・たとへハ寸歩一千五百二十二歩七分五り六毛[注23] あるをたて八尺横二寸のかっこうにしてこの歩数のたてよこいかほとと知にハ……二丈四尺六寸と成是たて寸なり……よこ六寸一分五りとしるヽなり

$$\frac{1522.756}{80\times2}=\frac{1522.756}{160}=9.5残2.756$$

$\sqrt{80^2\times9.5}=\sqrt{60800}=246$ わり残284 たて246寸

$246\times\dfrac{2}{80}=6.15$(割切れる)　　よこ6.15寸

朒数（誤差）が示されている。

$1522.756-246\times6.15=1522.756-1512.9=9.856$

これを「朒」といつている。

以上を文字で表わせば次のようになろう。

a，A：たて　b，B：よこ　s，S：面積。小文字は与えられた長方形，大文字は求める長方形の辺の長さを表わす。e）相応開平を通じて文字の表わし方は同じ。

$a:A=b:B$より$B=A\cdot\dfrac{b}{a}$

また　$s:S=ab:AB=a^2:A^2$[注24]

これより　$A^2=a^2\cdot\dfrac{S}{s}$，$A=\sqrt{a^2\cdot\dfrac{S}{s}}$

$$A'=\sqrt{a^2\cdot\frac{S}{s}}=\sqrt{80^2\times\frac{1522.756}{80\times2}}\fallingdotseq\sqrt{6400\times9.5}(余り2.756)$$

$$=\sqrt{6400\times9.5}=\sqrt{60800}=246(余り284)——たて$$

$$B'=A'\cdot\frac{b}{a}=246\times\frac{2}{80}=6.15(割り切れる)——よこ$$

朒数：$AB-A'B'=1522.756-246\times6.15=9.856$

（別法１）

$$\sqrt{\frac{1522.756\times80}{2}}=\sqrt{60910.24}=246.8(開き切れる)——たて$$

$$\frac{246.8\times2}{80}=6.17(割り切れる)——よこ$$

この場合は前法とは縦横の値が異なり朒数が出ない。

以上を文字で表すのに，縦Aの導き方に2通り考えてみた。

(i)　$A^2:S=A^2:AB=A:B=a:b$[注25]

これより　$A^2=\dfrac{Sa}{b}$，$A=\sqrt{\dfrac{Sa}{b}}$

(ii)　または前法の式の変形である。

$$A=\sqrt{a^2\cdot\frac{S}{s}}=\sqrt{a^2\cdot\frac{S}{ab}}=\sqrt{\frac{Sa}{b}}$$

いずれにしても

$$A=\sqrt{\frac{Sa}{b}}=\sqrt{\frac{1522.756\times80}{2}}=\sqrt{60910.24}=246.8(開き切れる)——たて$$

Bは前法の式から

$$B=A\cdot\frac{b}{a}=\frac{A\cdot b}{a}=\frac{246.8\times2}{80}=6.17(割切れる)——よこ$$

（別法２）

この求め方は（別法１）と基本的に同じ方法であって，先にたてを求めたものを，先に

よこを求めたに過ぎない。したがって別法といってよいものかどうか。この事は他の書物にも見られた事である。

（別法１）(i)(ii)と同様にして，$B^2=\dfrac{Sb}{a}$ から，$B=\sqrt{\dfrac{Sb}{a}}$ が求まる。したがって，

$$B=\sqrt{\frac{Sb}{a}}=\sqrt{\frac{1522.756\times2}{80}}=\sqrt{38.0689}=6.17\text{(開き切れる)}\text{——よこ}$$

$$A=B\cdot\frac{a}{b}=\frac{B\cdot a}{b}=\frac{6.17\times80}{2}=246.8\text{——たて}$$

Ⅳ.『算法闕疑抄』相応開平（さうをうかいへい）（１問は求め方３通り，他に名数の異なる２問，これは答えのみ）

・今縦六尺横三尺の板有此歩数を一倍ニ〆古形に応して新形を作る時新形の縦何程横何程そと問

　　　縦八尺四寸八分五厘弐毛八糸
答云　横四尺弐寸四分弐厘六毛四糸
　　　不尽壱毛壱糸六忽六微令八秒[注26)]

$60\times30\times2=3600$

$$\sqrt{3600\times\frac{30}{60}}=\sqrt{1800}=42.4264\text{（開き切れない。8桁電卓}=42.426406\text{）——よこ}$$

$$\sqrt{3600\times\frac{60}{30}}=\sqrt{7200}=84.8528\text{（開き切れない。8桁電卓}=84.852813\text{）——たて}$$

以上を文字で表わすとすれば，『竪亥録仮名抄』の（別法２，１）の式を用いている事になる。

$$B=\sqrt{\frac{Sb}{a}}=\sqrt{S\cdot\frac{a}{b}},\quad A=\sqrt{\frac{Sa}{b}}=\sqrt{S\cdot\frac{a}{b}}$$

（別法１）

$\sqrt{60^2\times2}=\sqrt{7200}=84.8528$——たて

（別法２）

$\sqrt{30^2\times2}=\sqrt{1800}=42.4264$——よこ

（別法１，２）は，単に先に縦を求めるか横を求めるかの違いだけで，用いた式は『竪亥録仮名抄』における，

$$A=\sqrt{a^2\cdot\frac{S}{s}}$$

と同様にして導かれる，$B=\sqrt{b^2\cdot\dfrac{S}{s}}$

を用いている。

Ⅴ.『算爼』相応開平（１問）

・今寸歩二千有縦（たて）二尺五寸横二尺の相応を用て縦横（たてよこ）幾寸宛と問 答曰 縦五尺・横四尺

$\sqrt{\dfrac{2000\times25}{20}}=\sqrt{2500}=50$——たて

$\sqrt{\dfrac{2000\times20}{25}}=\sqrt{1600}=40$——よこ

文字で表わせば，『竪亥録仮名抄』における　$A=\sqrt{\dfrac{Sa}{b}}$，　$B=\sqrt{\dfrac{Sb}{a}}$　を用いている。

f）相応開立

Ⅱ.『竪亥録仮名抄』相応開立（２問，１問は求め方２通り。他の１問は，また異なる求め方をしている。２問ともに不尽が出る）

この本では一面が正方形の直方体の相応について取扱っている。

・たとへハ寸坪一万八千八百坪あるを方四寸に高さ二寸五分のかつこうにしてこの坪数の方寸高さの寸いかほとを知にハ……一尺六寸七分高さ也不尽四十二坪五分三リ七毛…方三尺三寸四分としるゝなり

$$\sqrt[3]{\frac{18800}{5^2\times2.5}\times2.5^3}=\sqrt[3]{\frac{18800}{6.25}\times2.5^3}=\sqrt[3]{300.8\times2.5^3}$$

$=\sqrt[3]{300.8\times15.625}=\sqrt[3]{4700}=16.7$（不尽42.537）——高さ

$\dfrac{16.7}{2.5}=33.4$（割り切れる）——方

○朒数を２通りの方法で求めている。

(i)　$18800-33.4^2\times16.7=18800-18629.852=170,\ 148$

(ii)　$\dfrac{42.537\times5^2\times2.5}{2.5^3}=\dfrac{2658.5625}{15.625}=170.148$

以上の計算を文字で表わす。a，A：方，b，B：高さ，v，V：坪数，小文字は与えられた直方体，大文字は求める直方体の長さを示す。

$$v:V=a^2b:A^2B=\begin{cases}a^3:A^3 & (b:B=a:A\ \text{として})\\ b^3:B^3 & (a^2:A^2=b^2:B^2\text{と して})\end{cases}$$

これより　$B^3=\dfrac{V}{v}\cdot b^3$，$B=\sqrt[3]{\dfrac{V}{v}\cdot b^3}$

$$B=\sqrt[3]{\frac{V}{v}\cdot b^3}=\sqrt[3]{\frac{18800}{5^2\times2.5}\times2.5^3}=\sqrt[3]{\frac{18800}{62.5}\times15.625}=\sqrt[3]{4700}$$

$=16.7$（不尽42.537），$B'=16.7$

$a:A=b:B$　より　$A=\dfrac{B\cdot a}{b}$

$A'=\dfrac{B\cdot a}{b}=\dfrac{16.7\times 5}{2.5}=33.4$

○朒数

（i）$A^2B-A'^2B'=18800-33.4^2\times 16.7=170.148$

（ii）V''：朒（の体積），B''：Bの不尽（誤差）

とすれば，　$B''=\sqrt[3]{B^3-B'^{3\prime}}\,(B'^3=B^3-B'^3)$

$v:V''=a^2b:V''=b^3:B''^3$（「朒も相応する一辺の立方に比例する」一朒も v に相似な直方体と考えて）

これより　$V''=\dfrac{B''^3\cdot a^2b}{b^3}=\dfrac{(B^3-B'^3)\,a^2b}{b^3}=\dfrac{42.537\times 5^2\times 2.5}{2.5^3}=170.148$[注27)]

（別法）

$\sqrt[3]{\dfrac{18800\times 5}{2.5}}=\sqrt[3]{37600}=33.5$（不尽4.625）――方寸

$\dfrac{33.5\times 2.5}{5}=16.75$――高さ

文字で表わせば：

$A^3:V=A^3:A^2B=A:B=a:b$[注28)]

これより　$A^3=\dfrac{V\cdot a}{b}$　，　$A=\sqrt[3]{\dfrac{V\cdot a}{b}}$[注29)]

よって，$A=\sqrt[3]{\dfrac{V\cdot a}{b}}=\sqrt[3]{\dfrac{18800\times 5}{2.5}}=33.5$（不尽4.625）――方寸

$B=\dfrac{Ab}{a}=\dfrac{33.5\times 2.5}{5}=16.75$――高さ

（別解）

前問とは違った問になっていて，しかも前問とは違った求め方をしているので，（別解）とした。問は要点のみ書くことにする。

・寸坪千八百八十坪，方五寸，高二尺五寸のわりに……

$\sqrt[3]{\dfrac{1880}{\left(\dfrac{5}{2.5}\right)^2}}=\sqrt[3]{\dfrac{1880}{2^2}}=\sqrt[3]{470}=7.77$（不尽0.902567としている。実際は0.90257）――高

$7.77\times 2=15.54$――方

朒数：$0.902567\times 4=3.610268$

以上の計算を文字で表わせば：

$B^3:V^3=B^3:A^2B=B^2:A^2+b^2:a^2=1:\left(\dfrac{a}{b}\right)^2$

これより，$B^3=\dfrac{V}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^2}$ ，$B=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\left(\dfrac{a}{b}\right)^2}}=\sqrt[3]{\dfrac{1880}{\left(\dfrac{5}{2.5}\right)^2}}=\sqrt[3]{\dfrac{1880}{2^2}}$

とし、$A=B\left(\dfrac{a}{b}\right)=7.77\times\dfrac{5}{2.5}=7.77\times 2$

として求めている。

朒数は（別法）(ii)による式

$V''=\dfrac{(B^3-B'^3)\,a^2b}{b^3}=(B^3-B'^3)\left(\dfrac{a}{b}\right)^2$

$=0.902567\times 2^2$

としている事になろうか。

Ⅳ．『算法闕疑抄』相応開立法（5問，1問は一面が正方形，1問は三辺とも異なる直方体の相応，他の3問は術文がない）

術文のある2問を挙げる。

・今口四寸九分四方深サ弐寸七分の舛有是ニ相応，壱升弐合五夕入ヲ作ル時口の方何程深さ何程と問

　答云　口五寸弐分七リ八毛三糸六忽四方　深弐寸九分令八毛四糸五忽壱微

$\sqrt[3]{4.9^3\times 1.25}=\sqrt[3]{117.649\times 1.25}=\sqrt[3]{147.06125}\fallingdotseq 5.27836$――口

$\dfrac{5.27836\times 2.7}{4.9}=\dfrac{14.251572}{4.9}=2.908451$としているが$2.908484$となる。

これを式で表わせば：

$A^3:V=A^3:A^2B=A:B=a:b=a^3:a^2b=a^3:v$[注30)]

これより　$v:V=a^3:A^3$

$A=\sqrt[3]{a^3\cdot\dfrac{V}{v}}=\sqrt[3]{4.9^3\times\dfrac{1.25}{1}}=\sqrt[3]{4.9^3\times 1.25}=\sqrt[3]{147.06125}$

$=5.27836\cdots\cdots$

$B=\dfrac{Ab}{a}=\dfrac{5.27836\times 2.7}{4.9}=\dfrac{14.251572}{4.9}=2.908484\cdots\cdots$

（口四寸九分四方で深さが弐寸七分の舛は京舛の1升にあたるのでここでは $v=1$ となる。）

次に直方体の三辺の長さが皆異なる問を挙げる。

・今長一丈六尺幅五尺弐寸厚壱尺八寸の平物有此坪数の八倍にて此平物ニ応シて作り申して長幅厚何程つヽそと問

答云　長三丈弐尺　幅壱丈令四寸　厚三尺六寸

$\sqrt[3]{16^3\times8}=\sqrt[3]{32768}=32$（開き切れる）——長

$\dfrac{32\times5.2}{16}=10.4$（割り切れる）——幅

$\dfrac{32\times1.8}{16}=3.6$（割り切れる）——厚

以上を文字で表わせば：

$v:V=abc:ABC=a^3:A^3$[注31)]

これより　$A=\sqrt[3]{a^3\cdot\dfrac{V}{v}}=\sqrt[3]{16^3\times8}=\sqrt[3]{4096\times8}=\sqrt[3]{32768}$

$=32$——長

$a:b:c=A:B:C$　より　$B=\dfrac{Ab}{a}=\dfrac{32\times5.2}{16}=10.4$——幅

$C=\dfrac{Ac}{a}=\dfrac{32\times1.8}{16}=3.6$——厚

V．『算俎』相応開立（1問．三辺とも長さが異なる）

・今寸坪二千六百八十八坪有是を厚六寸幅七寸竪八寸の相応を用て竪の寸幾何をとふ $\boxed{答曰}$ 一尺六寸

$\sqrt[3]{\dfrac{2688\times8^3}{6\times7\times8}}=\sqrt[3]{\dfrac{2688\times512}{6\times7\times8}}=\sqrt[3]{\dfrac{1376256}{336}}$（割切れて）$=\sqrt[3]{4096}$（開き切れて）$=16$——竪

これを文字で表わせば：

$v:V=a^3:A^3=b^3:B^3=c^3:C^3$[注32)]

これより　$A=\sqrt[3]{\dfrac{Va^3}{v}}=\sqrt[3]{\dfrac{2688\times8^3}{6\times7\times8}}=\sqrt[3]{\dfrac{1376256}{336}}$（割切れて）$=\sqrt[3]{4096}=16$——竪

「又厚幅をもとむるも同じこヽろ也」とあるから，同様にして

$B=\sqrt[3]{\dfrac{Vb^3}{v}}$，$C=\sqrt[3]{\dfrac{Vc^3}{v}}$　より求めるのであろう。

（次号につづく）

注

1)　西田知己氏の御好意による上智大学所蔵本の印字コピーである．御礼申し上げる．

2)　問文，答文の表現が著者それぞれニュアンスがあって面白いので原文通り挙げた．以下同様．

3)　目録には開平法とふりがながついている．

4)　問，答，術文の形式をとらず，図についての説明文があり，，答は記載されていない．

5)　実際は，図の配置の順序は左右逆である．

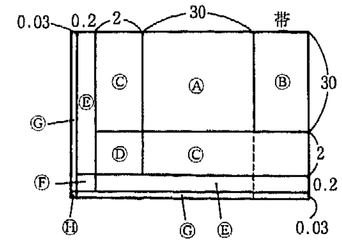
6)　目録には開平法とふりがながついている．

7)　数値の並びは『塵劫記』の所で挙げた問と同じ．

8)　目録は開平方．冒頭の開平位の説明中に開平とふりがながついている．

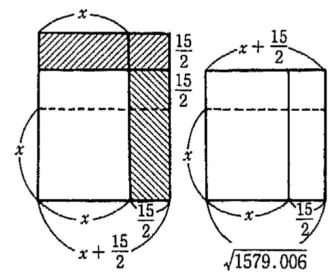
9)　『塵劫記』の所で挙げた問の数値と同じ．計算も似ている．

10)　目録（とは書いていないが）に相当する所では開平法とふりがながついている．



11)　『算法闕疑抄』の解法図より類推すれば，右図のようになるとおもわれる．

12)　これを右図のように考えたであろうと，「数学研究発表会」(1994.9.24) で発表したところ，本会長佐藤先生から日数教（三重）全国大会で発表された論文（平成6.8.5.）をいただき（後で同様な図解が『算俎』にあることを知る）．それによると，『増補算法図解大全』（1848刊，山田安山子輯）に記載されていることを指摘されていると同時に，また　$x^2+px=g$　より　$x=\sqrt{g+\left(\dfrac{p}{2}\right)^2}-\dfrac{p}{2}$　を得，これを「アル・フワーリズミの公式」という事も指摘されている．(『カジョリ初等数学史』上 小倉金之助補訳共立全書（昭56）p.151，152，に記載されてある事，また『数学セミナー』別刷『100人の数学者』におけるアル・フワーリズミの項にも気づかせていただいた)．佐藤先生の御教示や御好意に厚く御礼申し上げます．



13)　2桁なので3桁以上 n 桁は不詳．

14)　つぎのように求めたとも考えられるが……

$x=u+\dfrac{4}{2}$——縦，$y=u+\dfrac{4}{2}$——横　とおくと，

$xy=\left(u+\dfrac{4}{2}\right)\left(u-\dfrac{4}{2}\right)=u^2-\left(\dfrac{4}{2}\right)^2=725$

$u^2=725+\left(\dfrac{4}{2}\right)^2=729$，$u=\sqrt{729}=27$

$x=u+\dfrac{4}{2}=27+2=29$，$y=u-\dfrac{4}{2}=27-2=25$

上記 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ は，既にバビロニアの時代に知られていたものと思われる．

15)　この求め方はつぎに出て来る『古今算法記』（別法）と同じ方法であるので，そこにある解法図を参考にして書くと，右の図のようになるであろう．このような解法図は他の和算書にもあると思われるが，『算法勿憚改』村瀬義益に載っている．なお，この方法は，前注12) の佐藤先生の発表論文中に「四因積歩法」という，とある．また，前注12) の佐藤先生の発表論文と同時に『新編算学稽古大全（増補版改算記大全）』松岡良助（文化1808発行）を貸与して下さった．その平方帯縦の所を見るとまた少々違った求め方をしているように思え

る：平方帯縦

・直積三百十五歩の差六寸にして長平を問

答曰　長弐尺壱寸

平壱尺五寸

術曰差六寸を置て半三寸自レ之九歩積三百十五歩を加へともに三百二十四歩開ニ平方一十八寸差半三寸加へ長二尺壱寸を得る内差六寸減余平一尺五寸を得る合レ問

術文を今様にそのまま書くと

$\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$，$9+315=324$，$\sqrt{324}=18$，$\frac{6}{2}+18=21$——長，$21-6=15$——平となるのである．この計算を平を未知数 x として方程式を作って計算してみると，

$x(x+6)=x^2+6x=315$，$x^2+6x+\left(\frac{6}{2}\right)^2=\left(x+\frac{6}{2}\right)^2=315+9=324$，$x+\frac{6}{2}=\sqrt{324}=18$，$x+6=\left(x+\frac{6}{2}\right)+\frac{6}{2}=18+\frac{6}{2}=21$——長，$21-6=15$——平

として求めたように考えられるが，図があるのであるから，つぎのように考えたようにも思える．

$(和半)^2=(長\times平)+(差半巾)=(直積)+(差半巾)$

$(和半)^2=315+\left(\frac{6}{2}\right)^2=315+9=324$

和半$=\sqrt{324}=18$，(和半)＋(半巾)＝長より

$18+\frac{6}{2}=21$——長，長－差＝平　より

$21-6=15$——平

これを a：長，b：平，$D=a-b$　として文字で表わせば，

$ab+\left(\frac{D}{2}\right)^2=ab+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

$315+\left(\frac{6}{2}\right)^2=315+9=324=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$，$\frac{a+b}{2}=\sqrt{324}=18$

$\frac{a+b}{2}+\frac{D}{2}=\frac{a+b}{2}+\frac{a-b}{2}=a$，$a=18+\frac{6}{2}=21$，$b=a-D=21-6=15$

なお，同書には続いてつぎの問がある．

・寸平積一百八十歩長平和して二十七寸長平を問　　答曰　長壱尺五寸　平壱尺弐寸

図によって術文に従うと（術文の最後に「前回のごとし」と添え書きがある）．

$\sqrt{和半^2-平積}+和半=差半+和半=長$より

$\sqrt{\left(\frac{27}{2}\right)^2-180}+\frac{27}{2}=15$－長，和－長＝平　より　$27-15=12$－平

文字で表わせば，

$\sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-ab}+\frac{a+b}{2}=\sqrt{\left(\frac{a-b}{2}\right)^2}+\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}+\frac{a+b}{2}=a$，$(a+b)-a=b$ となる．

佐藤先生の御好意には，重ね重ね御礼申し上げます．

16)　ここでは２桁であるが，『竪亥録仮名抄』とおなじよう．

17)　巻の四目録には「第五開立法図あり」とあり，本文ではすべて開立となっている．

18)　この数値は『塵劫記』で挙げた問とおなじ．数の呼称に違いがあるだけ．

19)　目録には開立法とふりがながある．

20)　ここでも２桁であるが，『竪亥録仮名抄』と同じよう．『算元記』とも似ている．

21)　（目録と書いていないが）二巻の所（p.8）に「開平法并開立法とふりがながあり，本文中には「……いにしへより商実法廉隅を分て開平開立を行なふ法有りといへとも……」(p.88) とふりがながある．

22)　術文による計算過程と図解によるものと少々違う．つまり，$(3\times10+2)\times2^2=3\times10\times2^2+2^3$　として分配した形をしている．このような区別はもうすでにしていなかったのでないだろうか．本論文の開平法の所（p.5）でも見えていた事であるが．（御教示下さい）

23)　この数値は，同書の帯縦開平に挙げたものと同じ．

24)　これであれば，「相似な長方形の面積は一辺の平方に比例する」という概念が入っている事になる．

25)　これであれば，前注24）の概念が入っていない事になる．

26)　術文にはその計算はないが，この不尽は『竪亥録仮名抄』でいうところの朒にあたるらしい．$AB-A'B'=2\times60\times30-42.4264\times84.8528=3600-3599.99883392=0.00116608$　と出て末位までまったくあっている．

27)　これは，しかし　$A^2B:a^2b=B^3:b^3, A'^2B':a^2b=B'^3:b^3$　より　$A^2B=B^3\cdot\frac{a^2b}{b^3}$，$A'^2B'=B'^3\frac{a^2b}{b^3}$，したがって，$A^2B-A'^2B'=\frac{(B^3-B'^3)a^2b}{b^3}=\frac{42.537\times5^2\times2.5}{2.5^3}=\frac{2658.5625}{15.625}=170.148$　としても求められる．いずれの方法で求めたのであろうか．

28)　これであれば，「一面が正方形である相似な直方体の体積は一辺の立方に比例する」という概念が入っていない事になる．

29)　もちろん「一辺の立方に比例する」という概念を用いて，$A^3=\frac{V}{v}\cdot a^3=\frac{V}{a^2b}\cdot a^3=\frac{Va}{b}$　より $A=\sqrt[3]{\frac{Va}{b}}$　としても求められる．

30)　注28）と同様．

31)　これは三辺の長さが異なるから，「各辺の立方に比例する」という概念が必要となる．

32)　これは，前注31）と同じ．

桑本才次郎の『学習記』について

藤井　貞雄

1．はじめに

桑本才次郎は天保元年（1830）津和野に生れた。津和野藩の藩校・養老館で木村俊左衛門について数学を学び，嘉永２年（1849）数え年わずか20歳で，養老館の関流数学世話方を拝命している。津和野藩では才次郎の才能を認め，江戸の内田五観の詳証塾に入塾させたが，才次郎は入塾の年に早くも関流免許状のうち，見題，隠題，伏題免許を授けられた。このことは養老館の数学のレベルの高さを物語るものであろうが，才次郎が稀に見る逸材であったことを示すものとも言える。

桑本才次郎の遺稿は「桑本文庫」として津和野郷土館に保存されている。その中に『関流算法 学習記』と題する写本があるが，これには弘化２年（1845）の年紀が記されている。才次郎の15歳までの和算学習の記録のようである。このなかには図形に関する問題60問の解が書かれている。

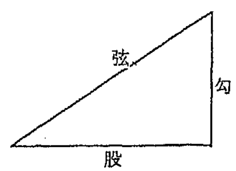
和算家は推論を進める際に用いた基礎事項を，既知のものとして説明なしで使用することがしばしばある。桑本才次郎もその例外ではない。本編では才次郎が『学習記』の解を記すに当って用いた主な基礎事項を「定理」「公式」として初めに列挙した。この中には問題として掲げられ，その証明が記されているものも含んでいる。さらに『学習記』から７問を選んで才次郎の解を解説し，『学習記』の紹介を試みるものである。

2．『学習記』に見られる主な「定理」「公式」

——関連問題——

1 ピタゴラスの定理

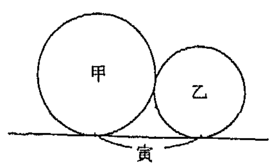
勾²＋股²＝弦²



（多数）

2 ２接点間の距離

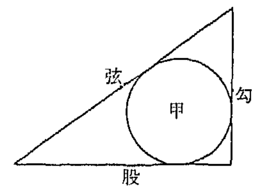
寅＝甲×乙



第４問，第10問，第14問，第42問，第43問，第50問，第52問，第57問，第59問

3 直角三角形の内接円の直径

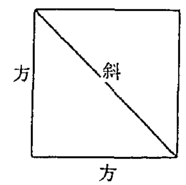
甲円径＝股＋勾－弦



第２問，第13問，第37問，第41問，第59問

4 正方形の対角線

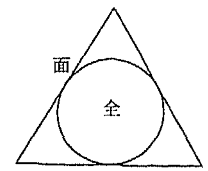
$$方=\frac{斜}{\sqrt{2}}$$



第４問，第36問，第43問，第59問

5 正三角形の内接円

$$全=\frac{面}{\sqrt{3}}$$



第60問

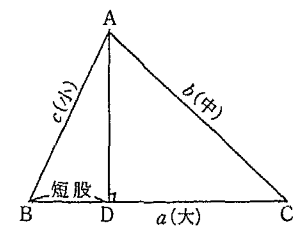
6 余弦定理

大²＋小²－中²＝2大×短股

第11問，第24問，第31問，第56問，

△ＡＢＣにおいて，ＢＣ＝a，ＣＡ＝b，ＡＢ＝c，面積をＳで表すと，余弦定理は

$$b^2=a^2+c^2-2ca\cos B \quad 等$$



と表される。これを次のように変形すると

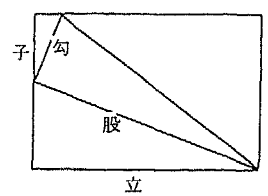
$$a^2+c^2-b^2=2ca\cos B$$
$$=2a(c\cos B)=2a\times BD$$

となり，上記の式　大²＋小²－中²＝2大×短股　が得られる。

7 図形の相似

① 三角形

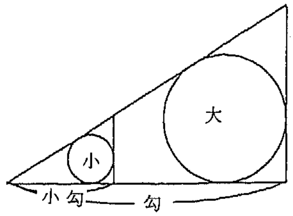
立：股＝子：勾



第３問，第10問，第12問，第22問，第42問，第55問，第60問

② 三角形と円

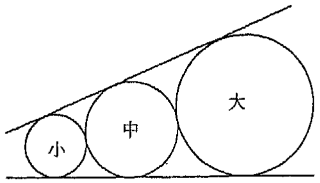
小：大＝小勾：勾



第13問，第18問，第23問，第33問，第34問，第35問，第37問，第40問，第41問，第50問，第59問，第60問

③ 円

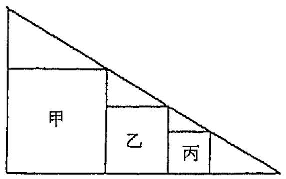
大×小＝中^2



第21問

④ 正方形

甲×丙＝乙^2



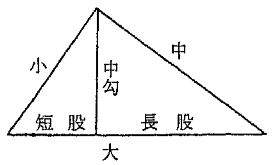
第45問

8 直角三角形の直角頂からの垂線

小^2＝短股×大

中勾^2＝短股×長股

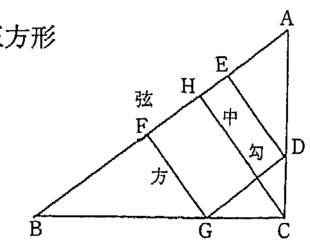
中^2＝長股×大



第48問

9 直角三角形に内接する正方形

$$方=\frac{弦\times中勾}{弦+中勾}$$



第17問

第17問では次のように証明している。

△ABC＝(△ADH＋△BGH)＋四角形CDHG

$$=\frac{1}{2}方\times弦+\frac{1}{2}方\times中勾=\frac{1}{2}方(弦+中勾)$$

また，$\triangle ABC=\frac{1}{2}AB\times CH=\frac{1}{2}弦\times中勾$

よって　方(弦＋中勾)＝弦×中勾　　$\therefore\ 方=\frac{弦\times中勾}{弦+中勾}$

10 ヘロンの公式　　第30問

第30問は三辺の長さを与えて内接円の直径を求める問題である。

△ABCの３辺の長さを a，b，c，$2s=a+b+c$，面積をSとおくと，

ヘロンの公式により　$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

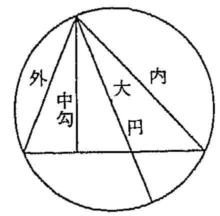
また，内接円の半径を γ とすると，$S=\gamma s$ であるから，この２式から

$$\gamma=\frac{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}{s}$$

第30問の術文はこの式と合致する。

11 円に内接する三角形

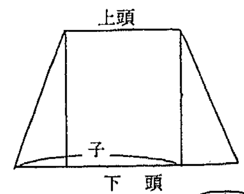
$$大円=\frac{内\times外}{中勾}$$



第48問

12 等脚台形

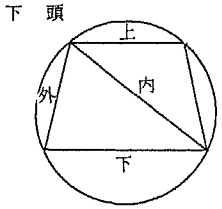
上頭＋下頭＝２子



第48問

13 円に内接する等脚台形

内^2－上×下＝外^2



第48問

トレミーの定理を用いると簡単に証明されるが，つぎのような証明も考えられる。

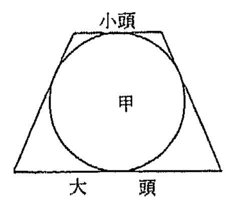
内^2－外^2＝長股^2－短股^2

＝(長股＋短股)(長股－短股)

＝上×下

14 円に外接する等脚台形

大頭×小頭＝甲円径^2



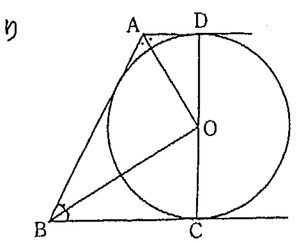
第42問

右図において　　△ADO∽△OCB　　より

AD：OD＝OC：BC

$$\therefore\ \frac{小頭}{2}:\frac{甲}{2}=\frac{甲}{2}:\frac{大頭}{2}$$

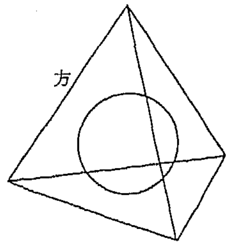
よって　　大頭×小頭＝甲^2



⑮　正四面体に内接する球

第44問

球の直径＝$\frac{方}{\sqrt{6}}$



【桑本才次郎の解】

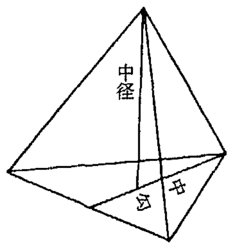
$\frac{3}{4}$方^2＝中勾^2　　平方に開く　$\frac{\sqrt{3}}{2}$方＝中勾

両辺に方を掛けて，２で割ると

三角積(底面積)＝$\frac{\sqrt{3}}{4}$方^2

$\frac{2}{3}$中勾＝$\frac{\sqrt{3}}{3}$方　　であるから　　方$^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}方\right)^2$＝中径^2

よって　　中径^2＝$\frac{2}{3}$方^2　　中径＝$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$方



全積(三角錐の体積)＝$\frac{1}{3}$三角積×中径

＝$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}$方$^2\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$方＝$\frac{1}{3\sqrt{8}}$方^3

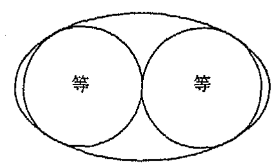
また，全積＝$\left(三角積\times\frac{球径}{2}\times\frac{1}{3}\right)\times 4$　であるから

球径＝$\frac{3全積}{2三角積}=\frac{方^3}{2\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{3}方^2}=\frac{方}{\sqrt{6}}$(答)

⑯　楕円に内接する２等円

等円径＝$\sqrt{1-\left(\frac{短径}{長径}\right)^2}\times$短径

第54問



第54問は『算法天生法指南』巻之五177と同一である。『算法天生法』の解は巻之五176の結果を利用している。桑本才次郎の解は次のとおりである。

比例により

短^2：(長^2−短^2)＝(短^2−等^2)：等^2……①

(長^2−短^2)(短^2−等^2)＝短^2×等^2

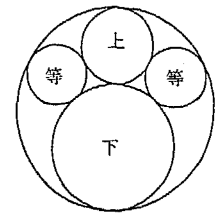
∴　等^2＝$\frac{短^2(長^2-短^2)}{長^2}$

①式を求めるには短径を直径とする球を２個外接して，円柱内に内接させて，２球の接点を通る平面で斜に切った断面図を描くことによって，計算式が得られる。

3.　問題の解説

第31問

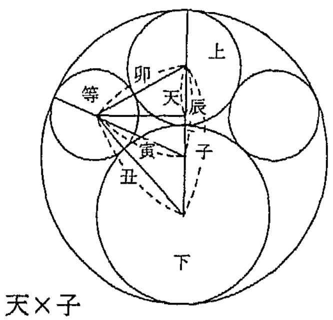
【題意】　上円，下円，および等円２個が，図のように互いに外接し円に内接している。上円と下円の直径を与えて，等円径を求める。



【解】

$\frac{上}{2}+\frac{下}{2}$＝子　　　$\frac{下}{2}+\frac{等}{2}$＝丑

$\frac{上}{2}+\frac{等}{2}$＝卯



⑥より

子^2＋卯^2−丑^2＝２天×子

$\left(\frac{上}{2}+\frac{下}{2}\right)^2+\left(\frac{上}{2}+\frac{等}{2}\right)^2-\left(\frac{下}{2}+\frac{等}{2}\right)^2$＝２天×子

$\frac{上^2}{2}+\frac{上\times下}{2}+\frac{上\times等}{2}-\frac{下\times等}{2}$＝２天×子 ……………………………… ①

$\frac{外}{2}-\frac{等}{2}$＝寅　　　$\frac{外}{2}-\frac{上}{2}$＝辰

⑥より

辰^2＋卯^2−寅^2＝２辰×小股

【注】　小股は図から考えて天を指すものと思われるが，原文のままとする。

$\left(\frac{外}{2}-\frac{上}{2}\right)^2+\left(\frac{上}{2}+\frac{等}{2}\right)^2-\left(\frac{外}{2}-\frac{等}{2}\right)^2$＝２辰×小股

$\frac{上^2}{2}-\frac{外\times上}{2}+\frac{上\times等}{2}+\frac{外\times等}{2}$＝２辰×小股

外＝上＋下　を代入。

$$-\frac{\text{上}\times\text{下}}{2}+\text{上}\times\text{等}+\frac{\text{下}\times\text{等}}{2}=2\,\text{辰}\times\text{小股}\cdots\cdots\text{②}$$

②×子$\left(=\frac{\text{上}}{2}+\frac{\text{下}}{2}\right)$ と ①×辰$\left(=\frac{\text{下}}{2}\right)$ とは等しいから

$$\left(-\frac{\text{上}\times\text{下}}{2}+\text{上}\times\text{等}+\frac{\text{下}\times\text{等}}{2}\right)\left(\frac{\text{上}}{2}+\frac{\text{下}}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{\text{上}^2}{2}+\frac{\text{上}\times\text{下}}{2}+\frac{\text{上}\times\text{等}}{2}-\frac{\text{下}\times\text{等}}{2}\right)\times\frac{\text{下}}{2}$$

展開整理して

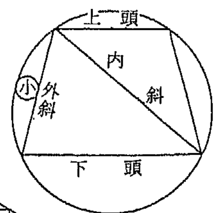
$$\text{上}^2\times\text{下}+\text{上}\times\text{下}^2-(\text{上}^2+\text{上}\times\text{下}+\text{下}^2)\text{等}=0$$

術文は次のように書かれている。

$$\text{等}=\frac{\text{上}\times\text{下}}{\text{上}+\text{下}-\frac{\text{上}\times\text{下}}{\text{上}+\text{下}}}$$

第48問

【題意】 円に内接する等脚台形の上頭（上底），下頭（下底），内斜（対角線）を与えて小円径を求める



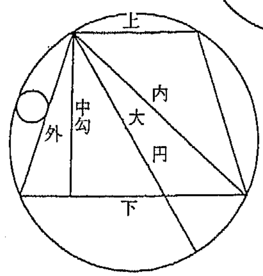
【解】

⑬より

$$\text{内}^2-\text{上}\times\text{下}=\text{外}^2$$

⑪より

$$\text{大円}=\frac{\text{内}\times\text{外}}{\text{中勾}}$$



両辺に小を掛けて $\frac{\text{内}\times\text{外}\times\text{小}}{\text{中勾}}=\text{大}\times\text{小}\cdots\cdots$①

⑧より $\left(\frac{\text{外}}{2}\right)^2+\text{小}^2=\text{大}\times\text{小}\cdots\cdots$②

①，②より

$$\frac{\text{外}^2}{4}+\text{小}^2-\frac{\text{内}\times\text{外}\times\text{小}}{\text{中勾}}=0$$

展開整理して

$$4\,\text{中勾}\times\text{小}^2-4\,\text{内}\times\text{外}\times\text{小}+\text{外}^2\times\text{中勾}=0$$

$$\text{小}=\frac{2\,\text{内}\times\text{外}-\sqrt{4\,\text{内}^2\times\text{外}^2-4\,\text{中勾}^2\times\text{外}^2}}{4\,\text{中勾}}$$

$$=\frac{(\text{内}-\sqrt{\text{内}^2-\text{中勾}^2})\sqrt{\text{内}^2-\text{上}\times\text{下}}}{2\,\text{中勾}}\cdots\cdots\text{③}$$

【注】 桑本才次郎の解には，内^2−中勾^2 を上，下，内で表す説明が欠けているが，次のように求めることができる。

$$\text{中勾}^2=\text{外}^2-\text{短股}^2=\text{外}^2-\left(\frac{\text{下}-\text{上}}{2}\right)^2$$

これに，外^2＝内^2−上×下 を代入すると

$$\text{中勾}^2=\text{内}^2-\left(\frac{\text{上}+\text{下}}{2}\right)^2\qquad\therefore\ \text{内}^2-\text{中勾}^2=\left(\frac{\text{上}+\text{下}}{2}\right)^2$$

これらを③に代入して

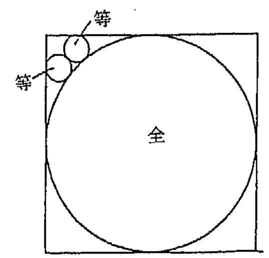
$$\text{小}=\frac{\left(\text{内}-\frac{\text{上}+\text{下}}{2}\right)\sqrt{\text{内}^2-\text{上}\times\text{下}}}{2\sqrt{\text{内}^2-\left(\frac{\text{上}+\text{下}}{2}\right)^2}}$$

これをさらに変形して，術文に記されている式が得られる。

$$\text{小}=\frac{\sqrt{\left\{\text{内}^2-\text{上}\times\text{下}-\left(\frac{\text{下}-\text{上}}{2}\right)\right\}(\text{内}^2-\text{上}\times\text{下})}}{\text{上}+\text{下}+2\,\text{内}}$$

第59問

【題意】 全円径を与えて等円径を求める。



【解】

④より　斜＝$\sqrt{2}$方

正方形の２辺と斜めに接する中円（内接円）をかくと，

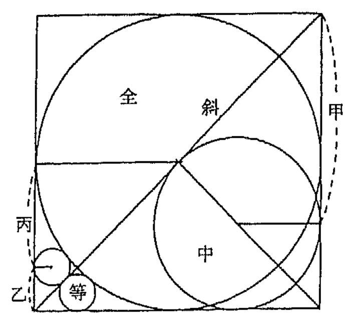
③より　２方−$\sqrt{2}$方＝中

④より　$\frac{\text{方}}{\sqrt{2}}=\text{甲}$

⑦②より　甲：乙＝中：等

$$\therefore\ \text{乙}=\frac{\text{甲}\times\text{等}}{\text{中}}=\frac{\text{方}\times\text{等}}{\sqrt{2}\,\text{中}}$$

また，②より　$\sqrt{\text{全}\times\text{等}}=\text{丙}$



これらを　$\text{乙}+\text{丙}=\dfrac{\text{全}}{2}$　に代入して

$$\frac{\text{方}\times\text{等}}{\sqrt{2}\,\text{中}}+\sqrt{\text{全}\times\text{等}}=\frac{\text{全}}{2}$$

分母を払い，中＝$(2-\sqrt{2})$方を代入する。また全＝方であるから

$$-\text{等}-2\sqrt{2}\sqrt{\text{方}\times\text{等}}+2\sqrt{\text{方}\times\text{等}}+\sqrt{2}\,\text{方}-\text{方}=0$$

両辺を$\sqrt{2}-1$で割ると

$$\frac{-1}{\sqrt{2}-1}(\sqrt{\text{等}})^2-2\sqrt{\text{方}\times\text{等}}+\text{方}=0$$

$$-(\sqrt{2}+1)(\sqrt{\text{等}})^2-2\sqrt{\text{方}\times\text{等}}+\text{方}=0$$

$$(\sqrt{\text{等}})^2-2\sqrt{\text{方}\times\text{等}}+\text{方}=(\sqrt{2}+2)(\sqrt{\text{等}})^2$$

両辺を平方に開くと

$$\sqrt{\text{方}}-\sqrt{\text{等}}=\sqrt{\sqrt{2}+2}\,\sqrt{\text{等}}$$

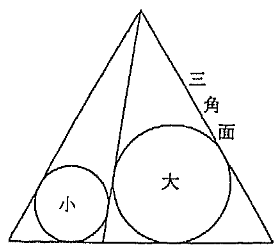
$$(1+\sqrt{\sqrt{2}+2})\sqrt{\text{等}}=\sqrt{\text{方}}$$

$$(1+2\sqrt{\sqrt{2}+2}+\sqrt{2}+2)\text{等}=\text{方}$$

$$\text{等}=\frac{\text{方}}{3+\sqrt{2}+2\sqrt{\sqrt{2}+2}}$$

第60問

【題意】 三角面と大円径を与えて小円径を求める。



【解】

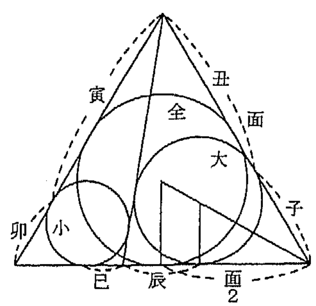
正三角形の内接円をかき，その直径を全とおく。

5より　$\dfrac{\text{面}}{\sqrt{3}}=\text{全}$

7②より　$\dfrac{\text{面}}{\sqrt{2}}:\text{全}=\text{子}:\text{大}$

$$\therefore\quad \text{子}=\frac{\text{面}\times\text{大}}{2\,\text{全}}$$

$$\text{丑}=\text{面}-\text{子}=\text{面}-\frac{\text{面}\times\text{大}}{2\,\text{全}}$$



同様にして

7②より　$\dfrac{\text{面}}{2}:\text{全}=\text{卯}:\text{小}$

$$\therefore\quad \text{卯}=\frac{\text{面}\times\text{小}}{2\,\text{全}}$$

$$\text{寅}=\text{面}-\text{卯}=\text{面}-\frac{\text{面}\times\text{小}}{2\,\text{全}}$$

寅－丑＝辰－巳　であるから

$$\text{辰}-\text{巳}=\frac{\text{面}\times\text{大}}{2\,\text{全}}-\frac{\text{面}\times\text{小}}{2\,\text{全}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

面－(子＋卯)＝辰＋巳　より

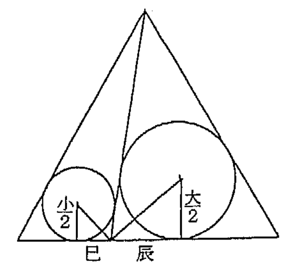
$$\text{辰}+\text{巳}=\text{面}-\frac{\text{面}\times\text{大}}{2\,\text{全}}-\frac{\text{面}\times\text{小}}{2\,\text{全}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

①＋②より　$2\,\text{辰}=\text{面}-\dfrac{\text{面}\times\text{小}}{\text{全}}$

②－①より　$2\,\text{巳}=\text{面}-\dfrac{\text{面}\times\text{大}}{\text{全}}$

7①より　$4\,\text{辰}\times\text{巳}=\text{大}\times\text{小}$　(右図参照)

$$\left(\text{面}-\frac{\text{面}\times\text{小}}{\text{全}}\right)\left(\text{面}-\frac{\text{面}\times\text{大}}{\text{全}}\right)=\text{大}\times\text{小}$$



$\text{全}=\dfrac{\text{面}}{\sqrt{3}}$　を代入し，展開整理すると

$$\text{面}^2-\sqrt{3}\,\text{面}\times\text{大}-(\sqrt{3}\,\text{面}-2\,\text{大})\text{小}=0$$

$$\text{小}=\frac{\text{面}^2-\sqrt{3}\,\text{面}\times\text{大}}{\sqrt{3}\,\text{面}-2\,\text{大}}$$

落穂集

九九表の書き下しかた

清水　達雄

森毅君が，京大教養の教授だった時分に，入試答案の減点を話題に書いたことがある。肝心の数学的な部分はできていて，詰めの数字の計算をまちがえたときの，減点の仕方。九九の誤り，たとえば六七四十一が原因としたら，減点1。いや六七四十四ならまだしも，偶数になるべきものを奇数にして平気とは，数感覚をうたがわせる。いやいや，素数2だけ特別視するのは，それこそおかしい，などと議論のはなが咲く。

大分前によんだので，記憶は定かではない。しかし何分，森君からの寄贈著書は，標準型のスチール書架で1段半ぐらいあり，検索する気になれない。

これは採点官の側の裏話だが，受験生の側に立って，九九まちがいへの対策を述べる。試験場裡のことだから，自信不足の場合は，九九表を書き下しておいたらよいと思う。印刷した九九表を持ちこんだら，カンニングだが，計算用紙上に自作するのはよいはず。これは，そんなに手間どらない。九の段からの逆順でつくるのが，捷径。

九九八十一，これが鍵ことば。以下，十の位から1引き，一の位に1足すことで，数列

81　72　63　54　45　36　27　18　9

を書き下す。これの3項目からつぎを足す。

1　2　3　4　5　6　7　8

結果として

64　56　48　40　32　24　16　8

これは，八の段にほかならない。以下も同様に進める。

+　1　2　3　4　5　6　7

49　42　35　28　21　14　7

+　1　2　3　4　5　6

36　30　24　18　12　6

+　1　2　3　4　5

25　20　15　10　5

九九の定義にしたがって，下の方から，まともに作るよりも，ずっと楽だと思う。実は，この方法に気づいたのは，会社の研究所で，小型計算機を使って，空調自動制御のソフト作りをやっていた時期のこと。機械語のアセンブラ作りには，16進の計算もいる。

0　1　2　3　4　5　6　7　8　9　A　B　C　D　E　F

という，16箇の数で表現された数の計算。加法はまだしも，乗法となるときつい。

フェスティナ・レンテ，捷径は大道の貫通にあり，そこで16進の「九九」を作製した。まともに作っていって，Fの段まできて，その結びの

F×F＝E1

まで来て，無駄手間をしたことに気づいた。16を表わす語Gを導入すれば

FF　EG1

これは九九八十一の，16進版なのだが，これからFの段が簡単に書き下せる。

FF　EG1　　EF　DG2　　DF　CG3　……

つぎのEの段だが，これもF進法でならば，簡単に書き下せる。

EE　DF1　　DE　CF2　　CE　BF3　……

これをG進法になおすのに，先のG進でのFの段が，ちょうど使える。

DF1＝(CG3)＋1＝CG4

そこで

EE　CG4

これがまさに八八六十四の，16進版なのだ。非10進での無駄手間を通して，開眼できた。どの進法でも，「九九」は上から作る方が早い。本来の10進のが，古くは上からの逆順だったことは，数学史知識から知っていたから，なぜ逆順かも同時に分かった。

西域のあちこちから，九九表が出土しているが，暗記不十分のための手控えと思う。それは，上記の捷径によって，ただし算木の計算で，書きとめられているものと思う。一九が九，のような，つまらぬ句が記されているのも，二八十六を導く前提とすれば，納得がゆく。九九八十一は，術を知る者にとって，乗算への「開け，ゴマ」だった。

以上，数学的実践と数学史理解との，関連した実例として，述べてみた。

文献

「九九八十一」『数学セミナー』83年10月増刊。
「桜蘭出土の九九表」『数学史研究』80年4〜6月。
「チベット文学の九九」同，83年4〜6月。
「『管子』の九九」同，91年1〜3月。
以上，いずれも筆者。

(平成7年3月10日受理)

図　書

『沖縄の数学史・経済史を考える』

嶺井政行著・A5判・192頁・2200円・1994年3月刊

本書は，1983年～1993年までに著者が発表してきた論文をまとめたものである。沖縄数学史の研究書には，『沖縄結縄考』(田代安定)，『沖縄の数学』(須藤利一)，『琉球古来の数学と結縄及記標文字』(矢袋喜一) があるが，いずれも沖縄出身以外の研究者の手によっている。その意味で，本書は，沖縄出身の数学史研究家による沖縄数学史の研究書として，たいへんに興味深い著作といえそうだ。

おもなもくじ

(蔵持　信朗)

図　書

『復活祭の日取りの算出法』
(ガウスの公式そのほか)改訂版

新井正夫著・A5判・81頁・1994年4月

これは，新井正夫氏が，復活祭の日取りの算出法についてまとめた冊子である。対象読者として想定したのは，基督教関係の大学，短大の一般学生および一般のかたがたであるという。目次はつぎの通りである。

上記の目次よりわかるように，復活祭の日取りを決める公式がいろいろな観点からくわしく述べられている。この論文を書く動機は，この冊子のあとがきと，1993年『科学史研究』(“ガウスの復活祭公式”に関する誤解について)の中に述べられている。本稿は，天文学史にも関係することで大変興味深い論文であるので会員の方々のご一読をお勧めしたい。

購入される方は，下記へ代金（切手で）を同封して申し込んでください。

1部……　770円(送料共)　　500円(送料別)
2部……1390円(送料共)

〒300-12　牛久市刈谷町4-1-3
新井　正夫

(北邑　一憲)

編集後記

前号でお知らせいたしましたように，今回の145号から，『数学史研究』の発行が研成社に変わりました。これを機に，より一層充実した構成・内容となるよう，編集に取り組む所存でございます。今後ともご支援のほど，よろしくお願い申し上げます。

今後，投稿される場合，行間に小さな文字で文章を入れる組み方はご遠慮下さい。

（西田知己）

日本数学史学会　　年会費　10,000円
　　　　　　　　　郵便振替　00120-6-20022

新規お申し込みの方は，日本数学史学会事務局または研成社へお問い合わせください。

数学史研究

通巻　145号(1995年4月～6月)

編集・発行　日本数学史学会

発売　㈱研成社
東京都中央区日本橋蛎殻町1-6-4
電話 03-3669-1828㈹／FAX 03-3669-1850

ISSN 0386-9555

SŪAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

No.145

April-July, 1995

CONTENTS

Edited and Pubished by
The History of Mathematis Society of Japan

数学史研究　　（通巻 145 号）　平成 7 年 6 月 25 日

定価2,500円（本体2,427円）

ISBN4-87639-089-4 C3041 P2500E