ISSN 0386-9555

# 数学史研究

（通巻 148 号）

1996 年 1 月 ～ 3 月

## 目　　　次

**論　　　説**



**資　　　料**



発行・日本数学史学会

発売・研成社

論　説

# もう一つの「天元」術・大衍求一術

城地　茂

和算には算額奉納という研究成果の発表形式があったためか，図形の問題が多かった。そして，その問題を劇的に解く方法として，中国の天元術がもてはやされた。やがて，それは，関孝和の点竄術へと発達し，和算が世界的水準へ達する要因となった。点竄術の時代になっても「天元の一を立てて」という術語は残り，和算家にとって「天元術」という言葉は基本的，かつ普遍的なもので，これを理解しないものはいなかっただろう。

天元術とは，高次方程式を立てる技術であり，李冶が『測円海鏡』(1248年）で発表した方法である。『測円海鏡』の日本への伝来は遅く，和算へは直接影響していない。しかし，天元術は，朱世傑の『算学啓蒙』(1299年）にも記述され，和算家はこの本によって独学することができた。『算学啓蒙』は，中国本土では散逸してしまったが，李氏朝鮮で数学の教科書として採用された[1)]ので，日本まで伝わっていた[2)]のである。

ところが，中国で天元術が創設された宋代には，別の「天元」術が存在していた。それは，天元術と酷似した一節があり，「天元術」と命名されても不思議ではないものであった。

もう一つの「天元」術とは，秦九韶が『数書九章』(1247年）に大衍求一術として記述しているもので，李冶のそれより，1年早く発表されていた。。しかし，『数書九章』は出版されなかったので，一時，完全に忘れ去られてしまった。清代になって，『永楽大典』の中から再発見されたが，すでに天元術という術語は清代の数学者によって，李冶の「天元術」を指すようになっていたので，秦九韶のそれは本人の術語である大衍求一術とされた。

大衍求一術は一種の剰余方程式（不定方程式）であり，この分野は，西洋ではあまり研究が進んでいなかった。そこで，再発見以来，清代の数学者は，西洋数学に対抗できるものとして，競ってこれを研究するようになったのである[3)]。

一方，所謂，天元術は西洋の代数学と変わるところがなかったので，独自の発展をしなかった。中国式の算木の位置による代数法より，やはり西洋式の代数記号のほうが使いやすかったのである。

パラダイムが確定する途上では，方法や用語の混乱は珍しい事ではない。しかし，主流から外れた方法が別の名称で生き残り，しかも，後世，それが発展したような事実は珍しいだろう。これは，中国数学史だけの問題ではなく，広く科学史全般の問題として考察す

べきであろう。

本稿では，大衍求一術を考察し，それが和算にどのような影響を与えたかを考えてみたい。

## 1 天元術

秦九韶の「天元」術を考察する前に，先ず，天元術を見てみよう。

李冶は『測円海鏡』(1248年) で天元術を発表したが，これが日本に伝わったのは，関孝和の時代以降である。和算家は，『算学啓蒙』でこの方法をを知った。天元術の最高著作というわけではないが，簡単なものから学習したので，多くの和算家が，理解することができたと言えよう。同書巻3の第8題の問題は，

> 今，長方形の田があり，その面積は8畝5分5厘 (8.55畝) である。長辺と短辺の和が，92歩になることしか分からない。各辺の長さは幾らになるか。
>
> 答。短辺38歩。長辺54歩。
>
> 術。天元の一を立てて (未知数を)，短辺とする。

| | | |
|---|---|---|
| 〇 | 0 | $x^0$ |
| \| | 1 | $x$ |

これを和の数値から引くと，$(-x+92)$，長辺の長さになる。これに短辺 $(x)$ を掛けると，面積になる。

| | | | |
|---|---|---|---|
| 〇 | 0 | | |
| ≟\|\| | 92 | $x$ | |
| −\| | −1 | $x^2$ | ………(1.1) |

左に寄せておく。(左辺を$-x^2+92x+0$ とする。)

畝を歩に換算して，

(1畝=240歩なので，2052平方歩) ………(1.2)

左に寄せておいた式と加減して，

| | | | |
|---|---|---|---|
| ═〇≣\|\| | 2052 | | |
| ≟\|\| | 92 | $x$ | |
| −\| | −1 | $x^2$ | ………(1.3) |

$(-x^2+92x=2054)$

この式を平方に開く。短辺が求められるので，(x=38歩を) 和 (の92歩) から引いて，長辺54歩になり，題意に合う。

このように，未知数を天元として，異なった2つの式を立てる。ただし，この2式は同





じ数値を表していなければならない。そして，(1.1) 式= (1.2) 式として，(1.3) 式の方程式を解けば答えが出ると言うものである。

しかし，何故，未知数を1と強調するのだろうか。天元を未知数とするのであれば，「立天元為〇〇」の方が分かり易そうなものなのだが。どうもこの部分は謎めいている。

李冶も朱世傑も，自らの方法を天元術とは命名していない。清代の阮元 (1764-1849) は「立天元一術」と記して[4]おり，天元術という言い方は，和算家から始まったものかも知れない。

## 2 秦九韶の「天元」術（大衍求一術）(秦九韶，『数書九章』18巻，1247年)

秦九韶は，剰余方程式 (不定方程式)

$$bx\equiv 1 \pmod a \qquad a>b:(a,\ b)=1 \cdots\cdots (2)$$

を解く方法を次のように記述している。この計算は，大衍総数術の一連の計算の一部なので，秦九韶は，求める解 $x$ を「乗率」，$a$ を「定数」，$b$ を「奇数」としている。

> 諸衍数，各満定母，去之，不満曰奇。以奇与定，用大衍求一入之，以求乗率。
>
> 大衍求一術云。置奇数右上，定居右下，立天元一於左上。先以右上除右下，所得商数与左上一相生，入左下。然後，乃以右行上下，以少除多，遞互除之，所得商数，随即遞互累乗，帰左行上下，須使右上末後奇一而止，乃験左上所得以為乗率，或奇数已見単一者，便為乗率[5]。
>
> 各「衍数」から「定数」の整数倍を引いて，「奇数」とする。「奇数」と「定数」で大衍求一術を使って，「乗率」を求める。
>
> 大衍求一術。右上に「奇数」右下に「定数」左上に「天元」の1を置く。先ず，右上の数値で右下を割り，その商と左上の1と掛けて，左下にその数値を入れる。その後，右行の上下で，小さい方の数で大きな方の数を代わる代わる割って，商を (左行に) 代わる代わる掛けて，左行の上下に帰してゆく。すべからく右上が最後に1になったときにこの計算を終わり，左上の数値を「乗率」とする。「奇数」が既に1のときは，それを「乗率」とする。

この操作は比較的複雑だが，以下のように考えれば，容易に理解できよう。

$a$ と $b$ を互いに割って行く計算，ユークリッドの互除法，を行うと $r_{(m+2)}$ は最大公約数になる。$a$ と $b$ は互いに素であるから，これは1になる。この事から，1を $a$ と $b$ だけを使って表すことが可能である。

先ず，「定数」$a$ を「奇数」$b$ で割ると，商 $q_1$ が立ち，余り $r_1$ になる。

$$a=q_1\quad b+r_1 \cdots\cdots (3.1)$$

次に除数だった $b$ を $r_1$ で割る。

$$b = q_1 \quad r_1 + r_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.2)$$

これを繰り返して行くと，

$$r_{(m-1)} = qm \ rm + r_{(m+1)} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.m-1)$$

$$r_m = q_{(m+1)} \ r_{(m+1)} + r_{(m+2)} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.m)$$

$$(r_{(m+2)}=1)$$

となる。ここで，一般に，$k$ 番目の $r_k$ を $a$ と $b$ だけで表せるように，係数 $\rho_k$ と $\alpha_k$ を次のように定義する[6]。

$$\rho_k = q_k \, \rho_{(k-1)} + \rho_{(k-2)} \qquad (\rho_1=1,\ \rho_0=0)$$

$$\alpha_k = q_k \, \alpha_{(k-1)} + \alpha_{(k-2)} \qquad (\alpha_0=1,\ \alpha_{-1}=0)$$

(3.1) ～ (3.k) 式をこれらの係数で表すと

$$r_1 = \rho_1 a - \alpha_1 b$$

$$r_2 = -(\rho_2 a - \alpha_2 b)$$

$$r_3 = \rho_3 a - \alpha_3 b$$

$$r_k = (-1)^{k+1} \quad (\rho_k a - \alpha_k b)$$

となる。$m$ 番目の余り $r_m$ が 1 のとき，

$$1 = (-1)^{m+1} \quad (\rho_m a - \alpha_m b) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

この両辺の $a$ の剰余系は，

$$b\alpha_m \equiv 1 \pmod{a}$$

したがって，求める $x$ は商の数列 $\alpha_m$ という整数になる事が分かる。

互除法は，中国では「更相減損法」と呼ばれ，最大公約数を求める方法として『九章算術』[7]以来，良く使われている演算である。秦九韶は，その方法を利用して，(2) 式のような剰余方程式を解いたのである。

大衍求一術の演算過程を術文にしたがって，算木のように並べてみよう。ここで，秦九韶の「天元」とは $\alpha_0$ の事である。商 $q_1$ を天元 $\alpha_1$ (1) に掛けて，$\alpha_{-1}$ (0) に足した数値を $\alpha_1$ としていることが分かる。

$$\begin{array}{|cc|}\hline \alpha_0=1 & b \\ \alpha_{-1}=0 & a \\ \hline \end{array} \xrightarrow[(q_1)]{} \begin{array}{|cc|}\hline \alpha_0 & b \\ \alpha_1 & r_1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow[(q_2)]{} \begin{array}{|cc|}\hline \alpha_2 & r_2 \\ \alpha_1 & r_1 \\ \hline \end{array}$$

$$\longrightarrow \begin{array}{|cc|}\hline \alpha_{2m} & r_{2m}=1 \\ \alpha_{(2m-1)} & r_{(2m-1)} \\ \hline \end{array}$$

ここで，$\alpha_0$ は $a$，$b$ がいかなる数値を取ろうとも，1 でなければならない。「立天





元一於左上」という一節は絶対必要なのである。秦九韶の方法は，李冶のものより古く，しかも，「天元」を 1 とする整合性において，李冶のものより，「天元術」と名付けられるべきであった。

しかし，秦九韶は自ら大衍求一術と命名していたから，敢えて，後世の学者が別の名前を付ける理由はない。更に，『数書九章』は余り流布されなかった。『数書九章』の系統図は概略，以下のようになっている[8]。

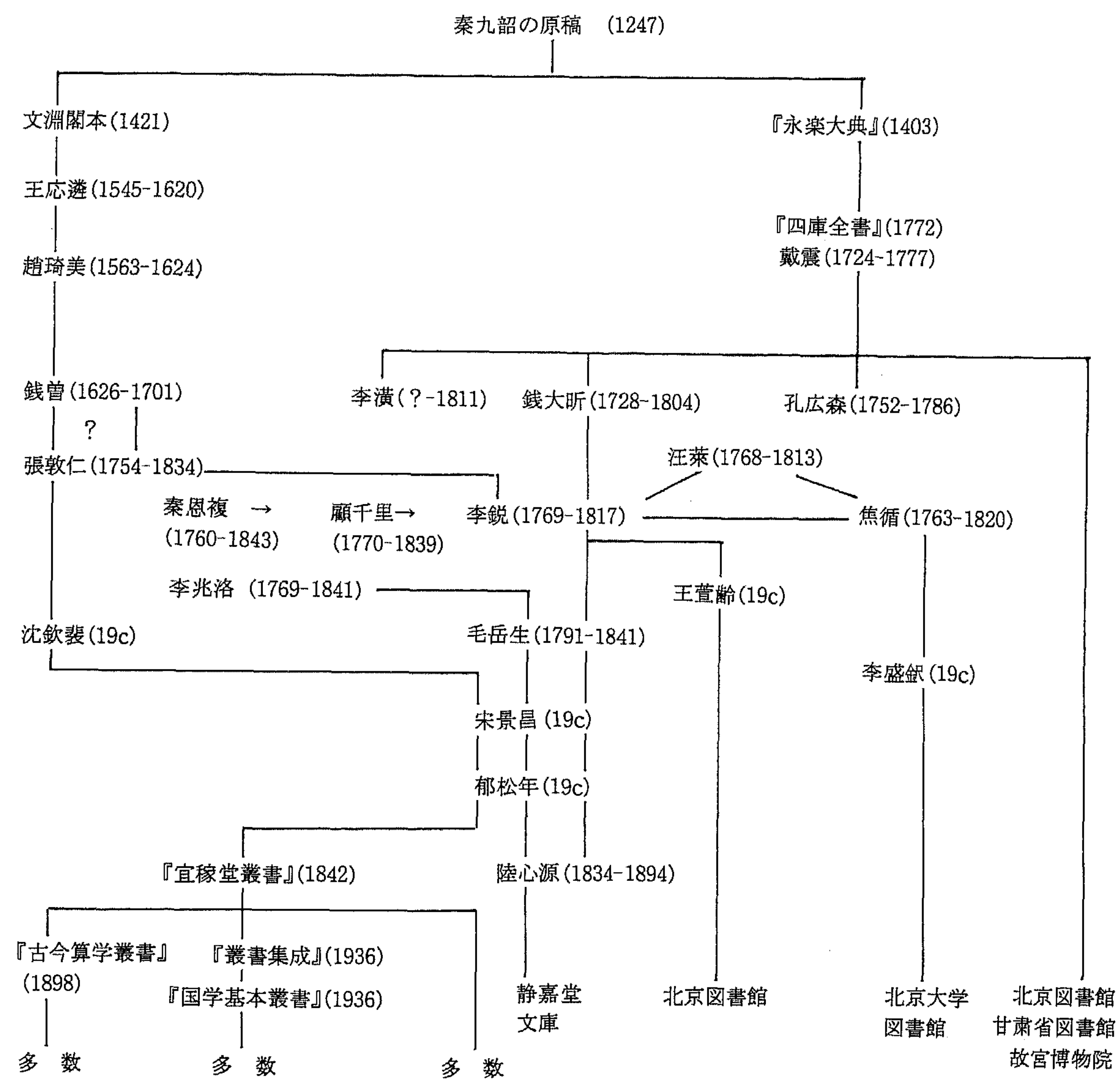



**図1　『数書九章』の系統図**

このように，大衍求一術の方法自体が広く知られていなかったのであるから，李冶の「天元術」が，余り考慮される事なく，天元術に定着してしまったのである。

日本には，『宜稼堂叢書』(1842) 本以外には伝わっておらず，関孝和などが，『数書九章』を手にする機会はなかったようである。

### 3 日本へ伝わった「天元術」

日本へ『測円海鏡』自身が伝わったのは，1726年の事である[9]。しかし，『算学啓蒙』を通じて，天元術が伝えられており，その方法は，沢口一之の『古今算法記』(1671年) で正しく理解されるようになっていた。

関流の時代になっても，点竄術という音は，天元術に近く，これを意識したもののようである。このように和算では，「天元」と言えば，高次方程式のことで，剰余方程式とは関連がなさそうである。

それでは，日本へは，もう一つの「天元術」は，伝わらなかったのだろうか。

関孝和は，剰余方程式の解法は剰一術[10]としており，秦九韶の術語とは異なっている。しかし，関孝和の方法は，秦九韶のそれと驚くほど似ている。

関孝和の剰一術では，(2) 式で，$b$は「左数」$a$は「右数」で，$x$は「左段数」，求める答え「左総数」は $bx$ に相当する。

今有以左一十九，累加之，得数。以右二十七，累減之，剰一，問左総数幾何。

答曰。左総数一百九十。

術曰。以左一十九，除右二十七，得商一，不尽八，為甲。

以甲不尽八，除左一十九，得商二，不尽三，為乙。

以乙不尽三，除甲不尽八，得商二，不尽二，為丙。

以丙不尽二，除乙不尽三，得商一，不尽一，為丁。〔乃余左一而止〕

甲商与乙商相因，加定一，得三，為子。

子与丙商相因，加甲商，得七，為丑。

丑与丁商相因，加子，得一十〔是左段数〕。

以左一十九乗之，得左総数一百九十，合問[11]。

今，左に 19 があり，これを何倍かした数がある。右に 27 がありこの倍数を引くと余りが１になる。左の何倍かした数は幾らになるか。

答え。 190。

方法。左 19 で右 27 を割ると，商が１で余り８になる。これを甲とする。

甲の余り８で左 19 を割ると，商が２で余り３になる。これを乙とする。

乙の余り３で甲の余り８を割ると，商が２で余り２になる。これを丙とする。





丙の余り２で乙の余り３を割ると，商が１で余り１になる。これを丁とする。

〔左が１になったので計算を止める〕

甲商と乙商を掛けて，１を足して，３になる。これを子とする。

子と丙商を掛けて，甲商を足して，７になる。これを丑とする。

丑と丁商を掛けて，子を足して，10になる。〔これが左段数である〕

左一百七十九掛けて，左総数は 190 になり題意に合う。

この答え10は，

$$10\times 19\equiv 1 \pmod{27}$$

となっており，この方法が正しいことを示している。

秦九韶の大衍求一術と関孝和の剰一術とは，ほとんど同じ計算をしている。秦九韶が商を計算すると逐次 $\alpha_k$を計算してゆくのに対し，関孝和は，先に全部の商を計算してから，最後に $q_1\times q_2\times\cdots\cdots$ と「上から」計算をしてゆく事が違いである。これは，秦九韶の計算が算木であり，関孝和のそれが筆算であった事の差異であり，本質的なものではない。つまり，両者とも「上から」計算を進めている事では，同じである。

これに対して，インドのクッタカ（二元一次不定方程式）では，商の数列を反対に $q_m\times q_{m-1}\times\cdots\cdots$ と「下から」掛け合わせて，同じ $\alpha_m$を算出している[12]。このように「上から」と「下から」の計算の違いが，インドと中国の影響関係を否定するもの[13]とされている。この論法からすれば，日本はインドから影響を受けたのでないのは確かで，独自に発明したか，それとも，中国から影響を受けた事になる。

秦九韶の影響を感じられるのが，負の答えを正に変換する所である。

大衍求一術の術文では，「右上」が１になった場合計算が終わるということである。(4) 式が示すように，偶数回演算を行った場合 $\alpha_{2m}$ は正の整数になる。しかし，二つの数値，$a$ と $b$ によっては，奇数回の演算によって，余りが１になってしまうことがある。秦九韶が『数書九章』で行った，38 回の大衍求一術では，$b$ が１または０で計算の必要のないもの 14 回をのぞき，偶数回のものは 10 回で，奇数回のものは 14 回である。奇数回のとき，答え $\alpha_{2m'-1)}$ は左下に出てくる。そして，実際の答えは，その負の数値である。

このまま負の数を答えとしてもよいのだが，秦九韶は独特の方法で，正の数に変換している。右下が先に１になってしまっても，更に計算を続けるのである。現在の除法であれば，除数が１なのだから余りが０になってしまうが，算木の「除法」とは，除数を被除数から何回「除く」かを計算するのであるから，$q_{2m'}-1$ 回，除数である１を「除」いたときに，計算をやめればよいのである。

商 $q_{2m'}$ で割り切った場合，$\alpha'_{2m'}$ は $a$ になるので，

$$\alpha'_{2m'}=q_{2m'}\,\alpha_{(2m'-1)}+\alpha_{(2m'-2)}=a$$

商を（$q_{2m'}-1$）として計算した秦九韶の答え $\alpha_{2m'}$ は，

$$\alpha_{2m'}=(q_{2m'}-1)\ \alpha_{(2m'-1)}+\alpha_{(2m'-2)}$$

となる。したがって，

$$\alpha_{2m'}=a-\alpha_{(2m'-1)}$$

ここで，$a>\alpha_{(2m'-1)}$ だから，

$$\alpha_{2m'}>0$$

であるし，$a$ の剰余系を考えても，

$$\alpha_{2m'}\equiv\alpha_{(2m'-1)}\pmod{a}$$

となっていることが分かる[14]。

計算を図式化すると，以下のようになる。

右下が先に1になった状態。

$$\boxed{\begin{array}{ll}\alpha_{(2m'-2)} & r_{(2m'-2)}\\ \alpha_{(2m'-1)} & r_{(2m'-1)}=1\end{array}}\ \xrightarrow{(q_{2m'}-1)}\ \boxed{\begin{array}{ll}\alpha_{2m'} & r_{2m'}=1\\ \alpha_{(2m'-1)} & r_{(2m'-1)}=1\end{array}}$$

$$\cdots\xrightarrow[(q_{2m'})]{}\ \boxed{\begin{array}{ll}\alpha'_{2m'} & r_{2m'}=0\\ \alpha'_{(2m'-1)} & r_{(2m'-1)}=1\end{array}}$$

このような例は,『数書九章』巻1,第1題で早くも現れる。「奇数」が3,「定数」が4の場合である。

先以右上少数三,除右下多数四,得一,為商。以商一乗左上天元一,只得一帰左下。其右下余一。

次以右下少数一,除右上多数三。須使右上必奇一,算乃止遂於右行。最上商二,以除右衍,必奇一。乃以上商命右下定余一。除之右衍余一[15]。

先ず,右上の小さい3で右下の大きい4を割り,商は1となる。商1に左上天元の1を掛けて,1になり,左下に置く。右下の余りは1である。

次に右下の小さい1で右上の大きい3を割る。右上を1にすると計算を止めるので,商は2になり,右(上)の「衍数」から引くと余りは1になる。この商と右下の1を掛ける。右の「衍数」の余りは1である。

$$\underset{①}{\boxed{\begin{array}{cc}1&3\\0&4\end{array}}}\ \xrightarrow[(1)]{}\ \underset{②}{\boxed{\begin{array}{cc}1&3\\1&1\end{array}}}\ \xrightarrow[(2)]{}\ \underset{③}{\boxed{\begin{array}{cc}3&1\\1&1\end{array}}}$$





$$\cdots\xrightarrow[(3)]{}\ \underset{③'}{\boxed{\begin{array}{cc}4&0\\1&1\end{array}}}$$

ここで，②の左下に現れた1を負の数値，つまり，－1とすると，これもも与式を満足する答えになる。しかし，更に計算を続けて，3という答えを得ていることが分かる。

関孝和も同様に負数から正数に変換している。『括要算法』巻2「剰一術」の第2題は，

今有以左一百七十九，累加之，得数。以右七十四，累減之，剰一，問左総数幾何。

答曰。左総数七千六百九十七。

術曰。列左一百七十九，満右七十四去之〔若左少右多者不去。或去之，余左一則直為左一段〕。余三十一。

以左三十一，除右七十四，得商二，不尽一十二，為甲。

以甲不尽一十二，除左三十一，得商二，不尽七，為乙。

以乙不尽七，除甲不尽一十二，得商一，不尽五，為丙。

以丙不尽五，除乙不尽七，得商一，不尽二，為丁。

以丁不尽二，除丙不尽五，得商二，不尽一，為戊。

以戊不尽一，除丁不尽二，得商一，不尽一，為己。〔乃余左一而止〕

甲商与乙商相因，加定一，得五，為子。

子与丙商相因，加甲商，得七，為丑。

丑与丁商相因，加子，得一十二，為寅。

寅与戊商相因，加丑，得三十一，為卯。

卯与己商相因，加寅，得四十三〔是左段数〕。

以左一百七十九乗之，得左総数七千六百九十七，合問[16]。

今，左に179があり，これを何倍かした数がある。右に74がこの倍数を引くと余りが1になる。左の何倍かした数は幾らになるか。

答え。7697。

方法。左 179 を並べ，74 の何倍かを引く。〔もし，左が右より小さければ引かない。また，引いて左が1になれば，直ちに左の数の1倍を答えにする〕余りは31になる。

左 31 で右 74 を割ると，商が 2 で余り 12 になる。これを甲とする。

甲の余り 12 で左 31 を割ると，商が 2 で余り 7 になる。これを乙とする。

乙の余り 7 で甲の余り 12 を割ると，商が 1 で余り 5 になる。これを丙とする。

丙の余り5で乙の余り7を割ると，商が1で余り2になる。これを丁とする。
丁の余り2で丙の余り5を割ると，商が2で余り1になる。これを戊とする。
戊の余り1で丁の余り2を割ると，商が1で余り1になる。これを己とする。
〔左が1になったので計算を止める〕
甲商と乙商を掛けて，1を足して，5になる。これを子とする。
子と丙商を掛けて，甲商を足して，7になる。これを丑とする。
丑と丁商を掛けて，子を足して，12になる。これを寅とする。
寅と戊商を掛けて，丑を足して，31になる。これを卯とする。
卯と己商を掛けて，寅を足して，43になる。〔これが左段数である〕
左一百七十九掛けて，左総数は7697になり題意に合う。

秦九韶と同じように，算木的に並べてみると，はっきりする。

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 31 | → | 1 31 | → | 5 7 | → | 5 7 | → |
| 0 74 | (2) | 2 12 | (2) | 2 12 | (1) | 7 5 | (1) |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 2 | → | 12 2 | → | 43 1 |
| 7 5 | (2) | 31 1 | (1) | 31 1 |

となっているのである。関孝和は算木を2列に並べている訳ではないから，「右下」が1になったかどうかは分からない。しかし，「戊」が1になっているのもかかわらず，更に計算を続けている。ところが，その事について何も説明を加えていない。

関孝和は，余りの数列を十干で表しているので，「弟（乙，丁……）」が1になった場合に計算を止めるという意味であろうことは推測できるが，術文には明確な説明はなく，何とも舌足らずである。

「左下」の数値をそのまま負の数値にして使っても良いし，他にも，正の数に変える方法は存在する。例えば，「左下」の数値を「定数」（これは最初の右下の数値として並べている）から引いて，正の数に換算することも可能である[17]。また，余りが0になるまで計算した $\alpha'_{2m'}$ を計算し，その数値から $\alpha'_{(2m'-1)}$ を引いて換算することも考えられる。

ところが，関孝和は算木時代の「除法」の計算を彷彿させるような計算で換算しているのである。「乃余左一而止」という言い方にしても，「左」とは如何にも算木の布算を思わせる表現で，折角の代数記号が何のためにあるのか分からないほどである。

秦九韶と関孝和の間には400年以上の隔たりがある。その間に算盤という新しい計算器具が開発され，そのため「帰除法」（割り声）が確立している。さらに「亀井算」も発明され，現在我々が考えるような「割り算」になっている。こういった時代背景を考えれば，関孝和の方法が秦九韶と同じであるというのは，何とも不自然である。





現在残されている『数書九章』はないが，関孝和が種本を焼き捨てたという伝説は有名である。関孝和は，秦九韶のような「天元」という用語を全く使っていないとしても，計算過程から考えて，『数書九章』の有形・無形の影響を受けたと考えた方がよいのではないだろうか。

**注　釈**

1) 李氏朝鮮の世宗12年（1430年）（金容雲・金容局，『韓国数学史』，槙書店，1978年，p. 158）。
2) 日本へ伝わったのは，豊臣秀吉の朝鮮出兵の戦利品としてである。これを1658年に久田玄哲が訓点を施し，復刻した（児玉明人，『十五世紀の朝鮮刊銅活字版数学書』，自家版，1966年，参照）。
3) 代表的な業績として，黄宗憲，『求一術通解』，1862年が上げられる。
4) 『重刻測円海鏡細草』序文，1798年・『四元玉鑑細草』序文，1834年。
5) 秦九韶，『数書九章』巻1，大衍求一術条（『四庫全書』巻797，pp 329-330）。
6) 李儼，『中算史論叢』巻1，商務印書館，1933年，pp. 123-174。
7) 『九章算術』巻1，第5～6題（白尚恕，『九章算術注釈』pp. 15-17）。
8) 李迪，「『数書九章』流伝考」（呉文俊編，『秦九韶与数書九章』，北京師範大学出版社，P.57）に筆者の調査を加えた。
9) 日本学士院（編），『明治前日本数学史』第5巻，岩波書店，1954年，p. 428。
10) 秦九韶の大衍総数術に相当する関孝和の算法は，『算法統宗』（程大位，1592年）や『楊輝算法』（楊輝，1275年）と同じく，翦管術である。したがって，関孝和の剰一術は，翦管術の一部をなす。
11) 『括要算法』巻2，第1題（平山諦他編，『関孝和全集』，大阪教育図書，1974年，pp. 301-302）。
12) バスカラ2世，『リーラーヴァティー』，(1149年/1150年？)，第6章（矢野道雄編，『インド天文学・数学集』，朝日出版社，1980年，pp. 174-180）。
13) Libbrecht, Ulrich. 1973. *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century.* Cambridge, Massachusetts : The MIT press. p. 358.
14) 前出，*Chinese Mathematics in the Thirteenth Century.* p. 344 及び pp. 357-8 にも同様の考察がある。
15) 『数書九章』巻1，第1題（『四庫全書』巻797，pp. 331-332）。
16) 『括要算法』巻2，第2題（前出，『関孝和全集』，p. 302）。
17) バスカラ2世の『リーラーヴァティー』にある方法（1149-50？年）は，この方法である（前出，『インド天文学・数学集』，p. 179）。

**参考文献**

Gauss, Karl Friedrich. 1801. *Disquistiones Arithmetica.* Libsiae : Gerh Fleischer.
李儼，『中算史論叢』5巻，1933年。
林鶴一，『林鶴一博士和算研究集録』（上・下），東京開成館，1937年。
日本学士院（編），『明治前日本数学史』5巻，岩波書店，1954年。
Needham, Joseph. 1954-. *Science and Civilization in China.* 7vols. project. Cambridge : Cambridge Univ. press.
平山諦，『関孝和』，恒星社厚生閣，1959年。
銭宝琮，『中国数学史』，科学出版社，1964年。
児玉明人，『十五世紀の朝鮮刊銅活字版数学書』，自家版，1966年
大庭脩，『江戸時代における唐船持渡書の研究』，関西大学出版部，1967年。
Libbrecht, Ulrich. 1973. *Chinese Mathematics in the Thirteenth Century.* Cambridge, Massachusetts :

The MIT press.
平山諦・広瀬秀夫・下平和夫編，『関孝和全集』，大阪教育図書，1974 年。
金容雲・金容局，『韓国数学史』，槇書店，1978 年
矢野道雄編，『インド天文学・数学集』，朝日出版社，1980 年。
呂子方，『中国科学技術史論文集』（上・下），四川人民出版社，1983 年。
白尚恕，『「九章算術」注釈』，北京師範大学出版社，1983 年。
白尚恕，『測円海鏡今釈』，山東教育出版社，1985 年。
呉文俊（編）『秦九韶与「数書九章」』，北京師範大学出版社，1987 年。

（平成 7 年 12 月 21 日受理）





論　説

# 『瑚璉追加　勧戒之器図説』の問題点とその解明

中村　信弥

## 1　はじめに

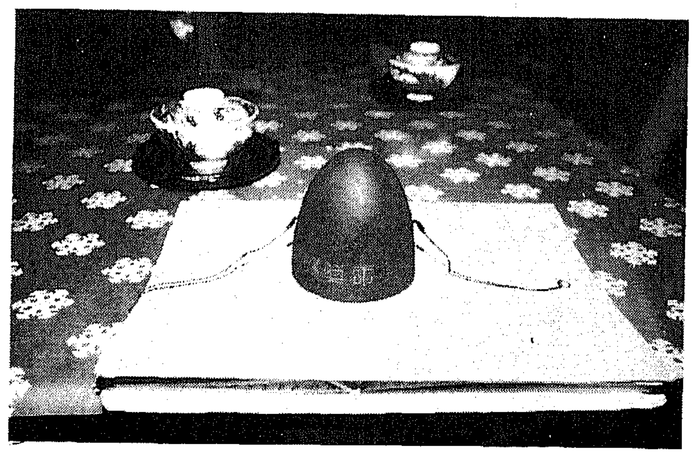
小林茂吉忠良[1]の『瑚璉追加　勧戒之器図説』[2]についての問題点は，つぎの２点である。

(1)　勧戒之器の形状について，『瑚璉追加　勧戒之器図説』では「其形長立圓之型，厚皆相等」としている。その形が長立圓（回転楕円体）とは，勧戒之器の外側が回転楕円体なのか，内側が回転楕円体なのか，が明確でない。しかも，①外側が回転楕円体，②内側が回転楕円体，③厚さ一定の３つの条件を同時に満たす立体はあり得ない。小林忠良は，どのような立体を考えていたのか。

このことを解決するには，条件①と②，②と③，①と③を満たす立体を仮定し，それぞれの計算結果と『図説』の「術曰」の結果を比較してみる以外に方法はない。

また，『増修日本数学史』で，遠藤利貞は「本術は果して正しきや否や，編者これを試みず。」としているし，「後ち文久二年に至りて，長沼安順（朧山と号す）これを解きたれども，忠良の題意に従わざる者なり。」と記している。遠藤利貞は計算が頗る繁雑になると予測したから試算しなかったと言っている。

また，長沼安順[3]はこの立体をどのような立体と仮定して試算したかは不明であるが，



掛川和人氏蔵　勧戒之器
（野村恵智雄氏　撮影）

少なくともその結果は忠良の術文とは一致しなかったということである。

そうすると，忠良の計算の正誤が疑問となる。

(2) 器に少しずつ水を注ぎ，器が覆る瞬間の水面の位置（持満深）を計算するとき，重心の位置が問題となる。『図説』では，水のほかに「菽麥之類亦可」としているが，器に入れる物質の密度によって持満深が変わるのではないか。

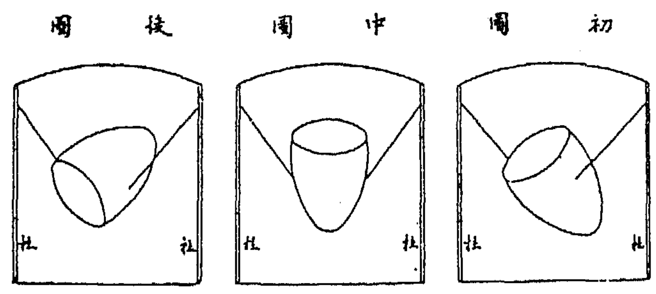
以上２点を明らかにしたい。

## 2　勧戒之器

勧戒之器についての分かりやすい解説が『増修日本数学史』の安政元年（1854）の条にあるので，その一部を抜き書きする。

「小林忠良（前に出ず），勧戒之器を作り，且つこれを算題に託して研究せり。蓋し，この器上古に在りしも，以降絶えて製作する者を聞かず。況んやその理を講ずる者においておや。忠良の算題，旧器と雖ども，その心これ新なり。

抑も，勧戒之器は在昔，支那において三皇五帝の時これを侑巵と曰う。坐右に置いて，その徳を慎しむ。故にこれを宥坐之器と謂う。或は宝器と謂い，或は器の性質より，これを欹器と謂い，或は治平儀と謂う。その実みな一なり。




この器，俗間に無し。支那の事暫く論ぜず。本邦においては，ただ昌平黌内に宝暦年間，松平左京太夫より幕府に献じたる者ありしのみ。然れども惜しい哉，製器美なるも古伝の性質を欠けり。いま忠良が製器はその体，粗なるも能く古伝の性質を備えたり。忠良の思考に富める洵に賞すべきなり。その製法に曰く，半長立円（正楕円体の横径面に沿うて，截断したる形なり。恰も湯呑椀の如し）の内部を空とし，器の厚を平等に作りて，固定重心を求め，その点を過ぎ，器の正中竪線を直交せる弦（固定重心を過ぎて，長径に直角に交る弦）の両端に糸を着け，該糸の他端を左右の柱に結ぶときは，その半楕円器は縦横斜覆を論ぜず，ただその位置のままに静止するものなり。これ忠良が本器の製法とす。この内空楕円器を名づけて巵と曰う。蓋し，古人の名命なり。





さて巵を手にして，随意に傾斜せしむれば，すなわち初図の如し。（手にて斜にすれば，すなわち斜めなり）巵の傾斜せるままにて，徐々に水を注入すれば，巵の上面漸くに上向し，或る程度に達すれば，巵中正すること中図の如し。水を注入して尚止まらざれば，巵再び欹きて，終に転覆すること後図の如し。かくの如く，水を注入して，巵の始めて中正したる際を，水の少極量とし，巵の始めて覆する際を，水の多極量とす。いま本器の製法は忠良の製法に従って，楕円の半長径を深とし，何処も相等しき者として，以て水の両極の深を求むべき算題を設る事，左の如し。……（問題文略，問題文は後に記す。）……

巻末に，安政元年歳次甲寅冬十有二月忠良謹識と記せり。

至極深とは，巵の初めて正立したる水深，すなわち底より少極点の距離なり。持満深とは，すでに正立を継続して，その極に達し，欹かんとするの際なる水深，すなわち底より多極点の距離なり。本術は果して正しきや否や，編者これを試みず。蓋し，巵の厚さをして平均ならしむときは巵の内外において，その一面は正楕円体面を成すも，他面は否らず。故に解法頗る繁きものならむ。惜しい哉，忠良の解法逸亡して伝わらず。後ち文久二年に至りて，長沼安順（朧山と号す）これを解きたれども，忠良の題意に従わざる者なり。延いて，社盟算譜の第十四題に論及せり。」

遠藤利貞は，この文中で「至極深とは，巵の初めて正立したる水深」と言っているが，これは誤りである。至極深とは，勧戒之器そのものの重心の位置（器の内側の底から重心までの距離）である。

なお，筆者の承知している勧戒之器は，次の通りである。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ① | 勧戒之器（懸壺） | （寄贈者）小山甚三郎 | 日本学士院蔵 | 箱だけで器はない。 |
| ② | 勧戒之器（同） | （寄贈者）小山茂吉 | 日本学士院蔵 | 木製 |
| ③ | 勧戒之器（懸垂台） | （寄贈者）小山甚三郎 | 日本学士院蔵 | 木製 |
| ④ | 勧戒之器 | 小諸市荒町 | 小山登氏蔵 | 木製 |
| ⑤ | 勧戒之器 | 小諸市与良町 | 塩野入芳雄氏蔵 | 磁器製 |
| ⑥ | 勧戒之器 | 小諸市本町 | 掛川和人氏蔵 | 磁器製 |
| ⑦ | 勧戒之器 | | 厳島神社蔵 | 金属製（筆者は未見） |

⑥には，箱の中に磁器製の勧戒之器とその懸垂台のほかに『瑚璉追加　勧戒之器図説』が添えられている。この『図説』には「安政元年（1854）歳次甲寅冬十有二月」とあるから，『算法瑚璉』が出版されて18年後である。この『図説』に「瑚璉追加」とあるところから勧戒之器の算題は，『算法瑚璉』の算題と同等またはそれ以上に力作として忠良の意にかなった算題であったと推測される。

## 3 『瑚璉追加　勧戒之器図説』の問題文

瑚　漣

『瑚璉追加　勧戒之器図説』では，勧戒之器についての問題文の前後に，孔子の説く中庸の道と勧戒之器との関係を述べているが，これは割愛する。問題文は次の通りである。

「今有勧戒之器，如変化図，其形長立円之型，厚皆相等，（中略）
假令　口径九寸，深一十零寸，厚六分，問或従底至極之深，持満之深，至中正之極，及其積，各幾何，

答曰
至極深[4]，五寸三二六六零零七有奇
持満深[5]，八寸三九八零零二五有奇
持満積[6]，三百二十三寸零七二一八有奇

（術文を，現代の数学の形式で表すと次のようになる。）

長＝２×深，短＝口径　とする。

$$\text{率}=1-\left(\frac{\text{短}}{\text{長}}\right)^2$$

$$\text{甲}=\frac{1}{2}\text{率}\qquad \text{子}=\frac{1}{3}\text{率}$$

$$\text{乙}=\frac{1}{3}\text{甲率}=\frac{1}{2\cdot 3}\text{率}^2\qquad \text{丑}=\frac{1}{5}\text{子率}=\frac{1}{3\cdot 5}\text{率}^2$$

$$\text{丙}=\frac{2}{4}\text{乙率}=\frac{1}{3\cdot 4}\text{率}^3\qquad \text{寅}=\frac{3}{7}\text{丑率}=\frac{1}{5\cdot 7}\text{率}^3$$

$$\text{丁}=\frac{3}{5}\text{丙率}=\frac{1}{4\cdot 5}\text{率}^4\qquad \text{卯}=\frac{5}{9}\text{寅率}=\frac{1}{7\cdot 9}\text{率}^4$$

$$\vdots\qquad\qquad\vdots$$

$$\text{陰}=\text{長}\{1-(\text{甲}+\text{乙}+\text{丙}+\text{丁}+\cdots\cdots)\}\qquad \text{陽}=\text{長}\{1-(\text{子}+\text{丑}+\text{寅}+\text{卯}+\cdots\cdots)\}$$

擬弦＝１，擬円径$^2=\dfrac{1}{\text{率}}$とし，これを用いて弧背を求める。

$$\text{弧背}=\frac{1}{\sqrt{\text{率}}}\quad \sin^{-1}\sqrt{\text{率}}$$

$$\text{木}=3\left\{\frac{\text{短}}{2}(\text{短}+\text{長}\times\text{弧背})+2\,\text{陽厚}\right\}+4\,\text{厚}^2$$

$$\text{火}=3\,\text{厚}\left[\frac{1}{2}\{\text{長}(\text{陰}+\text{長})+\text{短}^2\}+\text{厚}^2\right]$$

$$\text{土}=\text{長短}+4\,\text{厚}^2$$

$$\text{金}=\frac{1}{\text{木}}\left\{\left(\frac{\text{短}^2}{\text{長}+\text{短}}+\text{長}\right)\text{土}\pm\text{火}\right\}$$

$$\text{至極深}=\frac{1}{2}(\text{長}-\text{金})\cdots\cdots ①$$

$$\text{持満深}=\text{長}-\frac{1}{3}\{\text{金}+\sqrt{\text{金}(\text{金}+3\,\text{長})}\}\cdots\cdots ②$$

$$\text{水}=1-\frac{\text{持満深}}{\text{長}}$$



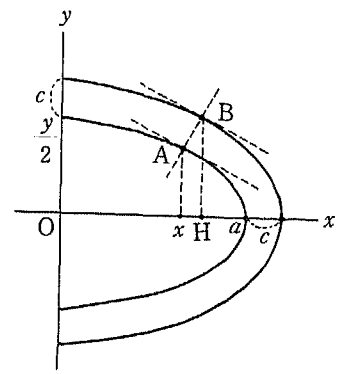


$$\text{持満深}=\{1-(3-2\,\text{水})\text{水}^2\}\cdot\text{長}\cdot\text{短}^2\cdot\text{玉積率}\cdots\cdots ③$$

## 4　現代解法

［**題意**］　右の図のように。内側が回転楕円体　（長径２$a$，短径$b$）　で，厚さ一定$c$の立体がある。これについて，次のものを求めよ。

(1)　至極深　（器の底から，器そのものの重心までの距離）
(2)　持満深（器に液体を入れ，器の重心と液体の重心が一致したときの液体の深さ）
(3)　持満積（持満深まで液体を入れたときの，その液体の体積）




［**現代解**］　内側の楕円の方程式は，$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{\left(\frac{b}{2}\right)^2}=1$

$$\mathrm{BH}=y+\frac{2ac\sqrt{a^2+x^2}}{\sqrt{b^2x^2+4a^2(a^2-x^2)}},\quad \mathrm{OH}(X)=x+\frac{bcx}{\sqrt{b^2x^2+4a^2(a^2-x^2)}}$$

(1)　至極深…器の質量を$\pi\rho V$とする。ただし，$\rho$は器の密度である。

$$V=\int_0^{a+c}\mathrm{BH}^2\mathrm{d}X-\int_0^a y^2\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^a\left\{y+\frac{2ac\sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{4a^4-(4a^2-b^2)x^2}}\right\}^2\left[1+\frac{4a^4bc}{\{\sqrt{4a^4-(4a^2-b^2)x^2}\}^3}\right]\mathrm{d}x-\int_0^a y^2\mathrm{d}x$$

$A=\sqrt{4a^4-(4a^2-b^2)x^2}$，$B=a^2-x^2$ とすると，

$$V=\int_0^a\left(\frac{2bcB}{A}+\frac{4a^2c^2B}{A^2}+\frac{a^2b^3cB}{A^3}+\frac{8a^4b^2c^2B}{A^4}+\frac{16a^6bc^3B}{A^5}\right)\mathrm{d}x$$

この被積分関数の第１，２，３，……項の積分の結果を $v_1$，$v_2$，$v_3$，……とすると，

$$v_1=\int_0^a\frac{2bcB}{A}\mathrm{d}x=\frac{a^2b^2c}{4a^2-b^2}-\frac{2a^2bc(2a^2-b^2)}{(4a^2-b^2)^{\frac{3}{2}}}\sin^{-1}\frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{2a}$$

$$v_2=\int_0^a \frac{4a^2c^2B}{A^2}dx=\frac{4a^3b^2}{4a^2-b^2}-\frac{a^2b^2c^2}{(4a^2-b^2)^{\frac{3}{2}}}\ln\frac{2a+\sqrt{4a^2-b^2}}{2a-\sqrt{4a^2-b^2}}$$

$$v_3=\int_0^a \frac{a^2b^3cB}{A^3}dx=\frac{b^2c}{4}-\frac{a^2b^2c}{4a^2-b^2}+\frac{a^2b^3c}{(4a^2-b^2)^{\frac{3}{2}}}\sin^{-1}\frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{2a}$$

$$v_4=\int_0^a \frac{8a^4b^2c^2B}{A^4}dx=ac^2-\frac{4a^3b^2}{4a^2-b^2}$$

$$+\left\{\frac{a^2c^2}{4\sqrt{4a^2-b^2}}+\frac{a^2b^2c^2}{(4a^2-b^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}\ln\frac{2a+\sqrt{4a^2-b^2}}{2a-\sqrt{4a^2-b^2}}$$

$$v_5=\int_0^a \frac{16a^6bc^3B}{A^5}dx=\frac{2}{3}c^3$$

$$V=v_1+v_2+v_3+\cdots\cdots+v_5$$

$$=\frac{c}{12}\left(3b^2+8c^2+12ac+\frac{6ab}{\sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}}}\sin^{-1}\sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}}+\frac{3b^2c}{\sqrt{4a^2-b^2}}\ln\frac{2a+\sqrt{4a^2-b^2}}{2a-\sqrt{4a^2-b^2}}\right)$$

器の $x$ 軸のまりの慣性能率を $\pi\rho M$ とすると，

$$M=\int_0^{a+c}X\cdot \mathrm{BH}^2dX-\int_0^a xy^2dx$$

$$\int_0^a\left\{\left(2bc+\frac{b^3c}{4a^2}\right)\frac{B}{A}+(4a^2c^2+2b^2c^2)\frac{B}{A^2}+(a^2b^3c+4a^2bc^3)\frac{B}{A^3}\right.$$

$$\left.+(8a^4b^2c^2+a^2b^4c^2)\frac{B}{A^4}+(16a^6bc^3+8a^4b^3c^3)\frac{B}{A^5}+16a^6b^2c^4\cdot\frac{B}{A^6}\right\}dx$$

この被積分関数の第１，２，３，……の積分の結果を $m_1$，$m_2$，$m_3$，……とすると，

$$m_1=\int_0^a\left(2bc+\frac{b^3c}{4a^2}\right)\frac{B}{A}dx$$

$$=-\frac{8a^3b^2c+ab^4c}{4(4a^2-b^2)}+\frac{8a^4bc+a^2b^3c}{2(4a^2-b^2)}-\frac{8a^3b^4c+ab^6c}{12(4a^2-b^2)}$$

$$+\frac{8a^5b^2c+a^3b^4c}{(4a^2-b^2)^2}+\frac{16a^6bc+2a^4b^3c}{3(4a^2-b^2)^2}-\frac{16a^6bc+2a^4b^3c}{(4a^2-b^2)^2}$$

$$m_2=\int_0^a(4a^2c^2+2b^2c^2)\frac{B}{A^2}dx$$

$$\frac{1}{2}a^2c^2+\frac{3}{8}b^2c^2+\frac{3b^4c^2}{8(4a^2-b^2)}-\frac{2a^4b^2c^2+a^2b^4c^2}{(4a^2-b^2)^2}\ln\frac{4a^2}{b^2}$$

$$m_3=\int_0^a(a^2b^3c+4a^2bc^3)\frac{B}{A^3})dx$$

$$=\frac{a^3b^2c+4a^3c^3}{4a^2-b^2}-\frac{a^2b^3c+4a^2bc^3}{2(4a^2-b^2)}-\frac{a^3b^4c+4a^3b^2c^3}{(4a^2-b^2)^2}$$





$$-\frac{4a^5b^2c+16a^5b^3}{(4a^2-b^2)^2}+\frac{2a^4b^3c+8a^4bc^3}{(4a^2-b^2)^2}+\frac{2a^4b^3c+8a^4bc^3}{(4a^2-b^2)^2}$$

$$m_4=\int_0^a(8a^4b^2c^2+a^2b^4c^2)\frac{B}{A^4}dx$$

$$=\frac{8a^4c^2+a^2b^2c^2}{2(4a^2-b^2)}-\frac{8a^2b^2c^2+b^4c^2}{8(4a^2-b^2)}-\frac{16a^6c^2+2a^4b^2c^2}{(4a^2-b^2)^2}$$

$$+\frac{8a^4b^2c^2+a^2b^4c^2}{2(4a^2-b^2)^2}+\frac{8a^4b^2c^2+a^2b^4c^2}{2(4a^2-b^2)^2}\ln\frac{4a^2}{b^2}$$

$$m_5=\int_0^a(16a^6bc^3+8a^4b^3c^3)\frac{B}{A^5}dx$$

$$=\frac{16a^5c^3+8a^3b^2c^3}{3b^2(4a^2-b^2)}-\frac{2a^2bc^3+b^3c^3}{3(4a^2-b^2)}-\frac{64a^7c^3+32a^5b^2c^3}{3b^2(4a^2-b^2)^2}$$

$$+\frac{16a^5c^3+8a^3b^2c^3}{(4a^2-b^2)^2}+\frac{8a^4bc^3+4a^2b^3c^3}{3(4a^2-b^2)^2}-\frac{8a^4bc^3+4a^2b^3c^3}{(4a^2-b^2)^2}$$

$$m_6=\int_0^a 16a^6b^2c^4\cdot\frac{B}{A^6}dx=\frac{c^2}{4}$$

$$M=m_1+m_2+m_3+\cdots\cdots+m_6$$

$$=\frac{c}{12}\left(\frac{2ab^3}{2a+b}+\frac{4b^2c^2}{2a+b}+4a^2b+8ac^2+\frac{3}{2}b^2c+3c^3+6a^2c+\frac{6a^2b^2c}{4a^2-b^2}\ln\frac{4a^2}{b^2}\right)$$

器の重心の座標を $\bar{x}$，至極深（器の底から重心までの距離）を $x$ とすると，

$$x=a-\bar{x}=a-\frac{\pi\rho M}{\pi\rho V}=a-\frac{Q}{P}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

ただし，$P=3b^2+8c^2+12ac+\dfrac{6ab}{\sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}}}\sin^{-1}\sqrt{1-\frac{b^2}{4a^2}}$

$$+\frac{3b^2c}{\sqrt{4a^2-b^2}}\ln\frac{2a+\sqrt{4a^2-b^2}}{2a-\sqrt{4a^2-b^2}}$$

$$Q=\frac{2ab^3}{2a+b}+\frac{4b^2c^2}{2a+b}+4a^2b+8ac^2+\frac{3}{2}b^2c+3c^3+6a^2c+\frac{6a^2b^2c}{4a^2-b^2}\ln\frac{4a^2}{b^2}$$

なお，

$$\frac{1}{2}-\frac{b^2}{8a\sqrt{4a^2-b^2}}\ln\frac{2a+\sqrt{4a^2-b^2}}{2a-\sqrt{4a^2-b^2}}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{b^2}{4a^2}\right)+\frac{1}{3\cdot5}\left(1-\frac{b^2}{4a^2}\right)^2$$

$$+\frac{1}{5\cdot7}\left(1-\frac{b^2}{4a^2}\right)^3+\cdots\cdots=\text{子}+\text{丑}+\text{寅}+\text{卯}+\cdots\cdots$$

$$1-\frac{b^2}{4a^2-b^2}\ln\frac{4a^2}{b^2}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{b^2}{4a^2}\right)+\frac{1}{2\cdot 3}\left(1-\frac{b^2}{4a^2}\right)^2$$

$$+\frac{1}{3\cdot 4}\left(1-\frac{b^2}{4a^2}\right)^3+\cdots\cdots=\text{甲}+\text{乙}+\text{丙}+\text{丁}+\cdots\cdots$$

であるから，上の①の式は，「術曰」の①の式と一致する。

(2)　深さ$n$まで液体（密度$\sigma$）を入れたときの液体の重心の$x$座標を$\overline{x_1}$とする。下の半楕円の方程式は

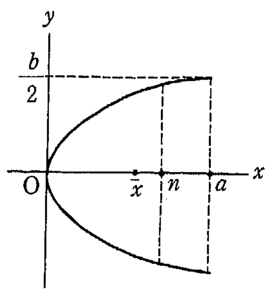
$$\frac{(x-a)^2}{a^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{b}{2}\right)^2}=1$$

$$\therefore \overline{x_1}=\frac{\pi\sigma\int_0^n xy^2\,\mathrm{d}x}{\pi\sigma\int_0^n y^2\,\mathrm{d}x}=\frac{-3n^2+8an}{-4n+12a}$$

(1)から，器の重心は，$x=a-\dfrac{Q}{P}$であるから，$\overline{x_1}=x$とおくと，

$$\frac{-3n^2+8an}{-4n+12a}=a-\frac{Q}{P}\qquad \therefore n=2a-\frac{1}{3}\left(\frac{2Q}{P}+\sqrt{\frac{4Q^2}{P^2}+\frac{12aQ}{P}}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots②$$

$\dfrac{2Q}{P}=$金であるから，この式は「術曰」の②の式と一致する。




(3)　持満積

(2)の図で，持満深$n$まで水が入ったときの水の体積を$V$とすると，

$$V=\pi\int_0^n y^2\,\mathrm{d}x=\frac{\pi b^2n^2}{4a}-\frac{\pi b^2n^3}{12a^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

この式は，「術曰」の③の式と一致する。

## 5　おわりに

はじめの２つの疑問点は，つぎのように明らかになった。

(1)　上記のように，内側が回転楕円体で厚さが一定の立体と仮定して計算した結果，至





極深，持満深，持満積ともに忠良の計算の結果と一致した。

なお，外側も内側も回転楕円体（この場合，器の厚さは一定にならない。）の立体と，外側が回転楕円体で厚さが一定の立体についても試算してみたが，忠良の計算の結果とはあわなかった。

したがって，小林忠良は勧戒之器を内側が楕円体で厚さが一定の立体と考えていたことが明らかになった。

(2)　器に同じ体積の液体を入れた場合でも，液体の密度が異なれば，器と液体を含めた重心の位置は異なる。しかし，上記の計算過程をみれば，持満深は器の重心と液体の重心が一致したときの液体の深さであるから器や液体の密度は無関係であることがわかる。したがって，持満積も密度には無関係となる。

忠良は，『図説』で，水のほかに「菽麥之類亦可」としている。これは至極深は勿論であるが，持満深や持満積でも密度は無関係であることを暗示しているものと推測される。

(3)　口径９寸，深さ 10 寸，厚さ６分として，上記現代解の①，②，③の式に代入して至極深，持満深，持満積をそれぞれ試算してみた結果，「答曰」の数値とほぼ一致した。

(4)　なお，遠藤利貞は『増修日本数学史』で「惜しい哉，忠良の解法逸亡して伝わらず。」と記しているし，計算過程が極めて繁雑であるので，現代解にはその大筋がわかる程度に記し，途中の細かい計算は省略した。

**注**

1)　『増修日本数学史』の天保七年（1836）の条に，つぎのように記されている。

「小林忠良，茂吉と称し，神山と号す。信州小諸の士なり。竹内武信（善吾と称し，城山と号す。信州上田の藩士にして，関輝尊の門人なりという）の門人なり。瑚璉一巻，大概円理豁術にして，高尚なる算題多し。蓋し，古今の算術，大抵誤失あり。いま瑚璉の術中に，一の誤失無しとして，衆の人これを賞す。

（註）　小林は小諸で農商を業とした。明治四年八月十一日，年七十六にて没す。翌年墓側に碑を建てる。（赤羽）」

このほかに。郷土の出版物には詳しい記述もある

2)　長野県小諸市本町，掛川和人氏蔵

3)　安順は，小諸藩士で勘定奉行の職にもあった。小林忠良の門人である

4)　勧戒之器そのものの重心の位置（ただし，内側の底から重心までの距離）

5)　器に液体を入れ，器の重心と液体の重心が一致したときの液体の深さ

6)　持満深まで液体を入れたときの，その液体の体積

（平成７年11月15日受理）

論　説

# 和算の発達

## ――「達人」観の変遷を中心に（１）――

西田　知己

### はじめに

「工夫」という言葉はもともと思考そのものを意味したが，江戸時代に書かれた数学関連の書物に出てくる用例を拾ってみると，後期になるほど思考の成果（改善・改良）の方に力点が移っている。その推移は現代語「工夫」への接近であると同時に，数学研究の恒常的な継承発展という方向性が和算家の意識に育っていく過程でもある。このような「工夫」認識の変容は，幕末維新期における外来の進歩史観の受容の一端をになったと推測できる[1]。今回は「達人」をはじめとする「達」関連の語彙をキーワードに選び，倫理道徳や芸道とのつながりを視界に入れながら，和算の発達について考えてみた。

「達」の原義は，文字通り目的地に達することである。そこから様々な用法が派生し，多様な到達のあり方を包括する総合概念になった。追って詳しく述べる通り，伝統思想における「達」は「道」と不可分の関係にあった。倫理道徳の「道」から芸道的な「道」に至るまで，各方面の「道」において完成形態ないし理想像としてのゴールが想定され，それを極める営みの言語表現として「達」が付随していたからである。その「道」を極めた人物を「達人」「達者」などと呼び，人物像としてはなかば漠然と，しかも揺るぎなく思い描かれていた。こういった「達人」像は，現在まで受け継がれている。

一方，学問の世界では先人の残した研究成果をふまえて連続的に発展させてゆくから，最終的なゴールは想定されていない。研究者の目の前にあるのは，到達すべき目標ではなく，乗り越えてゆくべき壁だけである。過去の研究者よりももう一歩真理に迫り，後続研究者はさらにもう一歩近づく，という方式による相対的・段階的な達成の絶え間ない連続こそ，学問研究本来の姿といえる。特に自然科学系統は，その典型とみなされている。よって通例，化学の「達人」や物理学の「達人」といった称号は存在しない。はっきりいえるのは，その時代その時代の最先端ないし最高水準の学者ということだけである。

「達人」像が思い描けるかどうか，という基準から道徳や芸道の世界と学問の世界を比較してみたが，無論これは双方の異質性を指摘しただけのことであり，優劣を論じているわけではない。その点を付記して「達」周辺の検討事項の要点を一応押さえたものとし，以





下，個々の問題について具体的に取り上げる。

### Ｉ　「達」と「道」

「達」について考察するためには，ひとまず「道」の方から入る必要がある。「達」を思想史的に扱う場合，基本となるのは「道」における到達のあり方の問題だからである。「達」概念という切り口からの思想史研究が少ないのに対して，「道」には豊富な蓄積があり，それらの先行研究を手がかりにして取り組めるという利点もある。日本的な「道」が培われた，その思想的な土壌となった中国的な「道」から概観してみると，元来それは道路のことであり，そこから人や物事のあるべきあり方を意味した。中国語の場合，「道路」という言葉に使われる「路」の字は地理上の道をさしており，それがかえって「道」の概念的なふくらみを引き立てている[2]。

孔子の「朝聞夕死」（「朝に道を聞かば，夕に死すとも可なり」『論語』里仁第 4）といった格言を引き合いに出すまでもなく，聖人君子の道としての「道」は儒教思想史上，一貫して追求された。宋代における儒教思想の新展開とみなされている朱子学では，人間の理性にもとづいた「道」や「性（心の本性）」が考究された。一方，日本思想史研究では「道（みち・ドウ[3]）」概念の日本的な展開が多角的に分析されている。たとえば朱子学的な「道」は江戸時代になると徐々に大衆化し，価値基準の主体は理性面よりも心情面の方に置かれるようになった[4]。

しかし最も独特な展開は，江戸時代よりも前に遂げられていた。つまり「道」という言葉が人間の営みの領域区分に使われて専門を意味するようになり，さらにはそれぞれの専門領域が「家」単位で継承されたところから，道徳以上に芸道と結び付いた「道」概念が形づくられていったのである。そもそも「芸道」という言葉は，世阿弥の造語とも考えられている[5]。ただしその「道」は，専門的・個別的であると同時に，達成された境地においてはひとつであるという普遍的な性格も意識されていた[6]。

中国思想本来の「道」と日本の芸道的な「道」の異質性は，双方の「達」概念の違いにも直結している。「道」の特質から推測可能なように，中国語の「達人」は物事の道理を極めた有徳の人物を意味した。「達者」もほぼ同様の意味で使われた。この聖人君子的な「達」を絶対的な「達」と仮称すると，それとは別に相対的と呼べる「達」がある。簡単にいうと，絶対的な「達」とはすでに達成された「達」であり，相対的な「達」とは到達をめざしている最中の「達」である。「君子は上達す。小人は下達す」（『論語』憲門第 14），「下学して上達す」（同前）などと使われる「上達」は，相対的な「達」の代表格といえる。

「達人」像ないし「達人」的な境地とはある種の観念的な所産といえるから，絶対的な「達」と相対的な「達」の境界は実質的には画然としていない。たとえば「熟達」「練達」といっ

た場合の「達」がどちらに分類できるか，その見極めは微妙である。しかし「達」のあり方として絶対性と相対性の両極を立てること自体には取り立てて問題がないため，以下の論述でもこの二極を区分の目安として使う。

相対的な「達」は一見，自然科学の領域における相対的な達成を連想させるが，あらかじめ想定された到達点の枠内における達成度を問題にしている場合もあるため，一概に同列に置けない。絶対的な価値観と相対的な価値観は厳密には並び立たず，絶対的な到達点という壁が乗り越えられてはじめて，真の相対的な達成が可能になる。

日本的な「道」が倫理道徳よりも芸道と深く結び付いた結果，「達」もそれに沿った方向で展開していった。中国の聖人君子的な「達人」像は普遍的・総合的な存在だったが，「道」の専門化・細分化が進んだ日本では，各分野に「達人」が並び立ったのである。それでも「道」の日本的な普遍性が背後にあったため，領域区分の枠をこえた「達人」的な境地が共有されうるとも考えられていた。

「達人」的な境地の共有という観点を押し広げると，「達人」同士における優劣や格付け上の上下は存在しないことになる。そもそも異なる「道」の達成度を同一の物差しで測ることは不可能であり，それは事実上，同じ「道」の「達人」同士の場合にもいえる。たとえば書(しょ)の世界では「達筆」という日本独特の言葉が成立したが，至高の「達筆」をひとつに決めることはできない。異なる達成のあり方をお互いが尊重して多様性を認めることが，芸道的な世界の豊かさにつながっているから，これは当然のことである。ただ，あえて少々見透かしたような言い方をすれば，厳密に比較するための基準がとりにくいからこそ相互の「達人」の威信が傷つかず，併存が可能になるともいえる。

中世的な「達人」を説明した具体例として，代表的な室町時代語辞書『日葡辞書』（慶長8-9年，1603-4刊）から，達人を意味する「達道」「達者」の2語（見出し語「達人」は未収録）を引用してみる（解説文の原文はポルトガル語で，〔　〕内がその原語）。

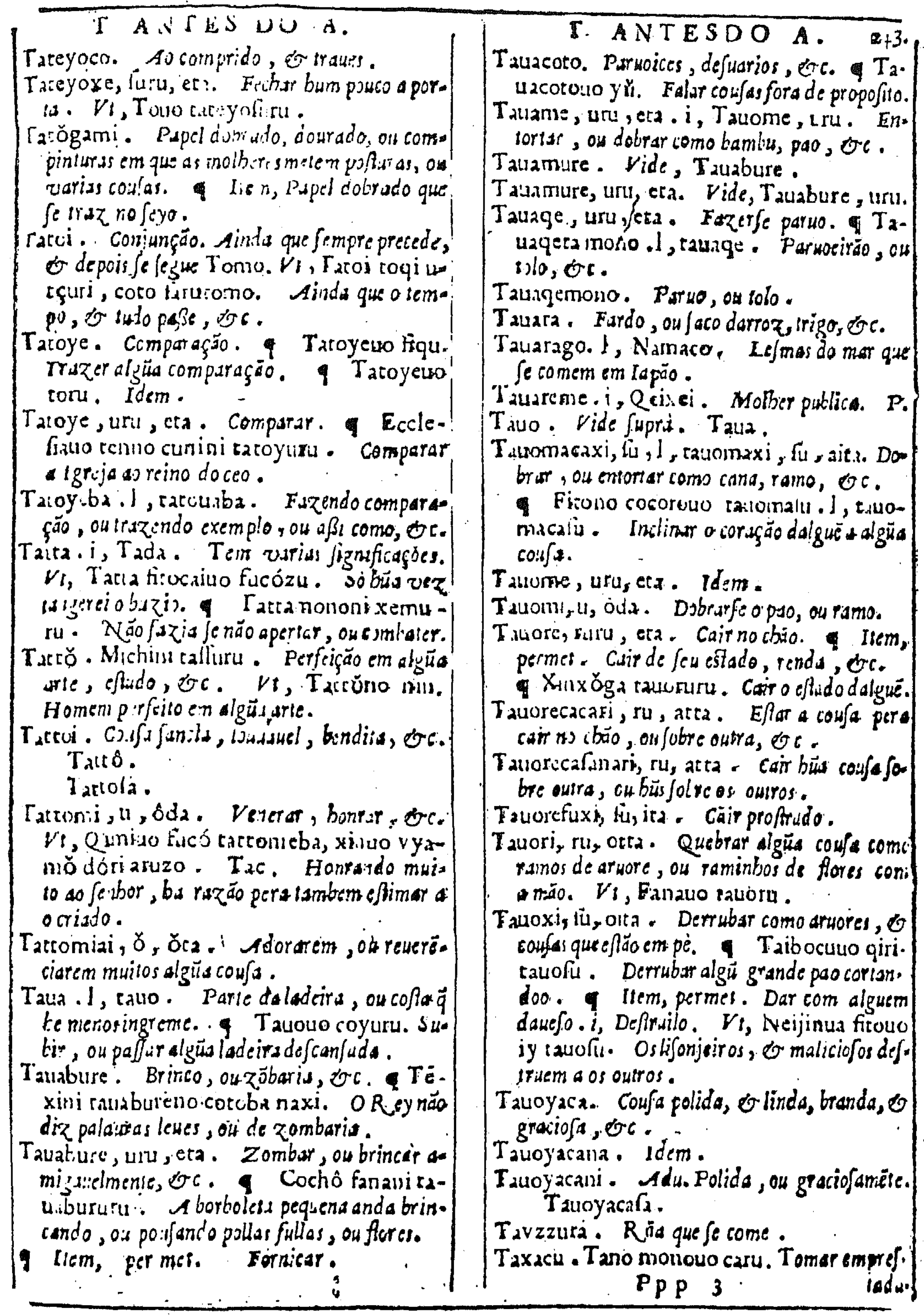
Tattŏ.(達道) Michini tassuru.(道に達する) ある技芸〔arte〕，学問〔estudo〕などにおいて完璧〔perfeiāo〕であること。例，Tattŏno nin.(達道の仁) ある技芸で完璧な〔perfeito〕人[7]。

Taxxa.(達者) Taxxita fito.(達した人) ある物事に熟達した〔destro〕人。例，Taxxa vomomuqiuo qirauazu.(達者趣を嫌はず) 熟達した〔destro〕人は上等の道具を求めず，多くの器材をも求めない。¶ Michino taxxa.(道の達者) ある技芸〔arte〕に堪能な〔destro〕人，あるいは，完璧な〔perfeito〕人[8]。

「お達者で。」といった現在の使い方から類推が可能なように，健康体を意味する「達者」もあったが，『日葡辞書』の説明にあるように，一方では達人を意味した。「筆が達者」といった言い方は，「達人」系統の「達者」の名残といえる。文字の上から見ると，「達人」







T ANTES DO A.

Tateyoco. *Ao comprido, & traues.*
Tateyoxe, ſuru, eta. *Fechar hum pouco a porta.* *Vt*, Touo tateyoſuru.
Tatŏgami. *Papel dobrado, dourado, ou com pinturas em que as molheres metem poſturas, ou varias couſas.* ¶ *Item, Papel dobrado que ſe traz no ſeyo.*
Tatoi. *Conjunção. Ainda que ſempre precede, & depois ſe ſegue* Tomo. *Vt*, Tatoi toqi utçuri, coto ſaruromo. *Ainda que o tempo, & tudo paſſe, &c.*
Tatoye. *Comparação.* ¶ Tatoyeuo fiqu. *Trazer algũa comparação.* ¶ Tatoyeuo toru. *Idem.*
Tatoye, uru, eta. *Comparar.* ¶ Ecclesiauo tenno cunini tatoyuru. *Comparar a Igreja ao reino do ceo.*
Tatoyeba. I, tatouaba. *Fazendo comparação, ou trazendo exemplo, ou aſsi como, &c.*
Tatta. i, Tada. *Tem varias ſignificações.* *Vt*, Tatta fitocaiuo facózu. *Sò hũa vez tangerei o buzio.* ¶ Tatta nononi xemuru. *Não fazia ſenão apertar, ou combater.*
Tattŏ. Michini tassuru. *Perfeição em algũa arte, eſtudo, &c.* *Vt*, Tattŏno nin. *Homem perfeito em algũa arte.*
Tattoi. *Couſa ſancta, louuauel, bendita, &c.*
Tattô.
Tattoſa.
Tattomi, u, ôda. *Venerar, honrar, &c.* *Vt*, Qimiuo facó tattomeba, xinuo vyamŏ dôri aruzo. Tac. *Honrando muito ao ſenhor, ha razão pera tambem eſtimar a o criado.*
Tattomiai, ŏ, ŏta. *Adorarem, ou reuerenciarem muitos algũa couſa.*
Taua. I, tauo. *Parte da ladeira, ou coſta q̃ he menos ingreme.* ¶ Tauouo coyuru. *Subir, ou paſſar algũa ladeira deſcanſada.*
Tauabure. *Brinco, ou zõbaria, &c.* ¶ Tenxini tauabureno cotoba naxi. *O Rey não diz palauras leues, ou de zombaria.*
Tauabure, uru, eta. *Zombar, ou brincar amigauelmente, &c.* ¶ Cochô fanani tauabururu. *A borboleta pequena anda brincando, ou pouſando pollas fulhas, ou flores.*
¶ *Item, per met. Fornicar.*

T. ANTES DO A. 243.

Tauacoto. *Paruoices, deſuarios, &c.* ¶ Tauacotouo yŭ. *Falar couſas fora de propoſito.*
Tauame, uru, eta. i, Tauome, uru. *Entortar, ou dobrar como bambu, pao, &c.*
Tauamure. *Vide*, Tauabure.
Tauamure, uru, eta. *Vide*, Tauabure, uru.
Tauaqe, uru, eta. *Fazerſe paruo.* ¶ Tauaqeta mono. I, tauaqe. *Paruoeirão, ou tolo, &c.*
Tauaqemono. *Paruo, ou tolo.*
Tauara. *Fardo, ou ſaco darroz, trigo, &c.*
Tauarago. I, Namaco. *Leſmas do mar que ſe comem em Iapão.*
Tauareme. i, Qeixei. *Molher publica.* P.
Tauo. *Vide ſuprà.* Taua.
Tauomacaxi, ſu, I, tauomaxi, ſu, aita. *Dobrar, ou entortar como cana, ramo, &c.* ¶ Fitono cocorouo tauomaſu. I, tauomacaſu. *Inclinar o coração dalguẽ a algũa couſa.*
Tauome, uru, eta. *Idem.*
Tauomi, u, ôda. *Dobrarſe o pao, ou ramo.*
Tauore, ruru, eta. *Cair no chão.* ¶ *Item, per met. Cair de ſeu eſtado, renda, &c.* ¶ Xinxŏga tauoruru. *Cair o eſtado dalguẽ.*
Tauorecacari, ru, atta. *Eſtar a couſa pera cair no chão, ou ſobre outra, &c.*
Tauorecaſanari, ru, atta. *Cair hũa couſa ſobre outra, ou hũs ſobre os outros.*
Tauorefuxi, ſu, ita. *Cair proſtrado.*
Tauori, ru, otta. *Quebrar algũa couſa como ramos de aruore, ou raminhos de flores com a mão.* *Vt*, Fanauo tauoru.
Tauoxi, ſu, oita. *Derrubar como aruores, & couſas que eſtão em pè.* ¶ Taibocuuo qiritauoſu. *Derrubar algũ grande pao cortandoo.* ¶ *Item, per met. Dar com alguem daueſſo. i, Deſtruilo.* *Vt*, Neijinua fitouo iy tauoſu. *Os liſonjeiros, & malicioſos deſtruem a os outros.*
Tauoyaca. *Couſa polida, & linda, branda, & gracioſa, &c.*
Tauoyacana. *Idem.*
Tauoyacani. *Adu. Polida, ou gracioſamẽte.* Tauoyacaſa.
Tavzzura. *Rãa que ſe come.*
Taxacu. Tano monouo caru. *Tomar empreſtado.*

Ppp 3

『日葡辞書』にある「達道」の項目（左列中央）

も「達者」も大差はない。

上記の２語の中で「技芸」と翻訳されている「arte」は，現代英語の「art」につながる言葉である。『日葡辞書』の補完的な役割を果たす『羅葡日対訳辞書』（文禄４年，1595 刊）も参照してみると，「arte」は「Xoguei, xogacuno michi（諸芸，諸学の道）[9]」と説明されており，やはり「芸」とか「道」といった言葉が説明に使われている。「諸学」の「学」とは，『日葡辞書』の見出し語「達道」にあった説明文中の「学問〔estudo〕」と同様，儒的な道学に相当する。

訳語「完璧」の原語「perfeito」は，「perfect」につながる言葉である。『羅葡日対訳辞書』によると，「perfeito」は「Iǒjuxitaru coto, taxxitaru coto（成就したること，達したること）[10]」と解説されており，ここにも「達」が出てくる。このように「perfeito」と説明されている「達」が，絶対的な到達を意味する「達」に相当する。一方，「熟達」ないし「堪能」と訳されている「destro」はもともと「右（手）」の意であり，そこから器用・巧みといった意味が派生した[11]。「perfeito」と使い分けられている「destro」的な「達」には，相対的な発達を受け持たせてあるように思われる。

上述したような「道」や「達」の基本性格をふまえて，本題の和算に移る。室町・戦国時代あたりまでは，四則計算程度の計算能力で日常的・社会的に十分間に合っており，数学研究の継承発展と呼べるほどの展開は見られなかった。その段階では，計算が極めて速く正確な人が「達人」だった。計算速度は個人の技量の問題であり，技能的に見てある種の到達点（上限）が思い描けるため，「達人」といった称号が成り立ち得たのである。飛び抜けて優れた計算能力は，一世一代の芸ととらえられていたと見て大過はない。

ところが江戸時代になって研究が発達し，算術計算というよりも数学（学問）としての性格が前面に出てくるようになると，従来の芸道的な「達人」観では通用しなくなってきた。数学的な創造性といった部分はともかく，知識量やその水準については後世の研究者ほど到達度が高くなって当然だから，いくら過去に優れた業績を残した大家でも，最先端の水準と比較されると分が悪い。

こうして数学的な進歩という考え方が江戸時代に形成された結果，達成の度合を測るための観念的な大枠にしてきた絶対的な到達点という大前提から問い直されるようになった。和算の世界に見られた「達人」像の変遷は，芸道寄りに受け止められていたジャンルが学問的な領域に接近してゆく，その過程を代弁しているように思えて興味深い。芸道から学問への推移として把握できる点に着目するならば，従来より繰り返されてきた「和算は学問か芸道（技芸）か」という二者択一的な問いかけ以上に包括的な視点を，私たちに提供してくれるように思われる。





## Ⅱ　江戸前期の「達人」

江戸時代の数学的「達人」について把握するためには，まず遺題継承を押さえなければならない。江戸初期にあたる寛永４年（1627）に吉田光由が刊行した『塵劫記』は，江戸時代に刊行されたあらゆる書籍の中でも有数のベストセラーとなった。相次いで版が重ねられたほか，著者光由の生前から多くの偽版が出されたほど人気が高かった。

光由は『割算書』の著者として名高い毛利重能に師事していたが，寛永16年（1639）になると，重能の別の弟子だった今村知商が『竪亥録』を刊行した。『竪亥録』は数学的な必要事項のみを煮詰めた公式集のような著作として書かれたため，一般受けする要素は極力排除されており，現に 100 部しか印刷しない限定版だった。しかし数学的な水準は当時としては高く，光由はこれに刺激を受けてか，２年後の寛永 18 年に従来の諸版と若干趣の異なる新版『塵劫記』を刊行した。従来は通例，解答や解法まで記した例題を載せていたが，光由はそのほかに純粋な問題を掲載し，数学の「達者」を自認する者ならば解いてみよ，と迫ったのである。不特定の読者に突きつけられたこの問題は，現在では遺題と称されており，そこから寛永 18 年版『塵劫記』は，他の版と区別して遺題本とも呼ばれている。

遺題本『塵劫記』への関心は刊行当時から高かったと想像されるが，後続研究者が解法をまとめて公刊するまでには10年以上の歳月を要した。1650年代に入ったあたりから『塵劫記』の遺題に取り組んだ書物が立て続けに刊行され，同じ遺題の解法にも一層の工夫が凝らされるようになっていった。

『塵劫記』の遺題を解いて公刊した著者は，それぞれさらにむずかしい遺題を掲載し，答えを出してみよと迫った。さらにはその新たな遺題を解いて公刊した本にもまた新作の遺題が掲載されたため，出題と回答を繰り返す一種の問答形式が成り立ち，研究者や読者の幅広い関心を集めた。このやりとりが現在，遺題継承と呼ばれている。遺題継承が契機となって，17 世紀中期の数学の研究水準は次第に向上していったと見てよい。17 世紀後期あたりから 18 世紀にかけて活躍した関孝和の業績は，このような競合を下地にして築かれた。

遺題継承にかかわった書物の序文や跋文などに語られている「達人」像には何らかの到達点が想定されている場合が多く，室町時代風の芸道的な「達人」に近い。まず最初に，遺題継承の発端となった遺題本『塵劫記』の下巻にある記載から引用してみる。この箇所は，12 問の遺題を掲げる直前に置かれた文章として名高い。

> 新編塵劫記下巻にハ四十二ヶ所の積算をあけ置。此内にも遺闕あらん。勘の達者成人，是をたゝして世に伝へハ，誠に国家の重器たるへし。又世に算勘の達者，数人有といへ共，此道に不入して，其勘者の位をよのつねの人見分かたし。只はやけれハ上手といふ，是ひか事也[12]。

「勘の達者」「算勘の達者」という表現が出てくるが，「勘」とは数学的な洞察力に近い[13]。

遺題本では，そういった能力の「達者」が理想に掲げられている。末尾には「只はやけれハ上手といふ，是ひか事也」とあり，単に計算が早いだけでは「上手」を名乗れないと述べられている。この書き方は，計算速度を基準にしていた伝統的な「達人」観の存在を前提にしている。「勘」の重視を説くことによって，光由は旧来の「達人」観に疑問を投げかけたのである。

「勘」に集約させた数学的洞察力の世界を光由は「此道」と表現しており，数学の領域でも「達」が「道」と結び付いていることが改めて分かる。その「道」における「達」に上限が想定されているかどうか，この文章だけでは判別できないが，そこまで踏み込んで考える必要に迫られるほど飛躍的な発展に直面していなかったと推測できる。

光由が出題した12問の遺題は「円截積」と題された第10問が特にむずかしく，それもあってか，榎並和澄がこれに挑んだ『参両録』を刊行したのは承応2年（1653）のことだった。解法その他の面で後続書よりも見劣りする部分もあるが，『参両録』が受けて立ったことによって遺題継承が軌道に乗ったのは確かである。その『参両録』の中巻の序文に，次の一節がある。

> 只はやきを上手といへるはひが事也と塵劫記にしるされたれ共，上手とは道に達せる名なれば，達道の人いかでか不勘に遅事あらんや[14]。

和澄は，遺題本『塵劫記』にあった「只はやけれハ上手といふ，是ひか事也」の箇所を取り上げて切り返している。『日葡辞書』に「完璧」という言葉で説明されていたように，「達道」という形で使われる「達」はもともと十全の達成の意味に近く，『参両録』に記された「達道」の「達」もまた，絶対的な到達の方に力点が置かれているように思われる。

次の一例は，17世紀中期の第一人者として名高い磯村吉徳の弟子だった初坂重春の著『円方四巻記』である。本書は師匠の代表作『算法闕疑抄』に先立って，明暦3年（1657）に刊行された。序文の第2条は，以下のように書き起こされている。

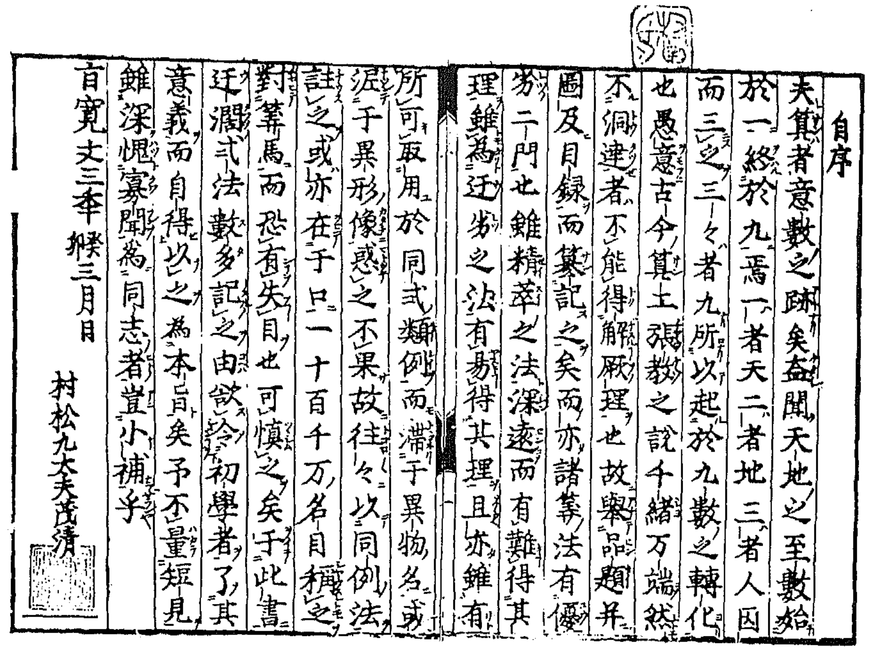
> 算勘ハ諸芸の父母たり。故に算と勘と是二ツの闕る事なし。猶以て軍者，大筒打，鉄砲者，算勘達者なれハ，其げい猶以て達者成と云り[15]。

「算勘」を「算（技術計算）」と「勘（技術で処理できない数学的な能力全般）」に分け，その両立を理想に掲げている。その「算勘」は「諸芸」の基礎となるものであり，「算勘達者」であれば，「軍者，大筒打，鉄砲者」といった「げい（武芸）」のさらなる「達者」になれると説いている。

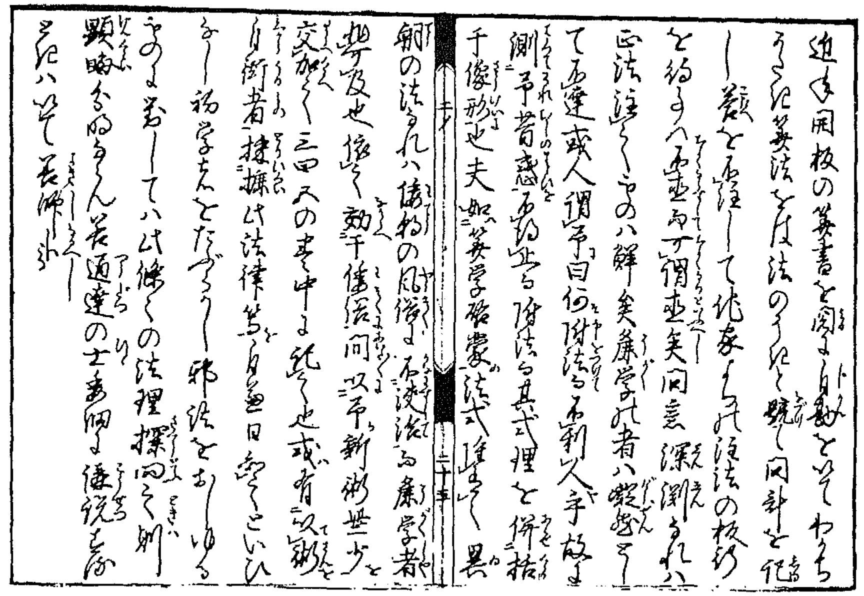
「算勘」や「軍者，大筒打，鉄砲者」を「芸」と結びつけた書き方を見ると，「六芸」が思い起こされる。「六芸」とは古代中国における知識人の教養課程とされた6学科（「礼」「楽」「射」「御（馬術）」「書」「数」）のことで，そのひとつに「数」も加えられていた。安藤有益著，寛文2年（1662）刊『竪亥録仮名抄』の序文が「夫レ数ハ六芸ノ一術ナリ」[16]と書き







『算組』自序。「洞達」という言葉がある。



同上，巻2末。「麁学（そがく）の者ハ……達せず」「善（よき）通達の士」とある。

始められているように,「六芸」の中の数学という書き方は江戸時代の数学書に時折出てくるが,数学が太古の昔から重視されていたことを強調するための常套句といえる。重春も「六芸」のことを多少念頭に置いて『円方四巻記』の序文を書いたのかも知れないが,自分の文章で綴っているため,紋切り型の「六芸」説よりも参考になる。

初坂重春の師匠だった礒村吉徳の早期の主著が,万治2年(1659)に刊行された『算法闕疑抄』である。本書が数学的な「勘」の必要性を力説したことによって,遺題本以降の「勘」重視の風潮は決定的となった。「達」については一言しか語られていないが,この時期の数学的な状況について考える上で外せない一書なので,一応参照してみた。巻4には,吉田光由をたたえた次の一節がある。

> 光由考勘ふかきか故に,其えきなき事をハのせられすといへとも,しかも暦術達者ニて,別ニ古暦便覧を集記し,世間ニ流布せしを見たまはすやといへハ,聞人かんニたへて立てり[17]。

暦は古くから数学と関連が深かった。古代から中世にかけて,最も高度な計算を要求される分野は暦術だったといっても過言ではない。吉徳は『古暦便覧』の著者でもあった光由の暦術を称賛して「達者」と評しているが,到達度の上限の問題は依然あまり意識されていないように思われる。

次に引用するのが,吉徳の弟子だった村瀬義益の『算法勿憚改』(延宝元年,1673刊)である。巻4の序文に次の一節がある。

> 本朝数術の達士と弟子より誉あがむる隅田高(江)雲之吟味にて,可也とゆるす根源記にも,あやまる事すくなからす[18]。

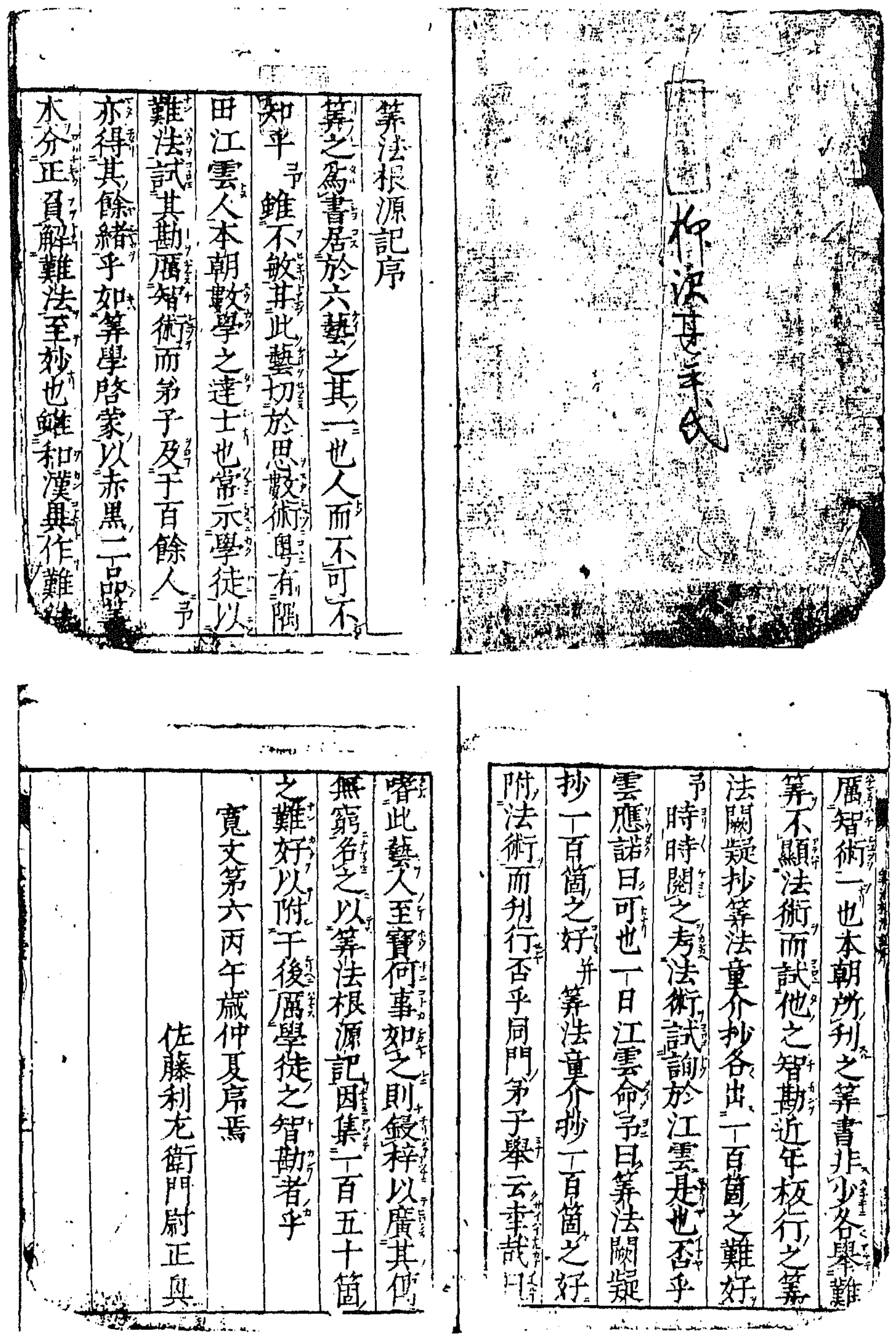
ここにある「達士」という表現も,「達人」「達者」などと並んで時折見られる。師匠の吉徳と並ぶ17世紀中期の第一人者だった村松茂清の『算俎』(寛文3年,1663刊)の巻2には「通達の士[19]」という言い方があるが,これなども「達士」に割合近い。

『算法勿憚改』からの引用文にある「根源記」とは,『算法勿憚改』刊行の4年前に相当する寛文9年(1669)に出された佐藤正興の『算法根源記』のことである。正興の師匠は,今村知商の弟子として一派をなしていた隅田江雲である。『算法根源記』の序文によると,正興は江雲の指示によって『算法闕疑抄』と『童介抄』(野沢定長著,寛文4年,1664刊)の遺題各100問の解答をまとめたとある。原文は以下の通り。

> 粤ニ隅田江雲ト云人有リ。本朝数学之達士也。常ニ学徒ニ示スニ難法ヲ以テシテ其勘ヲ試ミ,智術ヲ励マス。弟子百余人ニ及フ。……一日江雲予ニ命シテ曰ク,算法闕疑抄一百箇ノ好并算法童介抄一百箇ノ好ニ法術ヲ付シテ,刊行センヤ否乎。同門ノ弟子挙云ク,幸ナル哉。曰此芸ヲ嗜ム人ノ至宝,何事カ之レニ如ント。則チ梓ニ鏤メテ,以テ其ノ伝無窮ニ広クス。之ニ名ツクルニ算法根源記ヲ以テス[20]。






算法根源記序
算之為書居於六藝之其一也人而不可不
知乎予雖不敏耳此藝切於思數術粤有隅
田江雲人本朝數學之達士也常示學徒以
難法試其勘厲智術而弟子及于百餘人予
亦得其餘緒乎如算學啓蒙以赤黒二品
本分正負解難法至抄也雖和漢與作難

厲智術一也本朝所刊之算書非少各舉難
算不顯法術而試他之智勘近年板行之算
法闕疑抄算法童介抄各出一百箇之難好
予時時閲之考法術試諭於江雲是也否乎
雲應諾曰可也一日江雲命予曰算法闕疑
抄一百箇之好并算法童介抄一百箇之好
附法術而刊行否乎同門弟子舉云幸哉曰

嗜此藝人至寶何事如之則鋟梓以廣其傳
無窮名之以算法根源記因集一百五十箇
之難好以附于後厲學徒之智勘者乎
寛文第六丙午歳仲夏序焉
佐藤利左衛門尉正興

『算法根源記』序文(日本学士院所蔵本)

義益が『算法勿憚改』に書いていた「本朝数学之達士」という表現がある。正興をはじめとする門下生にとって，江雲は日本を代表する「数学之達士」だったといえるが，義益には江雲の監修のもとに書かれた『算法根源記』でさえ間違いが多いと思えた。特定の一派から見れば万全の「達士」でも，他派から見ると必ずしも同等に評価するに値しない，という価値観の相対性が示唆されている。ただし『算法勿憚改』の書きぶりは，相対的な価値観という問題意識に立脚した厳密な比較というよりも，ライバル意識からくる辛辣さの方が先立っているように思われる。（つづく）

**注**

1) 西田知己『「算勘」と「工夫」――江戸時代の数学的発想』研成社，1994 年。
2) 溝口雄三「異と同の瀬踏みⅢ――日本・中国の概念比較――中国の「道」」『文学』55，岩波書店，1987 年。
3) 音読と訓読による相違については，相良亨『日本の思想　理・自然・道・天・心・伝統』（ぺりかん社，1989 年）参照。
4) 尾藤正英「近世社会の特色――文化の普及について――」（愛知大学綜合郷土研究所編『近世の地方文化』名著出版，1991 年，所収）など参照。
5) 表章「世阿弥の「道」と「芸道」」『創文』184，1979 年，所収。
6) 小西甚一『日本文芸史』Ⅲ，講談社，1986 年，156 頁。
7) 土井忠生・森田武・長南実編訳『邦訳　日葡辞書』岩波書店，1980 年，618 頁。原語については，亀井孝解題『日葡辞書』（勉誠社，1973 年，243 頁・右）参照。
8) 前掲『邦訳　日葡辞書』619 頁。原語については，前掲『日葡辞書』244 頁・左参照。
9) 福島邦道・三橋健解題『羅葡日対訳辞書』勉誠社，1979 年，65 頁（見出し語「Ars, tis」）。
10) 同，567 頁（見出し語「Perfectus, a, um」）。
11) 西洋の伝統思想における右手の優位については，中森義宗・衛藤駿・永井信一『増補　美術における右と左』（中央大学出版部，1992 年，63 頁以降）参照。
12) 山崎与右衛門『塵劫記の研究　図録編』森北出版，1966 年，269 頁。
13) 西田知己「江戸時代の数学　高次方程式と「勘」」『現代思想』23-05，1995 年。
14) 日本学士院日本科学史刊行会編『明治前日本数学史』第 1 巻，岩波書店，1954 年，245 頁。
15) 早稲田大学小倉文庫所蔵『円方四巻記』巻 1，2 丁。大竹茂雄・大山誠校注『円方四巻記』江戸初期和算選書・第 4 巻 2，研成社，1994 年，3 頁。
16) 佐藤健一『竪亥録仮名抄』研成社，1988 年，33 頁。
17) 近世文学書誌研究会編『算法闕疑抄』（近世文学資料類従　参考文献編 12，勉誠社，1978 年）337 頁。
18) 西田知己校注『算法勿憚改』江戸初期和算選書・第 3 巻 3，研成社，1993 年，107 頁。
19) 佐藤健一『算俎』研成社，1987 年，73 頁。
20) 日本学士院所蔵『算法根源記』巻 1，1-2 丁。前掲『明治前日本数学史』第 1 巻，335 頁。





資　　料

# 吉田宗恂「漏刻算」について

下浦　康邦

## 1.　「漏刻算」の概要

写本「漏刻算」は東京都立中央図書館蔵本である。
（請求番号　反一特 5057）
東京大学植物学教室の初代教授であった白井光太郎博士の識語によれば，作者である吉田宗恂の自筆本とされる。
袋綴じ 31 頁（内，墨付 28 枚）。
改装前の吉田宗恂校「三尺求図数求路程求山高遠法」とほぼ同じ体制の本である。
写本の大きさは，縦 19 糎，横 14.5 糎。

## 2.　写本「漏刻算」の体裁および作者について

（第 1 頁）
青緑地の表紙右上に「特別買上文庫 5057」のシールを貼付。
表紙左上に筆書きの題簽で「漏刻　又玄先生　吉田氏蔵書記（朱印）　完」とある。
上記のうち「又玄」は，吉田宗恂の号である。
（第 2 頁）
また，写本の裏表紙に，当時の植物学・本草学の権威であった白井光太郎博士の自筆で，
「吉田宗恂は慶長 5 年（註，慶長 15 年の誤り）4 月 17 日病没。
宗桂の第二子。医業に名あり。徳川家康に任ふ。此書同氏所作の漏刻算の手筆本なれば尤も貴重すべし。　　　　白礫水誌」とある。
ちなみに白礫水とは白井光太郎博士の号である。
（第 3 頁）
上から「算書巻　漏刻算　宗恂作」と筆書きされている。
（この部分をどう解釈するか諸説あろうが，筆者はたくさんの算書巻があったもののうちの一冊がこの「漏刻算」であって，他にも室町時代に成立した数学的・天文学的著作が吉田宗恂には大量にあったと考えている）

右下部分に「称意館蔵書記」「白井氏蔵書」の朱印。

（第 5 頁）

この頁から本文が始まるが，この右上部分に「東京都立日比谷図書館蔵書」，右下部分に「反町文庫」の朱印。

（第 29 頁）

この写本の終りに「意安宗恂作」とあるが後人の加筆と考えられる。

（第 30 頁）

中央部分に「称意館之宝」，左下部分に「月明荘」の朱印。

上記のうち「吉田氏蔵書記」「称意館蔵書記」「称意館之宝」はすべて歴代吉田意安の蔵書印である。

「白井氏蔵書」は白井光太郎博士の蔵書印である。

また「反町文庫」は古典籍商の反町茂雄氏の手文庫の蔵書印。

「月明荘」のほうは反町茂雄氏の経営していた古書肆弘文荘の別称であり，一般に反町茂雄氏が取り扱った和本に捺印した。

この写本も吉田宗恂校閲の「三尺求図数求路程求山高遠法」と同じく，「吉田称意館」や「称意館之宝」等の蔵書印のある歴代吉田意安の蔵書と，写本の形式，紙の質，朱印，そして内容のどれをとってもまったく同質である。

上記の写本に残された情報より推定されることは，以下のとおり。

本写本は，もともと吉田一族の蔵書であったが，おそらく明治中頃に売りに出され，白井光太郎博士（1863 年～1932 年）の所有となったものであろう。

そもそも白井光太郎博士の植物学・本草関係の大蒐集は，博士の没後幸運にも当時三宅島で牧場を経営していた子息の代になってほぼすべてがまとまった形で国会図書館に売却された。

国会図書館は白井光太郎博士の蔵書を一括して昭和 31 年に購入している。

興味深いのは国会図書館以外には入っていないと考えられていた，白井光太郎博士の旧蔵書がこれ一冊だけ東京都立中央図書館にあることである。

おそらくこれは白井光太郎博士の生前に売却されたものであろう。それがいつか市に出て，古典籍商の反町茂雄氏が自分の手文庫に入れていたもののようである。

そのあと，戦時中の昭和19～20年に，東京都の特別買上事業にさいし，古書肆側の評価の担当者の一人でもあった反町茂雄氏によって東京都立中央図書館の特別買上文庫に組み入れられたものらしい。

（「ひびや（東京都立中央図書館図書館報）」通巻第 53 号　昭和 37・9・30 参照）

東京都立中央図書館の特別買上文庫は当時の館長の委託をうけて反町茂雄氏や朝倉屋などの有力古典籍商が評価を行い，当時戦禍の危機にあった民間の善本の買入を行った文庫である。

以上より，本書は，その内容，本の流通経路とも疑問の余地なく，白井光太郎博士の識語のとおり吉田宗恂が執筆したものであることは間違いないと考えられる。





## 3. 「漏刻算」の成立年代について

作者の吉田宗恂の生没年は 1558 年～1610 年である。

以上より本写本の成立年代は 1558 年～1610 年となるが，本書が吉田宗恂の幼年期の著作とは考えられない。

たとえば，吉田宗恂の 20 歳以降の著作と仮定すると 1578 年～1610 年となる。

ただ紙の保存状態や字体から判断するに1600年までのもののように見え，江戸初期には下らないように思われる。

確定的なことは言えないが，内容からみても室町末期に書かれたもののように思われる。

前回も引用したが姜沆（1567 年～1618 年）の「看羊録」に以下のような記述がある。

『倭僧意安（宗恂）なる者に会うことがありました。倭京の人です。

その祖，その父（宗桂の父）から中国で学び，意安（宗恂の代）に至ってやや算学・天文・地理を理解するようになり，かって土圭を作って日影を測り，ほぼ天地の円方，山川の遠近を知った，ということです』　　（東洋文庫 440，平凡社　P 30）

『医僧の意安（宗恂）が日影台と銅の渾（天）儀を作り，天地四方の遠方を測った…』

（同書，平凡社 P 218）

この内，姜沆の言う『土圭を作って日影を測り，ほぼ天地の円方（を知った）』という下りはこの「漏刻算」に対応し，あとの『山川の遠近を知った』という下りは「三尺求図数求路程求山高遠法」に記された内容のことを差している可能性がある。

したがって，吉田宗恂が姜沆に出会ったのは，1598 年（慶長 3 年）のことであるから，この姜沆の証言を事実とすれば，内容的にはこの「漏刻算」は1598年以前に成立していたと思われる。

## 4. 「漏刻算」の時刻制度

「漏刻算」に記された数値をまとめると表 1 および表 2 のとおりとなる。

ただし第 11 箭に書き誤りがあるので補正可能なものは訂正後の数値を掲げた。

これを見ると 1 辰刻と正刻があり，それぞれ 4 刻までしかないこと。

分は 1 分から 5 分までであること。ただし，4 刻は 4 刻の場合しかないことなどを考えあわせると，「漏刻算」は，以下の時刻制度を採用していると考えられる。

表1　漏刻算の集約表

| | 自 | 至 | 自 | 至 | 昼 | 夜 | 日の出 | 日の入 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 第 1箭 | 冬至前 3日 | 後15日 | | | 40刻 | 60刻 | 辰初 刻3分（今考5分也，或2分半） | 申正3刻4分（今考2分，或4分半） |
| 第 2箭 | 小寒　日 | 後12日 | 大　雪　日 | 後12日 | 41刻 | 59刻 | 辰初 刻2分（今　初刻4分） | 申正3刻5分（今　　3分） |
| 第 3箭 | 大寒前 3日 | 後 7日 | 小雪後 6日 | 後15日 | 42刻 | 58刻 | 辰初 刻1分（今　初刻2分） | 申正4刻　（今正3刻5分） |
| 第 4箭 | 大寒後 8日 | 後15日 | 小雪前 3日 | 後 5日 | 43刻 | 57刻 | 卯正4刻1分（今辰初刻4分） | 酉初 刻　（今申正4刻1分） |
| 第 5箭 | 立春　日 | 後 8日 | 立冬後 5日 | 後12日 | 44刻 | 56刻 | 卯正3刻5分 | 酉初 刻2分 |
| 第 6箭 | 立春後 9日 | 雨　水　日 | 立冬前 4日 | 後 4日 | 45刻 | 55刻 | 卯正3刻4分（今　3刻2分） | 酉初 刻3分（今初 刻5分） |
| 第 7箭 | 雨水後 2日 | 後 9日 | 霜降後 4日 | 後11日 | 46刻 | 54刻 | 卯正3刻2分（今　2刻4分） | 酉初 刻5分（今　1刻3分） |
| 第 8箭 | 雨水後10日 | 啓蟄後 2日 | 寒露後11日 | 霜降後 3日 | 47刻 | 53刻 | 卯正3刻　（今　2刻） | 酉初1刻4分（今　2刻1分） |
| 第 9箭 | 啓蟄後 3日 | 後10日 | 寒露後 3日 | 後10日 | 48刻 | 52刻 | 卯正2刻4分（今　1刻2分） | 酉初1刻3分（今　2刻5分） |
| 第10箭 | 啓蟄後11日 | 春分後 2日 | 秋分後10日 | 寒露後 2日 | 49刻 | 51刻 | 卯正2刻2分（今正4刻） | 酉初1刻5分（今　3刻3分） |
| 第11箭 | 春分後 3日 | 後 9日 | 秋分後 3日 | 後 9日 | 50刻 | 50刻 | 卯正2刻2分（今正4刻） | 酉初1刻5分（今　3刻3分） |
| 第12箭 | 春分後10日 | 清明後 2日 | 白露後11日 | 秋分後 2日 | 51刻 | 49刻 | 卯初1刻5分（今　3刻3分） | 酉正2刻2分（今正 刻4分） |
| 第13箭 | 清明後 3日 | 後10日 | 白露後 3日 | 後10日 | 52刻 | 48刻 | 卯初1刻3分（今　2刻5分） | 酉正2刻4分（今　1刻2分） |
| 第14箭 | 清明後11日 | 穀雨後 3日 | 処暑後10日 | 白露後 2日 | 53刻 | 47刻 | 卯初1刻1分（今　2刻1分） | 酉正3刻 |
| 第15箭 | 穀雨後 4日 | 後11日 | 処暑後 2日 | 後 9日 | 54刻 | 46刻 | 卯初 刻5分（今　1刻3分） | 酉正2刻2分（今　2刻4分） |
| 第16箭 | 立夏前 4日 | 後 4日 | 立秋後 9日 | 処暑日 | 55刻 | 45刻 | 卯初 刻3分（今　　5分） | 酉正3刻4分（今　3刻2分） |
| 第17箭 | 立夏後 5日 | 後12日 | 立　秋　日 | 後 8日 | 56刻 | 44刻 | 卯初 刻2分 | 酉正3刻5分 |
| 第18箭 | 小満前 3日 | 後 5日 | 大暑後 8日 | 後15日 | 57刻 | 43刻 | 卯初 刻　（今正4刻1分） | 酉正4刻1分（今戌初 刻） |
| 第19箭 | 小満後 6日 | 後15日 | 大暑前 3日 | 後 7日 | 58刻 | 42刻 | 寅正3刻　（今　3刻5分） | 戌初 刻1分（今　　2分） |
| 第20箭 | 芒　種　日 | 後12日 | 小　暑　日 | 後12日 | 59刻 | 41刻 | 寅正3刻5分（今　3刻3分） | 戌初 刻2分（今　　4分） |
| 第21箭 | 夏至前 3日 | 後15日 | | | 60刻 | 40刻 | 寅正3刻4分（今3刻2分，或4分半） | 戌初 刻3分（今5分，或2分半） |





表2

| | 明9 | 明8 | 明7 | 明6 | 明5 | 明4 | 暮9 | 暮8 | 暮7 | 暮6 | 暮5 | 暮4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 第 1箭 | 子正刻 | 丑正1刻4分 | 寅正3刻2分 | 辰初 刻5分 | 辰正3刻2分 | 巳正1刻4分 | 午正刻 | 未初2刻3分 | 申初 刻5分 | 申正3刻2分 | 戌初 刻5分 | 亥初2刻3分 |
| 第 2箭 | 子正刻 | 丑正1刻3分 | 寅正3刻 | 辰初 刻2分 | 辰正3刻 | 巳正1刻3分 | 午正刻 | 未初2刻4分 | 申初1刻1分 | 申正3刻5分 | 戌初1刻1分 | 亥初2刻4分 |
| 第 3箭 | 子正刻 | 丑正1刻2分 | 寅正2刻4分 | 卯正4刻 | 辰正2刻4分 | 巳正1刻2分 | 午正刻 | 未初2刻5分 | 申初1刻3分 | 酉初 刻1分 | 戌初1刻3分 | 亥初2刻5分 |
| 第 4箭 | 子正刻 | 丑正1刻1分 | 寅正2刻2分 | 卯正3刻3分 | 辰正2刻2分 | 巳正1刻1分 | 午正刻 | 未初3刻 | 申初1刻5分 | 酉初 刻4分 | 戌初1刻5分 | 亥初3刻 |
| 第 5箭 | 子正刻 | 丑正1刻 | 寅正2刻 | 卯正3刻 | 辰正2刻 | 巳正1刻 | 午正刻 | 未初3刻1分 | 申初2刻1分 | 酉初1刻1分 | 戌初2刻1分 | 亥初3刻1分 |
| 第 6箭 | 子正刻 | 丑正　5分 | 寅正1刻4分 | 卯正2刻3分 | 辰正1刻4分 | 巳正 刻5分 | 午正刻 | 未初3刻2分 | 申初2刻3分 | 酉初1刻4分 | 戌初2刻3分 | 亥初3刻2分 |
| 第 7箭 | 子正刻 | 丑正 刻4分 | 寅正1刻2分 | 卯正2刻 | 辰正1刻2分 | 巳正 刻4分 | 午正刻 | 未初3刻3分 | 申初2刻5分 | 酉初2刻1分 | 戌初2刻5分 | 亥初3刻3分 |
| 第 8箭 | 子正刻 | 丑正 刻3分 | 寅正1刻 | 卯正1刻3分 | 辰正1刻 | 巳正 刻3分 | 午正刻 | 未初3刻4分 | 申初3刻1分 | 酉初2刻4分 | 戌初3刻1分 | 亥初3刻4分 |
| 第 9箭 | 子正刻 | 丑正 刻2分 | 寅正 刻4分 | 卯正1刻 | 辰正 刻4分 | 巳正 刻2分 | 午正刻 | 未初3刻5分 | 申初3刻3分 | 酉初3刻1分 | 戌初3刻3分 | 亥初3刻5分 |
| 第10箭 | 子正刻 | 丑正 刻1分 | 寅正 刻2分 | 卯正 刻3分 | 辰正 刻2分 | 巳正 刻1分 | 午正刻 | 未初4刻 | 申初3刻5分 | 酉初3刻4分 | 戌初3刻5分 | 亥初4刻 |
| 第11箭 | 子正刻 | 丑正 刻 | 寅正 刻 | 卯正 刻 | 辰正 刻 | 巳正 刻 | 午正刻 | 未正 刻 | 申正 刻 | 酉正 刻 | 戌正 刻 | 子正 刻 |
| 第12箭 | 子正刻 | 丑初4刻 | 寅初3刻5分 | 卯初3刻4分 | 辰初3刻5分 | 巳初4刻 | 午正刻 | 未正 刻1分 | 申正 刻2分 | 酉正 刻3分 | 戌正 刻2分 | 亥正 刻1分 |
| 第13箭 | 子正刻 | 丑初3刻5分 | 寅初3刻3分 | 卯初3刻1分 | 辰初3刻3分 | 巳正3刻5分 | 午正刻 | 未正 刻2分 | 戌正 刻4分 | 酉正1刻 | 戌正 刻4分 | 亥正 刻2分 |
| 第14箭 | 子正刻 | 丑初3刻4分 | 寅初3刻1分 | 卯初2刻4分 | 辰初3刻1分 | 巳初3刻4分 | 午正刻 | 未正 刻3分 | 申正1刻 | 酉正1刻3分 | 戌正1刻 | 亥正 刻3分 |
| 第15箭 | 子正刻 | 丑初3刻3分 | 寅初2刻5分 | 卯初2刻1分 | 辰初2刻5分 | 巳初3刻3分 | 午正刻 | 未正 刻4分 | 申正1刻2分 | 酉正2刻 | 戌正1刻2分 | 亥正 刻4分 |
| 第16箭 | 子正刻 | 丑初3刻2分 | 寅初2刻3分 | 卯初1刻4分 | 辰初2刻3分 | 巳初3刻2分 | 午正刻 | 未正 刻5分 | 申正1刻4分 | 酉正2刻3分 | 戌正1刻4分 | 亥正 刻5分 |
| 第17箭 | 子正刻 | 丑初3刻1分 | 寅初2刻1分 | 卯初1刻1分 | 辰初2刻1分 | 巳初3刻1分 | 午正刻 | 未正1刻 | 申正2刻 | 酉正3刻 | 戌正2刻 | 亥正1刻 |
| 第18箭 | 子正刻 | 丑初3刻 | 寅初1刻5分 | 卯初 刻4分 | 辰初1刻5分 | 巳初3刻 | 午正刻 | 未正1刻1分 | 申正2刻2分 | 酉正3刻3分 | 戌正2刻2分 | 亥正1刻1分 |
| 第19箭 | 子正刻 | 丑初2刻5分 | 寅初1刻3分 | 卯初 刻1分 | 辰初1刻3分 | 巳初2刻5分 | 午正刻 | 未正1刻2分 | 申正2刻4分 | 酉正4刻 | 戌正2刻4分 | 亥正1刻2分 |
| 第20箭 | 子正刻 | 丑初2刻4分 | 寅初1刻1分 | 寅正3刻5分 | 辰初1刻1分 | 巳初2刻4分 | 午正刻 | 未正1刻3分 | 申正3刻 | 酉初 刻2分 | 戌正3刻 | 亥正1刻3分 |
| 第21箭 | 子正刻 | 丑初2刻3分 | 寅初 刻5分 | 寅正3刻2分 | 辰初 刻5分 | 巳初2刻3分 | 午正刻 | 未正1刻4分 | 申正3刻2分 | 酉初 刻5分 | 戌正3刻2分 | 亥正1刻4分 |

**表３** 漏刻算の集約表(1日＝600分換算)

| | 昼 | 夜 | 明9 | 明8 | 明7 | 明6 | 明5 | 明4 | 暮9 | 暮8 | 暮7 | 暮6 | 暮5 | 暮4 | 日の出 今 | 日の出 或 | 日の入 今 | 日の入 或 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 240 | 360 | 0 | 60 | 120 | 180 | 220 | 260 | 300 | 340 | 380 | 420 | 480 | 540 | 178 | (180,177.5) | 422 | (420,422.5) |
| 2 | 246 | 354 | 0 | 59 | 118 | 177 | 218 | 259 | 300 | 341 | 382 | 423 | 482 | 541 | 177 | (179) | 423 | (421) |
| 3 | 252 | 348 | 0 | 58 | 116 | 174 | 216 | 258 | 300 | 342 | 384 | 424 | 484 | 542 | 176 | (177) | 424 | (423) |
| 4 | 258 | 342 | 0 | 57 | 114 | 171 | 214 | 257 | 300 | 343 | 386 | 429 | 486 | 543 | 175 | (179) | 425 | (425) |
| 5 | 264 | 336 | 0 | 56 | 112 | 168 | 212 | 256 | 300 | 344 | 388 | 432 | 488 | 544 | 173 | | 427 | |
| 6 | 270 | 330 | 0 | 55 | 110 | 165 | 210 | 255 | 300 | 345 | 390 | 435 | 490 | 545 | 172 | (170) | 428 | (430) |
| 7 | 276 | 324 | 0 | 54 | 108 | 162 | 208 | 254 | 300 | 346 | 392 | 438 | 492 | 546 | 170 | (166) | 430 | (434) |
| 8 | 282 | 318 | 0 | 53 | 106 | 159 | 206 | 253 | 300 | 347 | 394 | 441 | 494 | 547 | 168 | (162) | 432 | (438) |
| 9 | 288 | 312 | 0 | 52 | 104 | 156 | 204 | 252 | 300 | 348 | 396 | 444 | 496 | 548 | 166 | (158) | 434 | (442) |
| 10 | 294 | 306 | 0 | 51 | 102 | 153 | 202 | 251 | 300 | 349 | 398 | 447 | 498 | 549 | 164 | (174) | 436 | (446) |
| 11 | 300 | 300 | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 | 550 | 164 | (174) | 436 | (446) |
| 12 | 306 | 294 | 0 | 49 | 98 | 147 | 198 | 249 | 300 | 351 | 402 | 453 | 502 | 551 | 136 | (146) | 464 | (454) |
| 13 | 312 | 288 | 0 | 48 | 96 | 144 | 196 | 456 | 300 | 352 | 404 | 456 | 504 | 552 | 134 | (142) | 466 | (458) |
| 14 | 318 | 282 | 0 | 47 | 94 | 141 | 194 | 459 | 300 | 353 | 406 | 459 | 506 | 553 | 132 | (138) | 468 | |
| 15 | 324 | 276 | 0 | 46 | 92 | 138 | 192 | 462 | 300 | 354 | 408 | 462 | 508 | 554 | 130 | (134) | 464 | (456) |
| 16 | 330 | 270 | 0 | 45 | 90 | 135 | 190 | 465 | 300 | 355 | 410 | 465 | 510 | 555 | 128 | (130) | 472 | (470) |
| 17 | 336 | 264 | 0 | 44 | 88 | 132 | 188 | 468 | 300 | 356 | 412 | 468 | 512 | 556 | 127 | | 473 | |
| 18 | 342 | 258 | 0 | 43 | 86 | 129 | 186 | 471 | 300 | 357 | 414 | 471 | 514 | 557 | 125 | (125) | 475 | (475) |
| 19 | 348 | 252 | 0 | 42 | 84 | 126 | 184 | 474 | 300 | 358 | 416 | 474 | 516 | 558 | 124 | (123) | 476 | (477) |
| 20 | 354 | 246 | 0 | 41 | 82 | 123 | 182 | 477 | 300 | 359 | 418 | 477 | 518 | 559 | 123 | (121) | 477 | (479) |
| 21 | 360 | 240 | 0 | 40 | 80 | 120 | 180 | 240 | 300 | 360 | 420 | 480 | 520 | 560 | 122 | (120,124.5) | 478 | (480,477.5) |





1日＝12辰刻＝１００刻＝600分

1辰刻＝8刻2分＝ 50分

1刻＝ 6分

（ただし１辰刻＝４刻１分×２（初刻と正刻））

ここで４刻１分はつぎの正刻であり，正４刻１分はつぎの初刻になっていると推定される。

ここで表現を簡単にするために，子の正刻を０分とし１日を600分に分割した時刻制度を採用し，すべての時刻を分に換算する。

すなわち０分は午前０時ちょうど，300分は正午，600分は午後12時となる。

この数値をまとめると表３のとおりとなる。

## 5. 不定時制の時刻表の計算について

これを見ると一目瞭然であるが，昼の時刻：夜の時刻が一定の比率にある時の，不定時制の各時刻を計算しているものである。

即ち，たとえば第１箭は，昼：夜の時刻が40刻（240分）：60刻（360分）の場合，それぞれ

明９は０分，明８は60分，明７は120分，明６は180分，明５は220分，明４は260分，

暮９は300分，暮８は340分，暮７は380分，暮６は420分，暮５は480分，暮４は540分であるから，

明６からの暮６までのそれぞれの時刻が40分おき，暮６からの明６までのそれぞれの時刻が60分おきになる計算になる。

ここで仮に明６を日の出，暮６を日の入と同一視すると，これは昼の一辰刻：夜の一辰刻が40分：60分である示している。

同じようにして以下は，

昼：夜＝40刻：60刻の場合，昼の一辰刻：夜の一辰刻＝40分：60分

昼：夜＝41刻：59刻の場合，昼の一辰刻：夜の一辰刻＝41分：59分

昼：夜＝42刻：58刻の場合，昼の一辰刻：夜の一辰刻＝42分：58分

……　　　　　　……

昼：夜＝60刻：40刻の場合，昼の一辰刻：夜の一辰刻＝60分：40分

となる。

したがって，１刻＝６分とした理由が明解である。

昼：夜の刻数の比と昼の一辰刻：夜の一辰刻の比の数字が一致し，計算が簡単だから

である。

## 6. 各箭の使用（あるいは測定）期間について

不定時制の時刻表の計算については，これがどういうものかは，上記で明解になった。

つぎに各箭の使用（測定）期間についてであるが，これは調べて見ると「延喜式」に記された陰陽寮における各箭の使用（測定）期間と完全に一致する。

これが標準的なものなら偶然の一致ということもありうるが，「延喜式」の各箭の使用（測定）期間は当時の陰陽寮で時の鐘を鳴らすために，実際に採用された特殊なものとして知られている。

したがってこれは，新規に吉田宗恂が考案したものではなく，「延喜式」の各箭の使用（測定）期間を採用して人為的に計算し直したものの可能性がある。

## 7. 「延喜式」の各箭の使用期間の特異性

「延喜式」の各箭の使用期間は表 4 にまとめてみた。

これはさきほどのべたように「漏刻算」と同じである。

これをみると，第21箭の中間日と夏至が一致せず，また第1箭の中間日が冬至でもない。また第 11 箭のそれぞれの中間日が春分でも秋分でもない。

天文学的な合理性を追及するならこれらは正確にあてはまるはずである。

ただ 24 節気の 360 日と，太陽年の 365 日の差のぶんだけ正確にずれているのが気にかかる。

24 節気と太陽年のあいだを調整する没日とのなんらかの関係があるのかもしれないが今のところよくわからない。

## 8. 「延喜式」と「漏刻算」の比較

一方，「延喜式」の中では，明け六や暮れ六がどういう時刻になるかといった本件のような不定時制の時刻表は存在していない。

が，その代わり各箭の使用（測定）期間に於ける日の出，日の入の時刻が記されている。

それでは，ここで「延喜式」における各箭の使用（測定）期間に於ける日の出，日の入の時刻をみてみよう（表5）。

ただし「延喜式」における時刻制度は，

1日＝12辰刻＝48刻＝480分

1辰刻＝ 4刻＝ 40分

1刻＝ 10分





**表 4** 24節気と各箭の適用期間

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 立春1 ○ | | 啓蟄31 | | 清明61 | | 立夏91 | | 芒種121 ○ | | 小暑151 ○ | |
| 2 | | 32 ○ | | 62 ○ | | 92 | | 122 | | 152 | |
| 3 | | 33 ○ | | 63 ○ | | 93 | 16 | 123 | | 153 | |
| 4 | | 34 | | 64 | | 94 ○ | | 124 | | 154 | |
| 5 | 5 | 35 | | 65 | | 95 ○ | | 125 | | 155 | |
| 6 | | 36 | | 66 | | 96 | | 126 | | 156 | |
| 7 | | 37 | 9 | 67 | 13 | 97 | | 127 | 20 | 157 | 20 |
| 8 ○ | | 38 | | 68 | | 98 | | 128 | | 158 | |
| 9 ○ | | 39 | | 69 | | 99 | 17 | 129 | | 159 | |
| 10 | | 40 ○ | | 70 ○ | | 100 | | 130 | | 160 | |
| 11 | | 41 ○ | | 71 ○ | | 101 | | 131 | | 161 | |
| 12 | | 42 | | 72 | | 102 ○ | | 132 ○ | | 162 ○ | |
| 13 | 6 | 43 | | 73 | | 103 ○ | | 133 ○ | | 163 ○ | |
| 14 | | 44 | 10 | 74 | | 104 | | 134 | | 164 | |
| 15 | | 45 | | 75 | 14 | 105 | | 135 | | 165 | |
| 雨水16 ○ | | 春分46 | | 穀雨76 | | 小満106 | | 夏至136 | | 大暑166 | |
| 17 ○ | | 47 ○ | | 77 | | 107 | 18 | 137 | | 167 | |
| 18 | | 48 ○ | | 78 ○ | | 108 | | 138 | | 168 | 19 |
| 19 | | 49 | | 79 ○ | | 109 | | 139 | | 169 | |
| 20 | | 50 | | 80 | | 110 ○ | | 140 | | 170 | |
| 21 | 7 | 51 | 11 | 81 | | 111 ○ | | 141 | | 171 | |
| 22 | | 52 | | 82 | | 112 | | 142 | 21 | 172 ○ | |
| 23 | | 53 | | 83 | 15 | 113 | | 143 | | 173 ○ | |
| 24 ○ | | 54 ○ | | 84 | | 114 | | 144 | | 174 | |
| 25 ○ | | 55 ○ | | 85 | | 115 | | 145 | | 175 | |
| 26 | | 56 | | 86 ○ | | 116 | 19 | 146 | | 176 | |
| 27 | | 57 | | 87 ○ | | 117 | | 147 | | 177 | 18 |
| 28 | 8 | 58 | 12 | 88 | | 118 | | 148 | | 178 | |
| 29 | | 59 | | 89 | | 119 | | 149 | | 179 | |
| 30 | | 60 | | 90 | | 120 ○ | | 150 ○ | | 180 ○ | |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 立秋181 ○ | | 白露211 | | 寒露241 | | 立冬271 | | 大雪301 ○ | | 小寒331 ○ | |
| 182 | | 212 ○ | | 242 ○ | | 272 | | 302 | | 332 | |
| 183 | | 213 ○ | | 243 ○ | | 273 | 6 | 303 | | 333 | |
| 184 | | 214 | | 244 | | 274 ○ | | 304 | | 334 | |
| 185 | 17 | 215 | | 245 | | 275 ○ | | 305 | | 335 | |
| 186 | | 216 | | 246 | | 276 | | 306 | | 336 | |
| 187 | | 217 | 13 | 247 | 9 | 277 | | 307 | 2 | 337 | 2 |
| 188 ○ | | 218 | | 248 | | 278 | | 308 | | 338 | |
| 189 ○ | | 219 | | 249 | | 279 | 5 | 309 | | 339 | |
| 190 | | 220 ○ | | 250 ○ | | 280 | | 310 | | 340 | |
| 191 | | 221 ○ | | 251 ○ | | 281 | | 311 | | 341 | |
| 192 | | 222 | | 252 | | 282 ○ | | 312 ○ | | 342 ○ | |
| 193 | 16 | 223 | | 253 | | 283 ○ | | 313 ○ | | 343 ○ | |
| 194 | | 224 | 12 | 254 | | 284 | | 314 | | 344 | |
| 195 | | 225 | | 255 | 8 | 285 | | 315 | | 345 | |
| 処暑196 ○ | | 秋分226 | | 霜降256 | | 小雪286 | | 冬至316 | | 大寒346 | |
| 197 ○ | | 227 ○ | | 257 | | 287 | 4 | 317 | | 347 | |
| 198 | | 228 ○ | | 258 ○ | | 288 | | 318 | | 348 | 3 |
| 199 | | 229 | | 259 ○ | | 289 | | 319 | | 349 | |
| 200 | | 230 | | 260 | | 290 ○ | | 320 | | 350 | |
| 201 | 15 | 231 | 11 | 261 | | 291 ○ | | 321 | | 351 | |
| 202 | | 232 | | 262 | | 292 | | 322 | 1 | 352 ○ | |
| 203 | | 233 | | 263 | 7 | 293 | | 323 | | 353 ○ | |
| 204 ○ | | 234 ○ | | 264 | | 294 | | 324 | | 354 | |
| 205 ○ | | 235 ○ | | 265 | | 295 | | 325 | | 355 | |
| 206 | | 236 | | 266 ○ | | 296 | 3 | 326 | | 356 | |
| 207 | | 237 | | 267 ○ | | 297 | | 327 | | 357 | 4 |
| 208 | 14 | 238 | 10 | 268 | | 298 | | 328 | | 358 | |
| 209 | | 239 | | 269 | | 299 | | 329 | | 359 | |
| 210 | | 240 | | 270 | | 300 ○ | | 330 ○ | | 360 ○ | |

表 5　延喜式と漏刻算の比較

| | (延喜式) | | | | | | (漏刻算) | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (1日=480分) | | | (1日=600分) | | | (1日=600分) | | | (1日=600分) | |
| | 日の出 | 日の入 | 昼 | 日の出 | 日の入 | 昼 | 明6 | 暮6 | 昼 | 日の出 今 或 | 日の入 今 或 |
| 1 | 142 | 336 | 194 | 177.50 | 420.00 | 242.50 | 180 | 420 | 240 | 178 (180,177.5) | 422 (420,422.5) |
| 2 | 141 | 337 | 196 | 176.25 | 421.25 | 245.00 | 177 | 423 | 246 | 177 (179) | 423 (421) |
| 3 | 139 | 341 | 202 | 173.75 | 426.25 | 252.50 | 174 | 426 | 252 | 176 (177) | 424 (423) |
| 4 | 137 | 342 | 205 | 171.25 | 427.50 | 256.25 | 171 | 429 | 258 | 175 (179) | 425 (425) |
| 5 | 135 | 345 | 210 | 168.75 | 431.25 | 262.50 | 168 | 432 | 264 | 173 | 427 |
| 6 | 132 | 347 | 217 | 165.00 | 433.75 | 271.75 | 165 | 435 | 270 | 172 (170) | 428 (430) |
| 7 | 130 | 351 | 221 | 162.50 | 438.75 | 276.25 | 162 | 438 | 276 | 170 (166) | 430 (434) |
| 8 | 127 | 352 | 225 | 158.75 | 440.00 | 281.25 | 159 | 441 | 282 | 168 (162) | 432 (438) |
| 9 | 125 | 355 | 230 | 156.25 | 443.75 | 287.50 | 156 | 444 | 288 | 166 (158) | 434 (442) |
| 10 | 122 | 357 | 235 | 152.50 | 446.25 | 293.75 | 153 | 447 | 294 | 164 (174) | 436 (446) |
| 11 | 120 | 360 | 240 | 150.00 | 450.00 | 300.00 | 150 | 450 | 300 | 164 (174) | 436 (446) |
| 12 | 117 | 362 | 245 | 146.25 | 453.50 | 306.35 | 147 | 453 | 306 | 136 (146) | 464 (454) |
| 13 | 115 | 365 | 250 | 143.75 | 456.25 | 312.25 | 144 | 456 | 312 | 134 (142) | 466 (458) |
| 14 | 112 | 367 | 255 | 140.00 | 458.75 | 318.75 | 141 | 459 | 318 | 132 (138) | 468 |
| 15 | 111 | 370 | 259 | 138.75 | 462.50 | 323.75 | 138 | 462 | 324 | 130 (134) | 464 (466) |
| 16 | 107 | 372 | 265 | 135.75 | 465.00 | 331.25 | 135 | 465 | 330 | 128 (130) | 472 (470) |
| 17 | 105 | 375 | 270 | 131.35 | 468.75 | 337.50 | 132 | 468 | 336 | 127 | 473 |
| 18 | 102 | 377 | 275 | 127.50 | 471.25 | 343.75 | 129 | 471 | 342 | 125 (125) | 475 (475) |
| 19 | 101 | 379 | 278 | 126.25 | 473.75 | 347.50 | 126 | 474 | 348 | 124 (123) | 476 (477) |
| 20 | 97 | 381 | 284 | 121.25 | 476.25 | 355.00 | 123 | 477 | 354 | 123 (121) | 477 (479) |
| 21 | 96 | 382 | 286 | 120.00 | 477.50 | 357.50 | 120 | 480 | 360 | 122 (120,124.5) | 478 (480,477.5) |





である。

したがって，これを 1 日＝ 600 分に修正した値を併記する。

これをみると分かるように「延喜式」における各箭の使用（あるいは測定）期間における日の出，日の入の時刻は，不定時制の時刻表における明6と暮6の時刻とほぼ一致する。

以上より判明したことは，「漏刻算」は，「延喜式」の各箭の使用（あるいは測定）期間を流用し，上記の不定時制の時刻表の計算についても，「延喜式」に示された日の出，日の入の時刻から基本データをとり，1刻単位できっちりとした整数値になるよう処理してから，不定時制の時刻表における明 6 と暮 6 の時刻として採用したことが推測される。

したがって，「漏刻算」は，「延喜式」の計算測定データを数理的に処理したものと考えられる。

これを現代的な意味で数学書と呼ぶことはできないかもしれないが，当時の写本の中では最も数学に近付いたものであることは確かである。

## 9.　「漏刻算」に示された日の出，日の入の時刻

最後に問題となるのが「漏刻算」に示された日の出，日の入の時刻である。

これはなにか決まった一定の法則に従って計算された結果なのかもしれないが他の数値といったいどういう関係があるのか筆者は最終的な結論に達していない。

「一考」とあるのが気になるが，これは吉田宗恂自身の土圭をつかった測定値なのかもしれない。

（平成 7 年 9 月 1 日受理）

## 編集後記

皆様からの投稿原稿をお待ちしております。短いものでも結構ですので，ふるってご投稿下さい。

数表のような一覧表や図版などは，写植に特別な手間と技術を要します。他の学会誌を見ますと，そのような箇所を含む原稿の執筆者に対し，あらかじめ写植料の一部負担を注記しているところがあります。本誌も限られた資金で運営している関係上，今後，一部負担をお願いする場合もあるかと存じます。なにとぞご理解のほど，よろしくお願いいたします。

（西田知己）

日本数学史学会　年会費　10,000円

郵便振替　00120-6-20022

新規お申し込みの方は，日本数学史学会事務局または研成社へお問い合わせください。


数学史研究

通巻　148号(1996年1月～3月)

編集・発行　日本数学史学会

発売　㈱研成社

東京都中央区日本橋蛎殻町1-6-4

電話 03-3669-1828㈹／FAX 03-3669-1850

ISSN 0386-9555

# SŪGAKUSHI KENKYŪ

## JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

**No.148**

**January-March, 1996**

## CONTENTS



Edited and Published by
The History of Mathematics Society of Japan

**数学史研究**　（通巻 148 号）平成 8 年 3 月 25 日

定価2,500円（本体2,427円）

ISBN4-87639-092-4 C3041 P2500E