ISSN 0386-9555

数学史研究

(通巻163号)

1999年10月～12月

目　　次

発行・日本数学史学会

発売・研成社

論　説

天元術のalgorithm生成過程についての考察

小寺　裕

1　はじめに

天元術とは“天元之一を立て方程式を作り，それを算木で解く”一連の作業を指して言う言葉である。特に，算木での方程式の解法はHorner法によるので，本稿ではこれを天元術のalgorithmと呼ぶことにする。和算では伝統的に帯縦開平や帯縦開立法で方程式を解いており，「算学啓蒙」などにより天元術が輸入されても，帯縦法との間には大きなギャップがあるため，天元術を理解するまでに相当の年月が必要であった。本研究の目的は，帯縦法から天元術への変遷過程を追いながら，天元術のalgorithmがどのように理解されたかを明らかにすることである。

2　竪亥録

今村知商の『竪亥録』(1639) では帯縦開平，帯縦開立が解説されており，天元術はまだ現われていない。

(1) 帯縦開平

長方形において縦が横より1尺5寸長く，面積が1522.756寸歩であるとき，縦横の長さを求める問題である。横をxとするとき$x(x+15)=1552.756$を次のように解いている。

> 寸歩1522歩7分5厘6毛あるを横より縦を1尺5寸長にして縦横いかほとを知にはつねのことく位を見るに，商3尺を得自因して900歩を得，又このみの1尺5寸といまの商3尺とかけあわせて450歩を得，二口合わせて1350歩積歩の内引きてあまり172歩7分5厘6毛あるを，商倍して6尺是に帯縦の1尺5寸くわへて7尺5寸と成にて一桁われは商2寸にして歩数150歩引，又すみの歩数2寸かけあわせて二二の四歩引てあまり18歩7分5厘6毛あるを，商3尺2寸倍して6尺4寸これに帯縦の1尺5寸加えて7尺9寸にて一桁われは商2分にして歩数15歩8分，又隅の歩数2分かけあわせて二二の四厘引てあまりの歩数2歩9分1厘6毛あるを，商3尺2寸2分倍して6尺4寸4分是に1尺5寸くわへて7尺9寸4分と成にて一桁われは商3厘にして…　　[竪亥録仮名抄より]

帯縦開平とは，$x(x+a)=s_0$の形をした二次方程式を解くことで，aを帯縦とよぶ。まず

商30を立て，

$$1552.756-(+30\times 15)=172.756$$

次商2を立て，

$$172.756-(30\times 2+15)\times 2-2^2=18.756$$

第三の商0.2を立て，

$$18.756-(32\times 2+15)\times 0.2-0.2^2=2.916$$

第四の商0.03を立て，……

$$x=30+2+0.2+0.03+\cdots\cdots=32.23\cdots\cdots$$

この計算手順は次の様に定式化できる。初商x_1，次商x_2，……，第kの商をx_kとするとき，$s_1=s_0-{x_1}^2-ax_1$として

$$s_k=s_{k-1}-\{2(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{k-1})+a\}\,x_k-{x_k}^2\ (k\geqq 2)$$

を順次計算し，$s_k=0$となれば

$$x=x_1+x_2+\cdots\cdots+x_k$$

が解であり，割り切れなければ適当なところで打ち切る。この理由について竪亥録に説明はない。

(2) 帯縦開立

正四角柱において，底辺の1辺は高さより3尺短く，体積が188000坪であるとき，底辺の1辺を求める問題である。求める辺をxとするとき $x^2(x+30)=188000$ を次のように解いている。この場合30が帯縦である。まず商40を立て，

$$188000-(40^3+30\times 40^2)=76000$$

次商8を立て，

$$76000-(3\times 40^2+2\times 30\times 40)\times 8-3\times 40\times 8^2-30\times 8^2-8^3=8288$$

これは不尽であるから$x=40+8=48$とする。

このことから三次方程式$x^2(x+a)=s_0$の解法手順は次の様に定式化できる。$s_1=s_0-{x_1}^3-a{x_1}^2$として，$k=2,\ 3,$ ……に対して

$$s_k=s_{k-1}-\{3(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{k-1})^2+2a(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{k-1})\}x_k-3(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{k-1}){x_k}^2-a{x_k}^2-{x_k}^3$$

を順次計算し，$s_k=0$となれば

$$x=x_1+x_2+\cdots\cdots+x_k$$

が解である。本問の場合は不尽である（割り切れない）から$x=48$を答とする。

このalgorithmについても説明はないが，図形を念頭において計算をした節が見受けられる。帯縦開平における「すみの歩数2寸をかけあわせ……」や帯縦開立での「1200歩二面の2をかけて……」「2560坪三廉の3をかけて」などの部分であるが，これらは『算法

闕疑抄』で明らかにする。

(3) 一半帯縦開立

方錐積の個数（四角数の和）を求める問題では一半帯縦開立と名付けた方法で解いている。方錐積の個数が285のときの段数を求める問題である。

$$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2=\frac{1}{3}\,n(n+1)\left(n+\frac{1}{2}\right)$$

を公式に用いて，

$$n(n+1)\left(n+\frac{1}{2}\right)=855$$

を解く。係数の1と$\frac{1}{2}$を一半帯縦と呼んでいる。まず商9を立て，

$$855-9^3=126,\quad 9^2=81,\quad (9+1)\times 9\times\frac{1}{2}=45,\quad 126-(81+45)=0$$

よって，余り0で商が9と求まる。この理由についての説明はないが図1が念頭にあったと思われる。余りが出たときの処理についても述べていないので，

$$x(x+a)(a+b)=c$$

を解いたとは言い難い。

3 算法闕疑抄

礒村吉徳の『算法闕疑抄』(1661) では帯縦開平や帯縦開立を図で解説している。

(1) 帯縦開平

寸歩249歩7分5厘有。是を縦より横を5寸狭くして縦横何程宛に成ぞと問

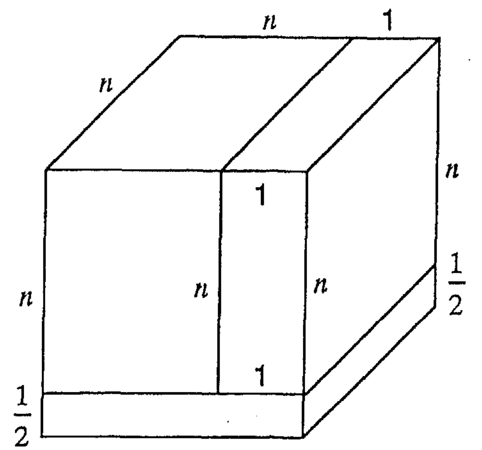


図1

答云　縦1尺8寸5分　横1尺3寸5分

術云　実に249歩7分5厘と置。商に1尺と立，一一の一と云て100歩実より引。又帯縦の5寸を今の1尺にかけ50歩と成。是を引残て99歩7分5厘実に有。次の商に3寸と立，法に初の商1尺を1倍にして今の3寸を加へ2尺3寸となる。是に今立る3寸を九九によび二三の60歩引，三三の9歩引，又帯縦の5寸を今の3寸にかけ三五の15歩引残て15歩7分5厘実に有。三の商に5分と立，……

$x(x+5)=249.75$を解いて$x=13.5$

初商：10を立て　$10\times10=100$，10×5（帯縦）$=50$，$249.75-(100+50)=99.75$（実）

$10\times2+5=25$（法）

実（99.75）を法（25）で割って次商3を立てる。……①

$(3+2\times10)\times3=69$，3×5（帯縦）$=15$，$99.75-(69+15)=15.75$（実）

$13\times2+5=31$（法）

実（15.75）を法（31）で割って次々商0.5を立てる。……②

$(0.5+2\times13)\times0.5=13.25$，$0.5\times5$（帯縦）$=2.5$，$15.75-(13.25+2.5)=0$

余り0となり　商＝初商＋次商＋次々商$=10+3+0.5=13.5$が求まる。理由は『此圖の心にて知るべし』とある（図2）。

この図は天元術のalgorithmを理解する上に重要な役割を果たしている。$x(x+a)=s_0$の解は図3より次のように定式化できる。

初商x_1，次商x_2，……，第kの商をx_kとするとき，

$s_0=$長方形ABCD

$s_1=$長方形ABCD－長方形$A_1B_1C_1D=s_0-x_1(x_1+a)$

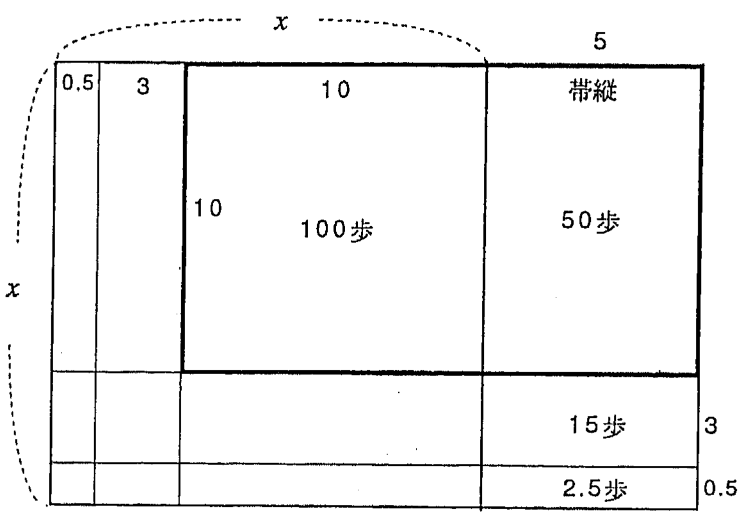


図2

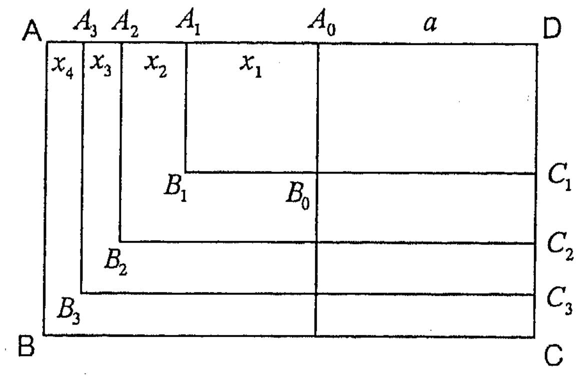


図3

$s_2=$長方形ABCD－長方形$A_2B_2C_2D=s_1-x_2(2x_1+x_2+a)$

$s_3=$長方形ABCD－長方形$A_3B_3C_3D=s_2-x_3\{(2(x_1+x_2)+x_3+a)\}$

⋮

⋮

$s_k=$長方形ABCD－長方形$A_kB_kC_kD=s_{k-1}-x_k\{2(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{k-1})+x_k+a\}$

順次s_kを計算して$s_k=0$となれば$x=x_1+x_2+\cdots\cdots+x_k$が解である。

竪亥録もこの図を想定した解法である。帯縦開平の特徴の1つに次の商の立て方がある。x_2はs_1を$2x_1+a$で割って予想することが出来る。一般にs_{k-1}を$2(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_{k-1})+a$で割って$x_k$を予想する。「算法闕疑抄」では①②の部分で，「竪亥録仮名抄」では『あまり172歩7分5厘6毛あるを，商倍して6尺是に帯縦の1尺5寸くわへて7尺5寸と成にて一桁われは商2寸にして……』の部分である。これは$172.75\div75=2.$……より次商2を立てることを意味している（「一桁われは」は割算の商を1桁だけ計算すること）。帯縦開立でも同様に考えて次の商を立てることが出来るのである。

（2）帯縦開立

寸坪22464坪有。是を縦横同尺にして高さは1尺5寸長くして縦横高を問

答云　縦横2尺4寸　高3尺9寸

これは$x^2(x+15)=22464$を解く問題であるが，次のように計算している。初商20を立て

$20^3=8000$，$20^2\times15=6000$，$22464-(8000+6000)=8464$

次商4を立て

$(24+20)\times24+20^2=1456$，$1456\times4=5824$，$8464-5824=2640$

$(24+20)\times4=176$，$176\times15=2640$，$2640-2640=0$

この計算は次の図4で解説している。

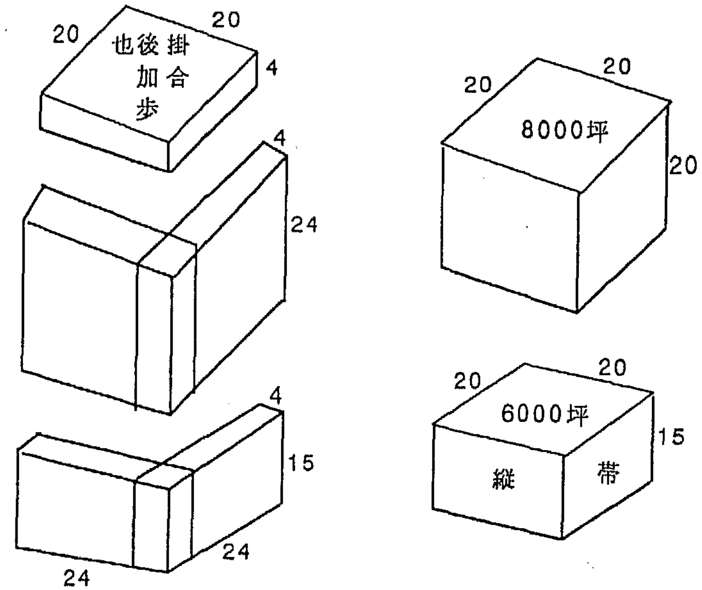


図4

この図から $x^2(x+a)=s_0$ を解く algorithm をつくると次ページのようになる。この場合 a を帯縦と呼ぶ。

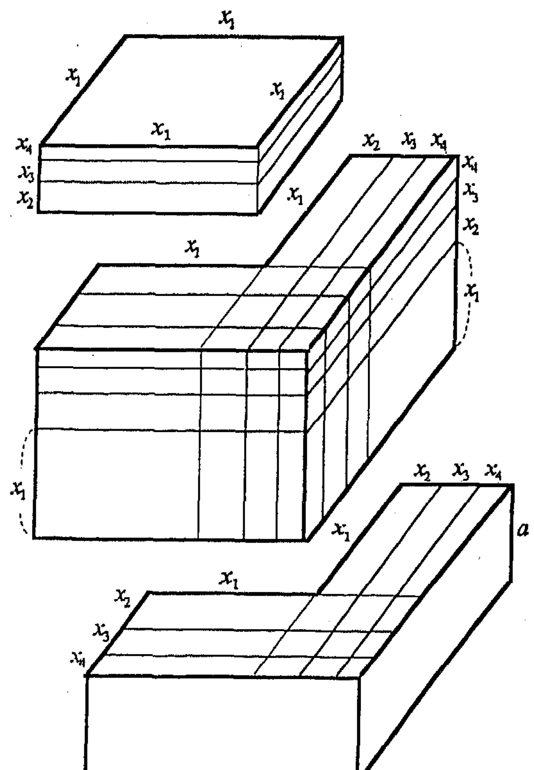


図5

$$s_1 = s_0 - (x_1^3 + x_1^2 a)$$

$$s_2 = s_1 - \{x_1^2 + (2x_1 + x_2)(x_1 + x_2 + a)\}x_2$$

とし，$k=3$，4，……に対して

$$s_k = s_{k-1} - \{x_1^2 + (2x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_{k-1})(x_2 + x_3 + \cdots\cdots + x_{k-1}) + (2(x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_{k-1}) + x_k)(x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_k + a)\}x_k$$

を順次計算して $s_k=0$ となれば $x = x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_k$ が解である。

(3) 尺歩帯縦開立法

礒村は1684年の『頭書算法闕疑抄』で三次方程式 $x^3 + px^2 + qx = r$ $(p, q, r > 0)$ の解き方を示している。

今方錐生之伽羅有。方1尺2寸5分，竪2尺5寸也。是五人分時如圖切口2寸宛去而正坪等分ニシテ各尺数問。

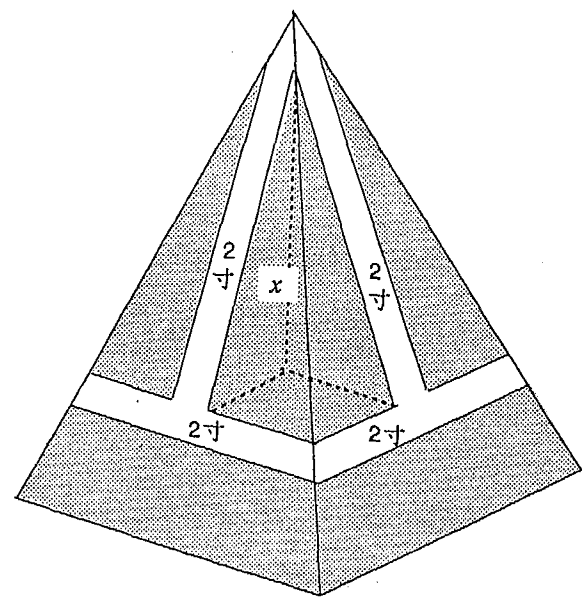


図6

正四角錐の体積を切り口を2寸として図6のように5等分するとき高さ x を求める問題である。題意より次の三次方程式が立つ。

$$x^3 + 14.4x^2 + 86.4x = 12327.2$$

ここで x^2 の係数14.4を尺帯縦，x の係数86.4を歩帯縦と呼び，次のように解いている。

実に12327坪2分

① 商に1尺と置，再自因して千坪実より減之。又商1尺自因百歩に尺帯縦1尺4寸4分を乗得1440坪減之。又商1尺に歩帯縦86歩4分を乗して得864坪実

より減之止餘9023坪2分有

② 二の商8寸と立，開立二桁の術にして得4832坪。実より減之，又開平二桁の術にして得224歩，是に尺帯縦の1尺4寸4分を乗，得3225.6実より減之。又今の商8寸に歩帯縦86歩4分を乗，得691坪2分，実より減之，止餘274坪4分実有。

③ 三の商1分と立，開立三桁術にして得97坪7分41実より減之。又開平三桁の術にして3歩61，是に尺帯縦1尺4寸4分を乗，得51坪994実より減之。又今の商1分に歩帯縦86歩4分を乗，得8坪6分4厘を実より減之，止餘116坪035。

④ 四の商7厘と立，開立四桁の術にして……

この解法は次の計算に基づいている。$f(x)=x^3+px^2+qx$，初商x_1，次商x_2，……とし，$y_k=x_1+x_2+\cdots\cdots+x_k$とおくとき

$$
\begin{aligned}
f(y_k) &= (x_1{}^3+px_1{}^2+qx_1)\\
&\quad +(3y_1{}^2+3y_1x_2+x_2{}^2)x_2+p(2y_1+x_2)x_2+qx_2\\
&\quad +(3y_2{}^2+3y_2x_3+x_3{}^2)x_3+p(2y_2+x_3)x_3+qx_3\\
&\quad \vdots\\
&\quad \vdots\\
&\quad +(3y^2_{k-1}+3y_{k-1}x_k+x_k^2)x_k+p(2y_{k-1}+x_k)x_k+qx_k
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

なおここで，$(3y^2_{k-1}+3y_{k-1}x_k+x_k^2)x_k$を開立$k$桁の術，$(2y_{k-1}+x_k)x_k$を開平$k$桁の術，と呼んでいる。また$p$を尺帯縦，$q$を歩帯縦という命名にはやはり図をイメージしているが，これについては次の『算法勿憚改』で明らかにする。もし礒村が

$$(3y^2_{k-1}+3y_{k-1}x_k+x_k^2)x_k+p(2y_{k-1}+x_k)x_k+qx_k=x_k^3+(p+3y_{k-1})x_k^2+(q+2py_{k-1}+3y^2_{k-1})x_k$$

の変形に気付いておれば，天元術のalgorithmを理解したと言えるがそこまでは至っていないようだ。増補版が書かれたのは初版から二十数年たっており，この間は和算が最も発達した時期である。和算の最先端は，関孝和が『発微算法』を書き，「そろばん算術」から「算木による天元術」を経て「文字計算による点竄術」に発展していた。しかし礒村は天元術や点竄術を好まず，あくまで算術にこだわっている。

4 算法勿憚改

礒村吉徳の弟子村瀬義益は延宝元年（1673）に『算法勿憚改』を書いたが，ここでも師匠と同じ尺帯縦，歩帯縦という言葉を使用しalgorithm（3.1）を用いて三次方程式を解いている[3]。

(1) (3.1) の図形的解釈

『算法闕疑抄』の帯縦開立と同じ問題（$x^2(x+15)=22464$）を図によって解説している。

法に云　実に22464坪と置，商に2尺と立，再自因して8000坪実より引，別に又商2尺を懸合400歩と成。是に帯縦1尺5寸を懸，6000坪と成。是を実より引，残8464坪実に有。次の商に4寸と立，是を開立法の二桁目の術にして実より引，又今立る4寸を開平の二の商のことくにして歩数176歩を求。是に帯縦1尺5寸を懸，2640坪実より引払方1尺4寸と知也。右術意之図如此。

『勿憚改』には図7－1しか書いてないが，図7－2のように補うとわかりやすい。

$\lambda_k=(3y^2_{k-1}+3y_{k-1}x_k+x_k^2)x_k$，$\mu_k=(2y_{k-1}+x_k)x_k$とすると

開立二桁目の術λ_2＝直方体AEFGHIJ＋立体KLMJIHOPQの体積

開平二桁目の術μ_2＝図形KLMJIHの面積

となっている。このことから$f(x)=x^2(x+a)$のとき

$$f(y_n)=f(x_1)+\sum_{k=2}^{n}(\lambda_k+a\mu_k)$$

なるalgorithmを得ることはそれほど困難ではない。

(2) 尺帯縦、歩帯縦の意味

ひき続き『闕疑抄』にはなかった新しい形の方程式を解いている。

36504坪有。是を方堅にして，方より堅は1尺5寸短して各を問。

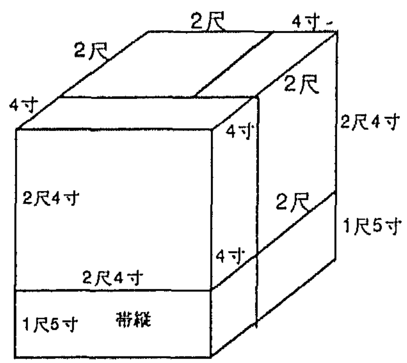


図7－1

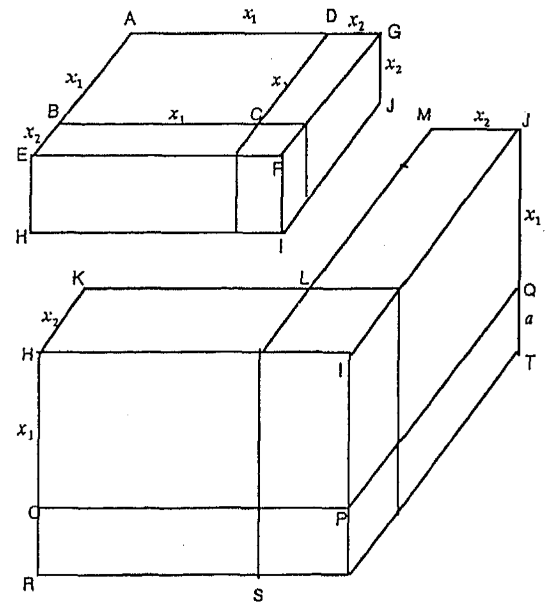


図7－2

答云　方　3尺9寸　竪2尺4寸

法に云，実に36504と置，扨別に好の1尺5寸を倍して3尺と成。是を尺の帯縦とし，又別に1尺5寸自因して225歩と成。是歩の為帯縦。商に2尺と立，再自因して8000坪実より引，また今の2尺自因して400歩と成。是に尺の帯縦3尺を懸，12000坪と成。是を実より引，又商2尺に歩帯縦225歩を懸，4500坪と成。是を実より引，残12004坪実に有。次の商に4寸と立，常の開立の二桁目の術にして5824坪実より引，又開平の二桁目の術にして176歩を求，是に尺帯縦を掛5280坪と成。是を実より引，又次の商4寸に歩帯縦を懸，900坪と成。是を実より引払，商2尺4寸は竪の尺也。

$x(x+15)^2=36504$ を尺歩帯縦開立法（3.1）で解くのであるが，その説明に図8－1を用いている。

この図から尺帯縦，歩帯縦の意味がよくわかる。尺帯縦は辺の長さであり，歩帯縦は面積を表している。また図8－2は原著にはないが，これは「開立二桁の術」が表す体積である。したがって，$f(x)=x(x+a)^2=x^3+2ax^2+a^2x$ のとき $2a$ が尺帯縦，a^2 が歩帯縦であり，

$$f(y_n)=f(x_1)+\sum_{k=2}^{n}(\lambda_k+\text{尺帯縦}\times\mu_k+\text{歩帯縦}\times x_k) \tag{4.1}$$

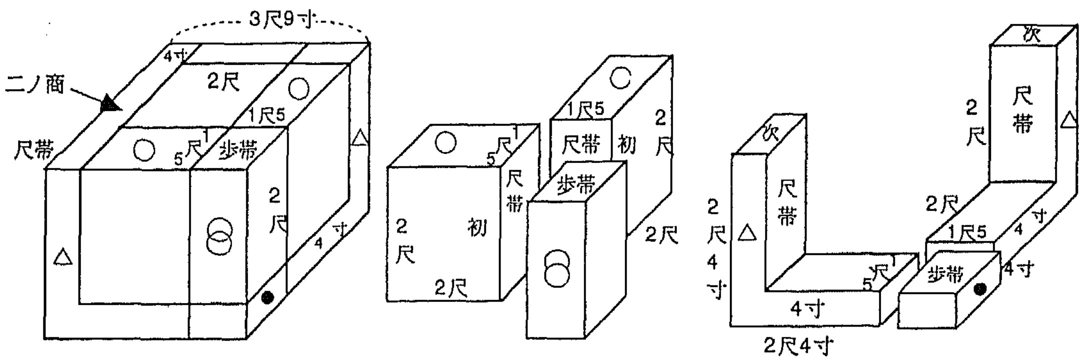


図8－1

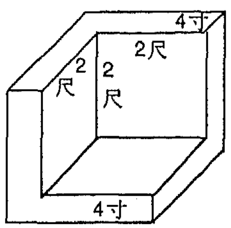


図8－2

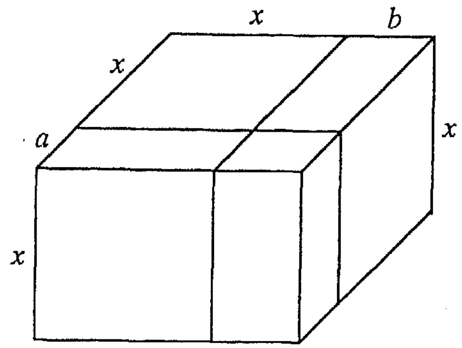


図9

なるalgorithmが導けたのである。磯村－村瀬子弟にとってこの図の発見は重要であった。なぜなら，同様な図9によって $f(x)=x\ (x+a)(x+b)$ のときにも尺帯縦 $=a+b$，歩帯縦 $=ab$ として（4.1）が証明できるからである

この図で自信をつけた村瀬はこのあと $f(x)=x^3+px^2+qx$ の場合に挑戦している。

今円錐生の伽羅木口指渡5寸，長2尺5寸有。是を三人にわくるとき一人は中の切口にて厚さ1寸取て，残坪を二人にて等分に取申時，各何程宛と問

法に云，伽羅の長さ2尺5寸を再自因して15625坪と成，別に中にて取，厚1寸を再自因して1坪右の内より引，残15624坪を二つに割，7812坪と成。是を為実。別に厚1寸懸合1歩と成。是に三をかけ二つに割，1歩5分と成。是を歩帯縦として，又別に厚1寸を三に懸て二つに割，1寸5分と成。是を尺帯縦として開立法に除，商1尺9寸3分3厘と成。是尖の方の竪尺也。

村瀬は $x^3+1.5x^2+1.5x=7812$ のときも尺帯縦 $=1.5$，歩帯縦 $=1.5$ として（4.1）が適用できることに気付き本問を掲載したはずである。ただそのことを『勿憚改』には書かなか

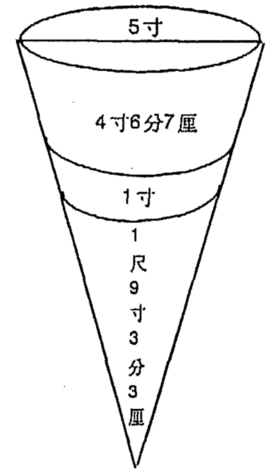


図10

ったので，師匠の礒村が後年『頭書闕疑抄』でそのalgorithmを明らかにしたのである。

5 古今算法記

算術和算にとって（3.1）は1つの成果であったろうが，精々3次までで，4次以上の方程式を解くにはどうしても天元術のalgorithmをマスターしなければならない。しかし，3次と4次の間には大きなギャップがあり，それは図が書けないことである。そこで3次の場合の図と算木の動きを対応させ，4次以上でも同様のalgorithmで計算できることを認識したと思われる。この仮説を立証するために沢口一之『古今算法記』（寛文11年／1671）をみる。沢口は天元術を正しく理解した最初の人物と言われているが，具体的にどのように理解したかを検証する。沢口は開平開立法をそろばん，図，算木の3種類で説明し，巻之二で次の文と図を載せている [9]。

> いにしへより商実法廉隅を分て開平開立をおこなふ法有りといへとも初学のもの其法に入かたきゆへ右の式を爰に知す。併正術にあらす。今又左に商実法廉隅を立て今知之者也。

廉（x^2の係数），隅（x^3の係数）を上図のように理解していたことがわかる。3つの廉を加えたものが尺帯縦で，塗を3つ加えたものが歩帯縦にあたる。そしてこの図の後に天元術のalgorithmによる算木計算を示している。図11から次のように考えたと思われる。

図12の体積（実）がr_0で

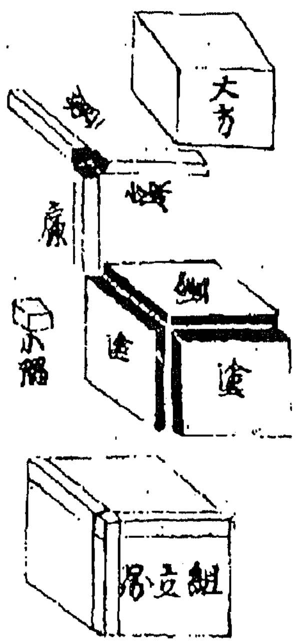


図11

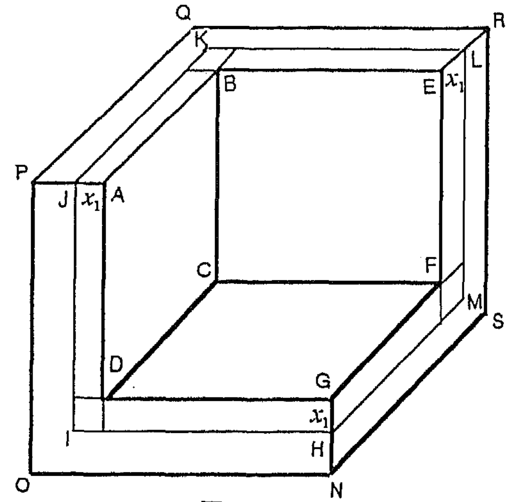


図12

$AB + BE + BC = p_0$（尺帯縦すなわち廉）

$\square ABCD + \square BEFC + \square DCFG = q_0$（歩帯縦すなわち法）

であるとするとxは$x^3 + p_0x^2 + q_0x = r_0$の解である。初商$x_1$とすると残り

$$r_1 = r_0 - (x_1^3 + p_0x_1^2 + q_0x_1)$$

の立体はPQRSNO-JKLMHIでその尺帯縦すなわち廉は

$$3x_1 + p_0$$

で，歩帯縦すなわち法は

$$3x_1^2 + 2p_0x_1 + q_0$$

になる。よって次商x_2は

$$x^3 + (3x_1 + p_0)x^2 + (3x_1^2 + 2p_0x_1 + q_0)x = r_1$$

の解になる。ここで，廉は

$$p_0 \to p_1 = 3x_1 + p_0$$

と変化し，法は

$$q_0 \to q_1 = 3x_1^2 + 2p_0x_1 + q_0$$

と変化し，実は

$$r_0 \to r_1 = r_0 - (x_1^3 + p_0x_1^2 + q_0x_1)$$

と変化した。同じく第三の商x_3を求めるときの廉p_2は

$$p_2 = 3x_2 + p_1$$

で，法q_2は

$$q_2 = 3x_2^2 + 2p_1x_2 + q_1$$

で，実r_2は

$$r_2 = r_1 - (x_2^3 + p_1x_2^2 + q_1x_2)$$

と変化させればよい。こうして廉，法，実の変化

$$
\begin{aligned}
p_k &= 3x_k + p_{k-1} \\
q_k &= 3x_k^2 + 2p_{k-1}x_k + q_{k-1} \qquad (5.1) \\
r_k &= r_{k-1} - (x_k^3 + p_{k-1}x_k^2 + q_{k-1}x_k)
\end{aligned}
$$

のalgorithmを理解したのである。(5.1) はどんな三次方程式にも適応できると確信した沢口は3つのパターンすなわち，$x^2(x+a)=r$，$x(x+a)^2=r$，$x(x+a)(a+b)=r$ を例にあげて説明している。

(1)　$x^2(x+4)=2304$

正四角柱の体積が2304で，正方形の1辺 (x) より高さが4長いとき，x を求める問題で，2304を実，4を廉，1を隅において，図13を示しながら (5.1) のalgorithmを解説している。

(2)　$x(x+8)^2=12168$

正四角柱の体積が12168で，正方形の1辺より高さ (x) が8短いとき，x を求める問題で，実に12168，法に64，廉に16，隅に1を置き。開立方に之を除，としている。

(3)　$x(x+4)(x+9)=2106$

直方体の体積が2106で，たて (x) より横が4長く，たてより高さが9長いとき，x を求める問題で，実に2106，法に36，廉に13，隅に1を置き，開立方に之を除，としている。

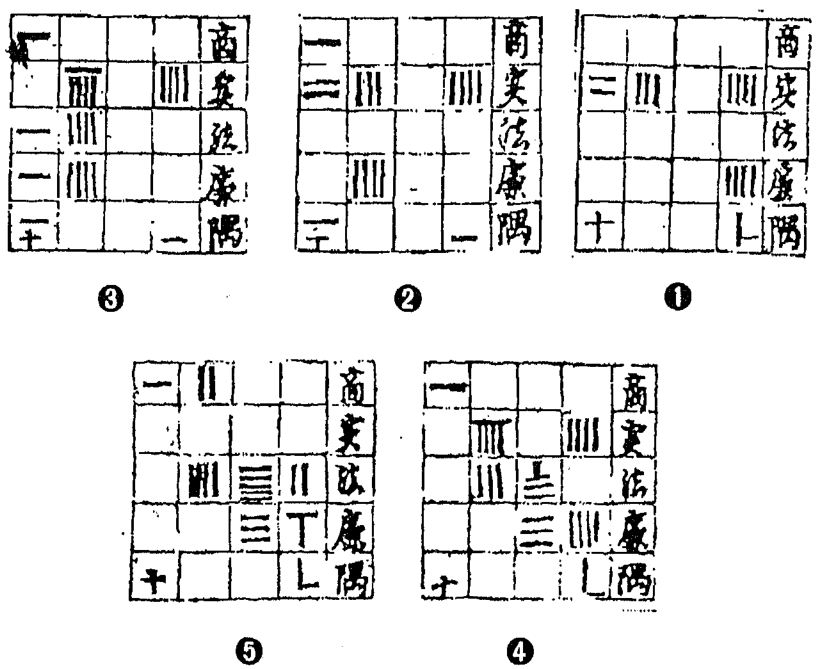


図13

上記 (1) (2) (3) がすべて同じalgorithm (5.1) で解けることを知った沢口は，天元術のalgorithmをある程度理解したといえる。四次方程式 $x^4+p_0x^3+q_0x^2+r_0x=s_0$ についても (5.1) から類推して隅 (p_0)，
廉 (q_0)，法 (r_0)，実 (s_0) の変化が

$$
\begin{aligned}
p_k &= 4x_{k-1} + p_{k-1} \\
q_k &= 6x^2_{k-1} + 3p_{k-1}x_{k-1} + q_{k-1} \qquad (5.2) \\
r_k &= 4x^3_{k-1} + 3p_{k-1}x^2_{k-1} + 2q_{k-1}x_{k-1} + r_{k-1} \\
s_k &= s_{k-1} - (x_k^4 + p_{k-1}x_k^3 + q_{k-1}x_k^2 + r_{k-1}x_k)
\end{aligned}
$$

となることを見抜くのは，沢口にとって困難ではなかった。そして巻四の根源記遺題第三問で始めて四次方程式を解いた。

6　$f(x)$ の計算

Horner法の特徴の1つに

$$x^3+px^2+qx+r=((x+p)x+q)x+r$$

の変形がある。天元術ではこれを，体積 V が x^3+px^2+qx で表される立体図14－1を図14－2に分解することと理解した。

なぜなら，ここで尺帯縦 $=p=\mathrm{LP}+\mathrm{PN}+\mathrm{PQ}$，歩帯縦 $=q=$□KLPN＋□LMQP＋□NPQRとすると，

$$V=(\text{長方形ABCD}+\text{長方形EFGC})x=\{(x+p)x+q\}x$$

とできるからである。このことから4次についても

$$x^4+px^3+qx^2+rx=(((x+p)x+q)+r)x$$

を納得したのである。

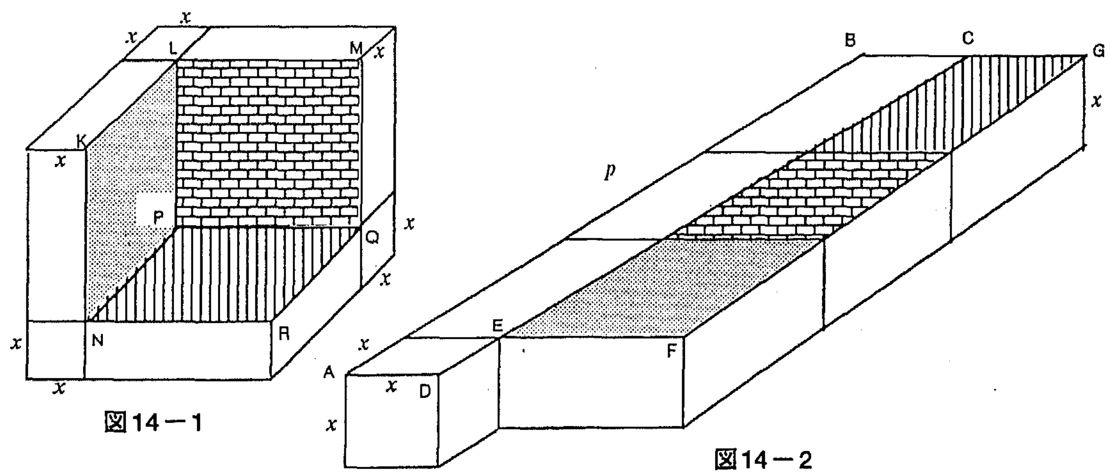


図14－1　図14－2

7 天元術から天竄術へ

天元術は和算家のオリジナルではなく，中国からの輸入であるため，最初は見よう見まねで算木を動かしたはずである。そのうちに沢口のように何らかの解釈がつけられるようになり，少しずつ天元術の内容が明らかになっていったと思われる。

沢口も厳密にはHorner法に達したとは言えない。図13の算木を見るとわかるが，実が正になっている。$x^3+px^2+qx=r$であって，$x^3+px^2+qx-r=0$にはなっていない。沢口の弟子佐藤茂春は元禄11年（1698）に『算法天元指南』を書き，天元術について詳しく解説したが，それでもHorner法の理論的根拠は示されていない。しかし実は負とし，この時期には完全にHorner法が確立していたことがわかる。ただ現在のような文字式による方程式はまだ存在していないので，「天元之一」の理解などにもに苦労したのである。沢口の遺題を解くために関孝和が編み出した点竄術により，方程式やHorner法の意味も明確になり，和算は天元術から点竄術へと発展していくのである。

8 最後に

天元術はやはり中国との関係も考慮しなければならないが，これについては王[5]に詳しい研究がある。本稿で天元術のalgorithmの成り立ちをある程度解明できたが，天元術は天元之一から開方式を得るまでがメインで，一旦方程式が立てば後は決まったalgorithmで解けるので「解き方」よりも「立て方」に重点が置かれている。今後は文字式を使わず，算木のみでの方程式の立て方から解き方までの一貫した流れを研究したい。

（平成12年3月4日受理）

参考文献

[1] 佐藤健一：「竪亥録仮名抄／原著印影・現代文字と解説」 研成社 1988
[2] 小谷静枝：「頭書算法闕疑抄」 小谷静枝喜寿記念出版（私家版）1985
[3] 西田知己校注：「算法勿憚改」 江戸初期和算選書第3巻 研成社 1993
[4] 清水布夫校注：「古今算法記」 江戸初期和算選書第3巻 研成社 1993
[5] 王青翔：「『算木』を超えた男」 東洋図書 1999
[6] 加藤平左ェ門：「和算の研究 方程式論」 日本学術振興会 1957
[7] 日本学士院編：「明治前日本数学史」 岩波書店 1979
[8] 礒村吉徳：「増補算法闕疑抄」 貞享元年（小寺裕蔵）
[9] 沢口一之：「古今算法記」（小寺裕蔵）
[10] 佐藤茂春：「算法天元指南」（小寺裕蔵）

論　説

法道寺善の『観新考算変法』と九圓變換術矩合集について

米光　丁

はじめに

長崎県立図書館蔵に『算法37問起源』渡邊一郎撰著という算額集がある。渡邊一郎（天保3年1832～明治4年1872）については拙著『長崎の和算と主な和算家たち』に述べている。西川清長の長男として生まれ，6歳で叔父渡邊章に養われ渡邊姓となる。渡邊章は当時江戸で有名な和算家長谷川寛の教えを受け，この教えを一郎に伝えた，渡邊章が天保6年1835に開業した算盤塾「静寿軒」を継承し，塾生が増えると大算盤を壁に掲げて，一斉授業編み出した人でも知られている。また遊歴算家の『佐久間庸軒の旅日記』に遊歴人名簿の中に名連ねており，長崎では当時名の通った和算家であった。

この本の中に次のような未発表の説を奉納するとある。

所掲干筑前國太宰府天満宮及松森社一事　十一問
　　太宰府・松森社
　數學之難亦所謂仰之彌高鑽之彌堅者也非吾
　輩所能升堂但頼有　静壽軒渡邊先生以其術
　鳴干海外以先哲未發之説循循善誘使人欲罷
　不能而竭其才矣然亦學而不思則罔故今各設
　此一題以自思之試為其術以質諸先生而幸得
　其許可焉乃勤奉以獻
　本祠伏翼
明神冥助使吾輩得入此術之室爾
　安政七年庚申二月

（注）（論語より）
仰之彌高＝とどむ，やむ
鑽之彌堅＝深く研究する。
循循善誘人＝次第を追って進むこと。
面不思則罔＝古く詩歌に用いる無意味の助辞
升堂入室＝堂から室に入る義で道を進むには次第を追って進歩し遂に堂奥に達する。

とあり，沢山の論語より引用されている。松森社は長崎市の諏訪神社の隣にある神社である。

1 九圓變換術矩合集について

これは『算法37問起源』の最後に示されている。ここに紹介して解説をすることにする。この本には①～⑦の式の導入には触れていない。

$$4甲^2乙^2己^2+4甲^2壬^2己^2-4甲壬乙^2己^2-4甲乙壬^2己^2-4甲^2乙壬^2己$$

$$-4甲^{2}壬乙^{2}己-6甲乙^{2}壬^{2}己-8甲^{2}乙壬己^{2}+9乙^{2}壬^{2}己^{2}+甲^{2}乙^{2}壬^{2}=0 \quad \cdots\cdots ①$$

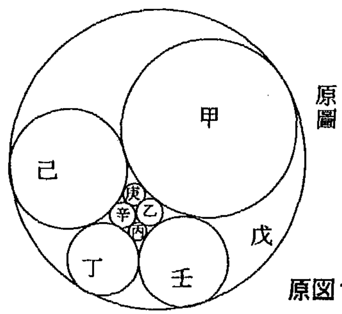
原圖前矩合　壹圖矩合相等　壬因算正負變之

$$4甲^{2}乙^{2}己^{2}+4甲^{2}壬^{2}己^{2}+4甲壬乙^{2}己^{2}-4甲乙壬^{2}己^{2}-4甲^{2}乙壬^{2}己$$
$$+4甲^{2}壬乙^{2}己-6甲乙^{2}壬^{2}己+8甲^{2}乙壬己^{2}+9乙^{2}壬^{2}己^{2}+甲^{2}乙^{2}壬^{2}=0 \quad \cdots\cdots ②$$

二圖前矩合　壬因算正負變之而参圖

為前矩合　故如原圖前矩合也

列参圖前矩合 原圖前矩合相等 遍以甲冪除之　（①式の両辺を甲^{2}で割ると）



原図1

$$4乙^{2}己^{2}+4壬^{2}己^{2}-\frac{4壬乙^{2}己^{2}}{甲}-\frac{4乙壬^{2}己^{2}}{甲}-4乙壬^{2}己-4壬乙^{2}己$$
$$-\frac{6乙^{2}壬^{2}己}{甲}-8乙壬己^{2}+\frac{9乙^{2}壬^{2}己^{2}}{甲^{2}}+乙^{2}壬^{2}=0 \quad \cdots\cdots ③$$

矩合甲者至多極　　（甲圜の極限とると）

故以甲除之數空也仍面法之　（分母に甲，甲^{2}があるものは0となる。）

$$4乙^{2}己^{2}+4壬^{2}己^{2}-4乙壬^{2}己-4壬乙^{2}己-8乙壬己^{2}+乙^{2}壬^{2}=0 \quad \cdots\cdots ④$$

肆圖前矩合

$$甲壬己+丁壬己-壬甲丁-己甲丁=0 \quad \cdots\cdots ⑤$$

（後述している⑨）

原圖後矩合　　壹圖参圖矩合 共相等也

（壬の符号を変えると）

壬因算正負變之　$-甲壬己-丁壬己+壬甲丁+己甲丁=0$,　二圖後矩合

列参圖後矩合遍以甲除之

$$壬己+\frac{丁壬己}{甲}-壬丁-己丁=0 \quad 矩合\ 甲大則以甲除算空 \quad \cdots\cdots ⑥$$

法道寺善の『観新考算変法』と九圓變換術矩合集について

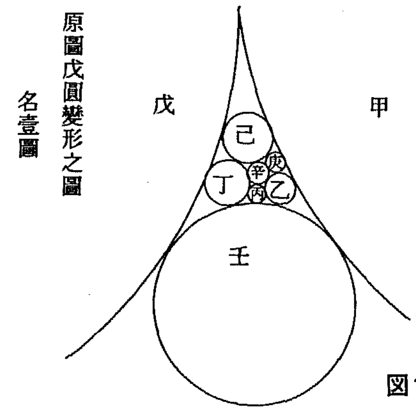


図1

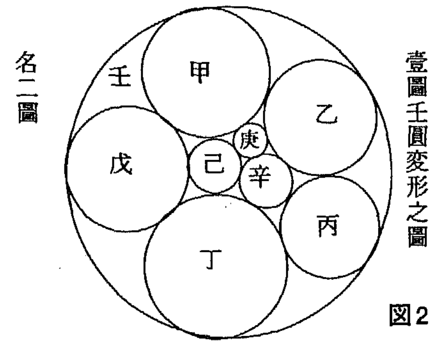


図2

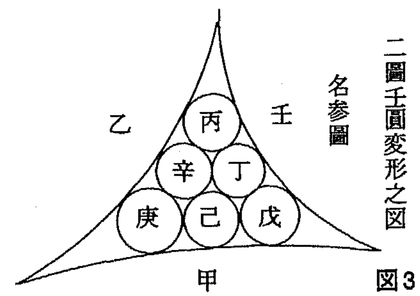


図3

参図甲圓多極之図

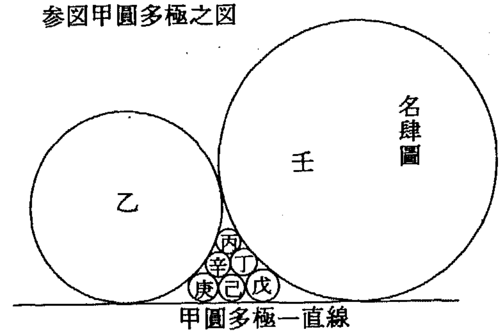


図4

故弁捨之 $壬己-壬丁-己丁=0$ 肆圖後矩合 ……………………………………………⑦

矩合の所は現代風に分かりやすく＝0とした。

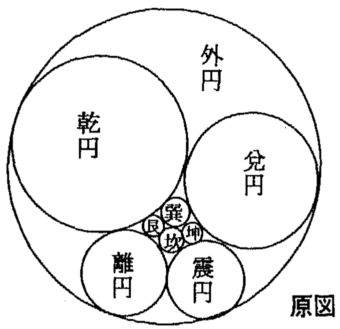
以上がこの本にある概略である。これは法道寺善の『観新考算変法』が書かれる前後の頃であろう。

2 『九圓變換術矩合集』と法道寺善の『観新考算変法』の比較について

『観新考算変法』には異本が5種類，『観術』には異本が3種類あると道脇義正編著『幕末の偉大なる数学者・その生涯と業績』p364のなかで中村信弥氏が述べておられるそこにある萩原本の問題を参考に検討することにする。

『九圓變換術矩合集』の①式は『観新考算変法』萩原本の第4問に

今有如図内容不等八円乾径九寸兌径6寸離径三寸問巽径幾何



原図2

ここで巽の直径を求める式で

兌，震2円の直径を大きくして直線となり，変象図となる。

これと図6を組み合わせて次ぎのような式を得られる（①～⑦の導入もある）。(詳しいことは『幕末の偉大なる数学者・その生涯と業績』p364参照のこと)

乾径＝乾，兌径＝兌，離径＝離，巽径＝巽とすると

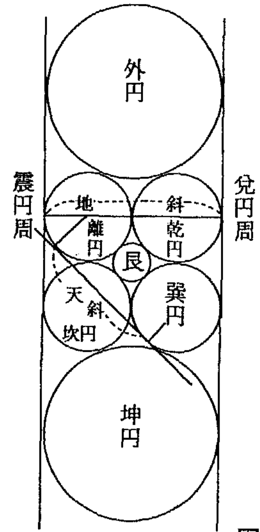
$$4乾^2兌^2離^2-(8乾^2兌離^2+4乾兌^2離^2+4乾^2兌^2離)巽$$

$$4乾^2兌^2離^2-(8乾^2兌離^2+4乾兌^2離^2+4乾^2兌^2離)巽$$
$$+\{乾^2兌^2+5兌^2離^2-6乾兌^2離-12乾兌離^2-4乾^2兌離+4離^2(乾+兌)^2\}巽^2=0$$
を得ておられる。

これは次のようになる。

$$4乾^2巽^2離^2+4乾^2兌^2巽^2-4乾兌巽^2離^2-4乾巽兌^2離^2-4乾^2巽兌^2離$$
$$-4乾^2兌巽^2離-6乾巽^2兌^2離-8乾^2巽兌離^2+9巽^2兌^2離^2+巽^2巽^2兌^2=0$$

となる。……………………………………………………………………………⑧



変象図　図5

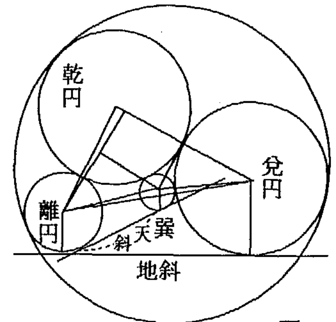


図6

これは，甲＝乾，壬＝兌，己＝離，乙＝巽と同じであるから『算法37問起源』の①式と同じになる。

$$4甲^2乙^2己^2+4甲^2壬^2己^2-4甲壬乙^2己^2-4甲乙壬^2己^2-4甲^2乙壬^2己$$
$$-4甲^2壬乙^2己-6甲乙^2壬^2己-8甲^2乙壬己^2+9乙^2壬^2己^2+甲^2乙^2壬^2=0$$

『幕末の偉大なる数学者・その生涯と業績』p 396に数学史研究，通巻116号より転写した鈴木福蔵・道脇義正氏の次の論文がある。

法道寺善の問題の応用（iii）円内容八円術に

図のように外円内に環状に外接する甲，乙，丙，丁の4円を容れる。次に戊，己，辛，庚の4円を容れことができたとすると

$$\frac{1}{甲}+\frac{1}{丁}=\frac{1}{乙}+\frac{1}{丙}$$

なる関係が直径の間に成り立つという。

法道寺善は図7に対して，4円傍斜術より

$$外\cdot(乙+丙)\cdot斜^2-2乙\cdot丙\cdot斜^2+4甲\cdot乙\cdot丙\cdot丁-2(甲+丁)\cdot外\cdot乙\cdot丙=0$$

ここで丙円と甲円の直径を無限大とすると円周は平行線となり，その変象図は図8のようになる。

$斜^2=2甲丁$となり，上の式に代入して整理すると

($斜^2=2甲丁$がなり立つ問題点はここでは触れないことにする。)

$$\frac{1}{甲}+\frac{1}{丁}=\frac{1}{乙}+\frac{1}{丙}$$ ……………………………………………⑨

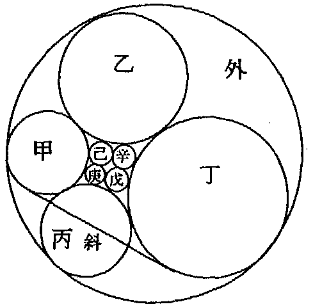


図7

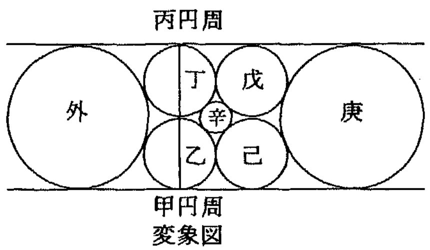


図8

を得る。

これも『九圓変換術矩合集』の⑤式より

甲壬己＋丁壬己－壬甲丁－己甲丁＝0

壬己（甲＋丁）－甲丁（壬＋己）＝0

$$\frac{1}{\text{丁}}+\frac{1}{\text{乙}}-\frac{1}{\text{己}}-\frac{1}{\text{壬}}=0 \quad \cdots\cdots ⑩$$

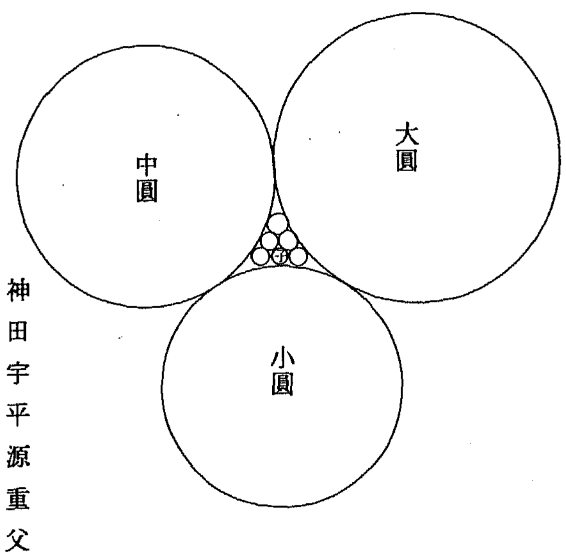
これは原図1と図7を比較すると，甲＝己，丁＝壬，乙＝甲，丙＝丁とすれば成り立つ。

『九圓変換術矩合集』と『観新考算変』とは同じことを述べている。ただ『九圓変換術矩合集』では公式を利用して解いている。

3　九圓変換術矩合集の利用について

(1)　『算法37問起源』の中に次のような大村市富松神社の算額を載せている。

所掲干大村富松大権現一事
今有如圖大中小三圓相切髀容
六圓大問徑若干中圓徑若干
小圓徑若干問得子圓徑術如何
答曰如左
術曰置大圓徑乗中圓徑以除小
圓徑名乾乗大中圓徑和名坤加
乾因小圓徑開平方倍之加坤倍
之加三個以除小圓徑得子圓徑
合問

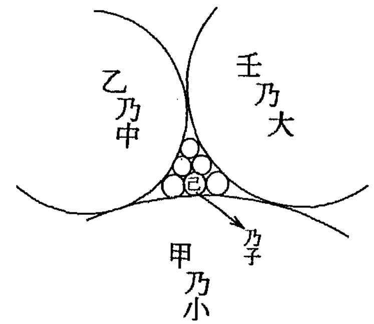


神田宇平源重父

解日『九圓変換術矩合集』三図前矩合　①式より，乙^{2}壬^{2}で両辺を割る。

$$4\frac{\text{甲}^2\text{乙}^2\text{己}^2}{\text{乙}^2\text{壬}^2}+4\frac{\text{甲}^2\text{壬}^2\text{己}^2}{\text{乙}^2\text{壬}^2}-4\frac{\text{甲乙己}^2}{\text{乙壬}}-4\frac{\text{甲壬己}^2}{\text{乙壬}}-4\frac{\text{甲}^2\text{壬己}}{\text{乙壬}}$$

$$-4\frac{\text{甲}^2\text{乙己}}{\text{乙壬}}-6\text{甲己}-\frac{8\text{甲}^2\text{己}^2}{\text{乙壬}}+9\text{己}^2+\text{甲}^2=0$$



己を得る式は甲^2，甲を省略して（結果は同じ）

$$1-\left(6+\frac{4\text{甲}(\text{壬}+\text{乙})}{\text{壬乙}}\right)\text{己}+\left(9+\frac{4\text{甲}^2}{\text{壬}^2}+\frac{4\text{甲}^2}{\text{乙}^2}-\frac{8\text{甲}^2}{\text{壬乙}}\right.$$

$$\left.-\frac{4\text{甲壬}}{\text{壬乙}}-\frac{4\text{甲乙}}{\text{壬乙}}\right)\text{己}^2=0$$

$\frac{\text{乙}}{\text{甲}}$の式は$\frac{\text{法}}{4}$－実廉，法＝$6+\frac{4\text{甲}(\text{壬}+\text{乙})}{\text{壬己}}$，実＝1，廉＝$9+\frac{4\text{甲}^2}{\text{壬}^2}+\frac{4\text{甲}^2}{\text{乙}^2}-\frac{4\text{甲}^2}{\text{壬己}}-\frac{4\text{甲壬}}{\text{壬乙}}-\frac{4\text{甲乙}}{\text{壬乙}}$

乾＝$\frac{\text{甲}}{\text{壬乙}}$，坤＝乾（壬＋乙），天＝乾甲＋坤とすると

$$\frac{16\text{甲}^2}{\text{壬乙}}+\frac{16\text{甲}(\text{壬}+\text{乙})}{\text{壬乙}}=16\text{乾甲}+16\text{坤}=16\text{天}$$

平積である。

平方に開いて法を半分して加える。

$$\text{地}=4\sqrt{\text{天}}+2\text{坤}+3$$

$$\text{己}=\frac{\text{甲}}{\text{地}}\quad,\quad \text{己}=\frac{\text{甲}}{4\sqrt{\frac{\text{甲}^2}{\text{壬乙}}+\frac{\text{甲}}{\text{壬乙}}(\text{壬}+\text{乙})}+2\frac{\text{甲}}{\text{壬乙}}(\text{壬}+\text{乙})+3}$$

これと同様にして，甲＝小，壬＝大，乙＝中とすれば
次のようになる。

$$\text{子}=\frac{\text{小}}{4\sqrt{\dfrac{\text{小}^2}{\text{大中}}+\dfrac{\text{小}(\text{大}+\text{中})}{\text{大中}}}+2\dfrac{\text{小}}{\text{大中}}(\text{大}+\text{中})+3} \qquad \cdots\cdots⑪$$

（注）これは2次方程式の解の公式

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

より分子±の－を有理化して

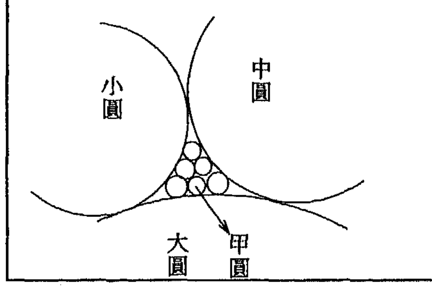
$$=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-4ac}{2a(\sqrt{b^2-4ac}-b)}$$

$$=\frac{c}{\sqrt{\dfrac{b^2}{4}-ac}-\dfrac{b}{2}}$$

としている。

藤井貞雄氏の『遊歴算家・法道寺善について』～略年表と算変法～3．備中における法道寺善の資料で日本学士院蔵に次の問題が掲載されている。

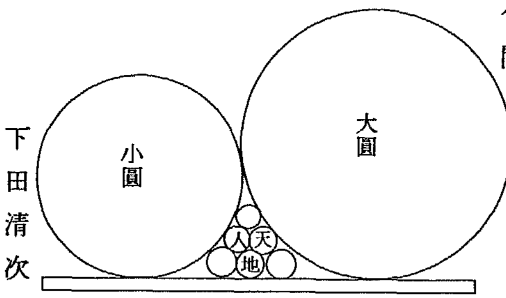


今有如図大中小円相𨫼容六円。大円径三寸、中円径二寸、小円径一寸、問甲円径幾何
答曰　甲円径一分二厘五毛
術曰、中小円径相乗、以除大円径名天乗大中小円径和開平方、加一個自之内減天因大円径余二之、加一個、以除大円径、得甲円径合問。

［注］原文の欠落している文字を□内におぎなっている。

術文を現代的に書くと

$$\text{甲}=\frac{\text{大}}{\left\{\left(\sqrt{\dfrac{\text{大}(\text{大}+\text{中}+\text{小})}{\text{大}\times\text{中}}}+1\right)^2-\dfrac{\text{大}^2}{\text{中}\times\text{小}}\right\}\times 2+1}$$



所掲干松森社天満宮一事
今有如圖直線上載大小二圓其𨫼容六圓大圓徑若干小圓徑若干問得天地人圓徑術如何
答曰如左
術曰以小圓徑加一除大圓徑寄位開平方加一個自之倍之為地法加一個天法法以寄位人法除大圓徑得求圓徑合問
下田清次郎養知

この式は⑪の式と同じになる。

(2)　『算法37起源集』の松森社算額に次のような算題がある。

解日　九圓變換術肆圖前后矩合換号④式より，乙＝小，壬＝大，己＝地と置くと

$$4\text{地}^2\text{小}^2+4\text{大}^2\text{地}^2-4\text{小大}^2\text{地}-4\text{大小}^2\text{地}-8\text{大小地}^2+\text{大}^2\text{小}^2=0$$

前矩合

小^{2}で両辺を割ると

$$4\text{地}^2+\frac{4\text{大}^2\text{地}^2}{\text{小}^2}-\frac{4\text{大}^2\text{地}}{\text{小}}-4\text{大地}-\frac{8\text{大地}^2}{\text{小}}+\text{大}^2=0$$

$$\frac{4\text{大}^2\text{地}^2}{\text{小}^2}-\frac{8\text{大地}^2}{\text{小}}+4\text{地}^2-\frac{4\text{大}^2\text{地}}{\text{小}}-4\text{大地}+\text{大}^2=0$$

寄 $=\dfrac{\text{大}}{\text{小}}$ と置き，(寄＋1)^{2}とするため右辺に－16寄地^{2}を移すと，

$$4\text{地}^2(\text{寄}+1)^2-4(\text{寄}+1)\text{大地}+\text{大}^2=-16\text{寄地}^2$$

$$2\text{地}(\text{寄}+1)-\text{大}=-4\sqrt{\text{寄}}\,\text{地}$$

$$-2(\sqrt{\text{寄}}+1)^2\text{地}+\text{大}=0$$

$$\text{地}=\frac{\text{大}}{\text{地法}}$$

ただし　地法$=2(\sqrt{\text{寄}}+1)^2$

$$\text{大地}-\text{大天}-\text{天地}=0 \qquad \cdots\cdots⑫$$

大－（地法＋1）天＝0　天法＝地法＋1と置くと　$天=\dfrac{大}{天法}$

⑫式で大＝小と置くと

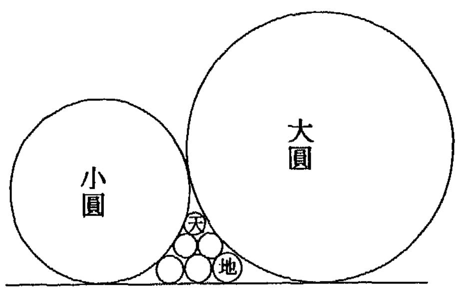
小地－小人－人地＝0……⑬，⑬×大÷地小　$大-\dfrac{人大}{地}-\dfrac{人大}{小}=0$

$地-人-人\dfrac{地}{小}=0$　　$大-人\left(\dfrac{大}{地}+\dfrac{大}{小}\right)=0$

$人=\dfrac{大}{地法+寄}$ ……………………………………………………………………⑭

一方，次の加悦俊興著『算法圓理括嚢』の付録の問題

これも結果は同じである。



今有如圖線上載大小二圓
其交緯容不等六圓大圓徑
若干小圓徑若干問得
天地圓徑術如何
答曰如左術
術曰置二個開平方加一
個五分乘小圓徑以大圓
徑除之開平方減加一個自
之以除小圓徑得地天圓得
合問

むすび

土屋修蔵編『算法淺問抄解義』，吉田為幸の『淺問抄起源』天保13年（1842），牛島盛庸（1840年85歳で没）の『円線一致術』いずれにも算変法がある。

法道寺善の門人たちが奉納したとされる福島市立子山の稲荷神社（明治24年4月），の算額があり，嘉永5年（1852）には長崎の加悦俊興著（法道寺善が書いた旨を川上朝鄰に語ったとされる）の『算法円理括嚢』を完成したと言われる。法道寺が長崎に滞在したのは嘉永5年（1852）前から数年間であろう。

法道寺の『観新考算変法』（土屋本）は万延元年（1860）である。この『算法三十七問起源』は安政七（1860）年2月である。長崎でも当時長谷川寛の極数術と法道寺善の算変法の教え考え方が門人達に受け継がれていたようである。

（平成12年3月8日受理）

参考文献

1）三上義夫『牛島盛庸及ビ法道寺和十郎　土屋修蔵等ノ變形算法ニ就テ』東京物理学校雑誌第491～498号別冊　昭和7～8年
2）法井八夫・王　青翔『加悦俊興と佐久間纘のかかわりについて』数学史研究　通巻157号
3）藤井貞雄『遊歴算家・法道寺善に就いて』数学教育学会発表論文　1998年度
4）鈴木福蔵・道脇義正『法道寺算変法の解釈とCauseyの定理について』数学史研究　通巻116号
5）王　青翔『加悦俊興の「算法円理括嚢」と法道寺和十郎について』数学史研究　通巻119号
6）脇義義正編著『幕末の偉大なる数学者』1989年　多賀出版
7）加悦俊興『算法円理括嚢』日本学士院蔵
8）渡辺一郎忠真撰著『算法三十七問起源』長崎県立図書館蔵
9）米光　丁著『長崎の和算と主な和算家たち』

論　説

「無尽」の数理について (2)
――群馬県史資料編14所載『頼母子講割附算重宝記』の場合――

田中　充

0　はじめに

対象とする資料は，群馬県史　資料編14　近世6　中毛地域2　p. 919に

第五章　社会と文化　第五節　文化　の　和算　の見出しを受けて

五一三　寛延四年四月　頼母子講割附算重宝記

として掲載されている。

序の後に「位数」として簡単な事柄の説明があり，その後「割附算重宝記」として16項目の目次がある。その内の4項目，すなわち

(1番目) 一　頼母子懸金何割利足 ニ当ル事

(2番目) 一　親脇より小頼母子 ニ成タル事

(5番目) 一　連衆之内〔壱両弐分懸弐両懸〕(〔　〕内は割り書き，引用文中は以下同じ) 抜たる事

(6番目) 一　同五番目者取テ抜ル事

を材料にして考察してみたい。

「頼母子」なのであるが，筆者の前稿[1)] に「無尽」が冠してあるので，それを継ぐものとして今回も「無尽」を標題とした。

1　頼母子懸金何割利足 ニ当ル事

内容は次の2項目だけである。

一　金拾両親取して，拾年之内壱年に壱両弐分懸ルハ，年八分一厘四毛 ニ当ル

一　金拾両親取して，十年之内壱年に弐両宛懸ルハ，年壱割五分令八毛 ニ当ル

第2項目については後で触れる。

第1項目は，後のどの項目にも現れ，考察の基準となる利率なので検証しておく。

まず，言っていることの意味は，「ある頼母子講で，最初に集まった懸け金10両を親が取り，その1年後から1年毎に1両2分を10年にわたり10回懸けて完済したとすると，それは年利8分1厘4毛の利率に従っている」というのである。

だから当然この頼母子講を構成する他の者（「脇」と呼ばれる。）の金銭の出納も，この

利率に従うのである。

この利率の社会・経済的妥当性でなく数学的正確性は，利率をrとした方程式

$$10\ (1+r)^{10}=1.5\ (1+r)^{9}+1.5\ (1+r)^{8}+\cdots\cdots+1.5\ (1+r)\ +1.5$$

を解くことによって験せる。$r=0.0814$とすると

左辺$=21.870742\cdots\cdots$

右辺$=21.874831\cdots\cdots$

で，まあよいといえるが，さらにこの方程式を数値的に解いてみると

$r=0.081441656464\cdots\cdots$

となる。だから著者の言う0.0814は不足近似植である。当時としては実用的で良い値だったかも知れない。

2　親脇より小頼母子 ニ成タル事

本文を区切って掲げ，その意義を探ってみる。

一　金三十両親取，此懸金壱年 ニ四両二分宛懸候儀定之事也，(下線は引用者)

〈定メノ事ナリ〉とは，この頼母子に参加した人の従う約束事である，という宣言であろう。同時に，利率は8分1厘4毛であると言っていることになる。事実，数行後に〈八分一厘四毛之利足 ニテ〉というくだりが出てくる。

然ル ニ此頼母子，親脇より末拾年五両頼母子 ニ成候 ニ付，親懸出シ候四両弐分之内三分ハ五両頼母子之方 エ，残三両三分ハ右受取申候弐拾五両之方 エ，しからば側拾人之衆中，八分一厘四毛之利足 ニテ拾番之納迄，五両頼母子之方 エ三分，

この頼母子は，さきに述べてあるように〈三十両頼母子〉として出発したのだが，そして，そのままならば表1の示すように進むのだが親が30両取った直後から〈五両頼母子〉に変更すると，さてどうなるか，というのである。直後とは書いてないが〈親脇より末拾年〉とあるのでそう解釈する。

親が懸ける4両2分のうち3分は〈五両頼母子〉の方へ，残りの3両3分は親自身が受け取った30両のうち25両のほうへまわす，そして〈側拾人之衆中〉(親以外の10人の人達であろう) は8分1厘4毛の利率で〈拾番之納〉まで〈五両頼母子之方〉へ3分納めること

表1　〈親脇より子頼母子 ニ成タル事〉で当初のまま実行したとする頼母子の表

会数	親	脇1番	2番	3番	4番	5番	6番	7番	8番	9番	10番	剰余金	会数
初会	＋30両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	0	初会
1	－4.5両	＋30両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	1.5両	1
2	－4.5両	－4.5両	＋30両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	3両	2
3	－4.5両	－4.5両	－4.5両	＋30両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	4.5両	3

にする，というのである。

30両頼母子から5両頼母子へ「6分の1」になったのだから，親の懸け金4両2分の6分の1の3分を5両頼母子のほうへ回し，残りの人々も落とす前は2分，落とした後は1回に3分ずつ納める，というのは分かる。

又，弐両弐分之預ケ金之方へハ利足ヲ加二口合，右親出シ候金子之内　ニ而引取被成，残金ハ段々末へ御廻シ可被成候，左　ニ名々割付候

〈弐両弐分之預ケ金〉には考えあぐねたが，一応次のようにする。

親以外のメンバーは当初3両懸けた。その後5両頼母子に変わったから落とすまでは2分だけ懸ければよい，だからそれまでは，即ち落とすまでは〈預ケ金〉である，と。だから，さきの引用の語順を変えて

しからば側拾人之衆中（は落としたら），拾番之納迄，五両頼母子之方　エ三分，又，弐両弐分之預ケ金之方へハ（八分一厘四毛之利足　ニテ）利足ヲ加二口合，……

と考えることにする。親取りの直後に〈五両頼母子〉となると表2のように進む。

ところが，読み進むとだんだんずれてくるのである。

脇壱番の取るべき金を見る。

一　金三両壱分永弐百三文五分　　　　脇壱番可取分
　右へ親より四両弐分出シ候，此内可取分引
　　残金壱両永四十六文五分　　　　弐番へ廻ス

ここでの疑問点は2つある。

ひとつは〈脇壱番可取分〉の金額がどのように設定されたか，である。

もうひとつは，「親の懸け金4両2分」をここで全部使ってしまい，残ったものを2番へ廻していることである。さきにはこの懸け金を3両1分と3分との　5：1　に分けて使用する，と言っているのに……，である。しかし

$$\underset{\text{(親の懸け金)}}{4500} - \underset{\text{(脇1番の取り分)}}{3453.5} = \underset{\text{(2番へ廻す)}}{1046.5}$$

で勘定は合う。疑問点を残して次に進む。次は

一　金三両弐分永百七十三文四分　　　　弐番可取分　①

表2　〈親脇より子頼母子　ニ成タル事〉で，筆者が考える経過の頼母子の表

会数	親	脇1番	2番	3番	4番	5番	6番	7番	8番	9番	10番	剰余金	会数
初会	＋30両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	0	初会
1	－4.5両	＋5両	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	4両	1
2	－4.5両	－3分	＋5両	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	4.25両	2
3	－4.5両	－3分	－3分	＋5両	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	－2分	4.5両	3

内，壱両ト永四十六文五分　　　　去年取　②
　此利永八十二文七分　　　　③
又金四両弐分親取より受取　　　　④
三口〆五両弐分永百廿九文二分　　　　⑤
　　内手前可取分引
残而壱両三分永弐百五文八分　　　　三番へ廻　⑥

上の金額の行末に番号　①，②　などをつけた。順に見てゆくと

①の算出方法は前会同様疑問である。

②の金額は，上の〈弐番へ廻ス〉と一致する。ただ

i）この②の金額をなぜ前会のときに受け取らなかったか，

ii）誰が保有していたか，

iii）③の利子の分は誰が負担するか，

iv）また，③の金額は，正しくは「八十五文二分弱」となる。誤差がやゝ大きいと感ずる。

ii）とiii）との答えは，親が保有し，親が負担した，であろう。他の場合にもそう解せざるをえない例があった。本稿で取り上げている「頼母子」ではその負担者について

（6番目）一　同五番目者取テ抜ル事

に，「親でも連衆でもよい，そうすることは困難ではない」という意味を述べている。

i）のように前会に受け取ってしまえば　ii）とiii）とは解消する。しかし，i)，ii)，iii)のようにすることで，この「頼母子」の仕組みが分かりやすくなるという利点はある。また，「金を受け取るのは，この頼母子講の進行中1人につき1回」に出来る。

$$\underset{\text{(親が保管していた)}}{②} + \underset{\text{(親が負担する)}}{③} + \underset{\text{(親が出す)}}{④} = ⑤$$

$$\underset{\text{(上の3口合計)}}{⑤} - \underset{\text{(2番の取り分)}}{①} = \underset{\text{(3番へ廻す)}}{⑥}$$

で，iv）を無視すれば勘定は合っている。

以下同様にして進んでいく。そこで，最後の〈拾番可取分〉の属する計算を引用する。

一　金六両ト永弐百拾七文五分　　　　拾番可取分　①
　内へ壱両弐分永九十文七分　　　　去年受取　②
　　此利永百三十文壱分九厘　　　　③
　又金四両弐分親取より受取　　　　④
　三口〆六両永弐百廿文七分九厘　　　　是皆十番取　⑤

⑤の値が①と接近していて，しかも⑤のほうがやや大きい。これはこの「頼母子」の設

計の優秀さを表す，と言える。⑤が①より小さくなったら処置なし，である。最後の言葉を引く。

右之通親脇より金高減候頼母子勘定皆此算用候，五両　ニ減候　ニ不限何両頼母子ニ減候共親より懸ケ出候金之内減，頼母子若拾両頼母子　ニ成候ハヽ其かたへ壱両弐分引，残三両ハ側親初メ之節出シ候弐両之方へ八分一厘四毛之利足ヲ加へ取，相残金段々末へ廻シ可被成候，何程減候而も同算　ニ候

30両頼母子から5両頼母子に減る場合ばかりでなく，いくらに減っても同じ理屈である，例えば10両頼母子になるとすれば，親の出す4両2分のうち拾両頼母子の方へ1両2分振り向ける，と，ここまでは分かる。

次の〈側親初メ之節出シ候弐両之方〉は難解である。多分最初に親以外が出した3両のうち2両の方をさすと思われる。つまり，前出の〈預ケ金〉に当たるものであろう。

しかし，さきにも見たように，また，ここでも親の落とした後の懸け金を，初めの取り金（30両）と縮小後の取り金（5両）との割合　5：1　に分けて運用処理する，と言っていながら，そうしていないように思われる。当初表1のようにスタートし，親の落とした直後から表2のように運ぶ場合を述べているように見えて，結局はそのつぎの表3になったのである。

表3について説明する。

表の右端の「剰余金」は本文の残金に一致している。ただし　1分　を　永250文に直して記入してある。

他の表もそうであるが，会数を　初会，1会，2会，……と数えた。これは親のつぎの脇1番の取る会を　1会，2番の取る会を　2会，……としてみたためである。また，欄中の正号の付いた数字は取り金，負号付きは懸け金である。

さて，さきにも疑問点のひとつとして述べたように，表3の1会の脇1番の欄，2会の2番の欄，……に記した金額の算出方法は不明である。例えば，さきの

一　金三両壱分永<u>弐百三文五分</u>　　　　　　　　脇壱番可取分

の，いま下線を施した部分が，預け金といっている〈弐両弐分〉に8分1厘4毛を掛けた金額になってはいるが，そうすると〈三両壱分〉のほうが分からない。また，この金額の

表3　同じく〈親脇より子頼母子　ニ成タル事〉で，結局著者が言っている経過の頼母子の表

会数	親	脇1番	2番	3番	4番	5番	6番	7番	8番	9番	10番	剰余金	会数
初会	＋30両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	－3両	0	初会
1	－4.5両	＋3.4535両	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.0465両	1
2	－4.5両	0	＋3.6734両	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9558両	2
3	－4.5両	0	0	＋3.9114両	0	0	0	0	0	0	0	2.7038両	3

階差数列を作ってみても顕著な関係は見られない。

そこで，本文で利率を重視しているので，脇一番以下の取る額を

3両×$(1+r)$，3両×$(1+r)^2$，3両×$(1+r)^3$，3両×$(1+r)^4$，……

としてみるのが改良としてよいと思う。

$r=0.0814$とすると最後の者は　3両×$(1+r)^{10}$に加えて　永12文3分弱　余分に受け取る。$r=0.08144$　ならば余分の額は　永0.5文　となる。

よって，そうすることの妥当，精密さがよく分かる。

3　頼母子連衆之内抜たる事[2)]

一　金拾両親取側共　ニ壱両弐分懸，尤拾年不取之人ハ壱年　ニ壱両　ニ而内永五十文落，

此処までで，この「頼母子」の概略が分かる。それを表にしてみたのが表4である。剰余金の額が大きいが，そのことは後で触れる。

若親脇　ニテ抜人有候ハヽ其人へハ元金　ニテ成共，又ハ利付ならバ八分一厘四毛之利足　ニテ成共，相対　ニ可被成候，

この項の主目的は，上のようにしてスタートした「頼母子」で「初会」の直後に1人ないし9人が抜けたとき，それぞれの場合のその後の「頼母子」の設計を述べることである。そして，ここでは「抜けた人は最初に懸けた1両をそのまま元金の1両だけ受け取るか，利息を付けるならば8分1厘4毛で，どちらでもよいから〈相対　ニ〉つまり個々に相談で決めよ」というのである．しかし，あとの設計をみると1両だけ取ったとしているようである。

残之衆中へ懸金之次第左へ割附候，尤利足八分一厘四毛也

割りつける，と宣言している。〈尤利足八分一厘四毛也〉と言っているが，どうもそうは見えない。原著者の［割り付け］を表4を参照しつつ見て戴ければ幸いである。

一　壱人抜候得者，九人之九両九年賦，壱年　ニ親側共　ニ取申人，壱年　ニ壱両壱分永百九十五文四分宛，不取人落壱両　ニ而壱年　ニ永四十五文つゝ

○1人抜けたから親以外は9人となる。それで「初会」のあと9年で終わる。

○親でもそれ以外（つまり側）でも取ったあとの人は会毎に1両1分永195文4分を払い込む。抜けない場合は1両2分ずつであった。

○取る前の人は［初会］に1両懸け，次から永45文ずつ減らして懸ける。抜けない場合はその額は永50文ずつであった。

として行くのである。つぎは「2人抜け」の場合である。

一　弐人抜八人之八両八年賦，壱年　ニ親側共に壱両壱分永百四十五文宛，不取人

表4　〈頼母子連衆之内抜たる事〉で当初のまま実行したとする頼母子の表

会数	親	脇1番	2番	3番	4番	5番	6番	7番	8番	9番	10番	剰余金	会数
初会	＋10両	−1両	−1両	−1両	−1両	−1両	−1両	−1両	−1両	−1両	−1両	0	初会
1	−1.5両	＋10両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	−0.95両	0.05両	1
2	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.9両	−0.9両	−0.9両	−0.9両	−0.9両	−0.9両	−0.9両	−0.9両	0.2両	2
3	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.85両	−0.85両	−0.85両	−0.85両	−0.85両	−0.85両	−0.85両	0.45両	3
4	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.8両	−0.8両	−0.8両	−0.8両	−0.8両	−0.8両	0.8両	4
5	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	◎＋10両	−0.75両	−0.75両	−0.75両	−0.75両	−0.75両	1.25両	5
6	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.7両	−0.7両	−0.7両	−0.7両	1.8両	6
7	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.65両	−0.65両	−0.65両	2.45両	7
8	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.6両	−0.6両	3.2両	8
9	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	−0.55両	4.05両	9
10	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	−1.5両	＋10両	5.00両	10

落壱年 ニ永四十文つゝ

同様に規模が減少していく。類推が容易である。

このようにして，例えば〈不取人落〉は永5文ずつ減少して〈八人抜〉に到る。〈九人抜〉は，それらとはすこし異なるので見てみる。

一　九人抜壱人之壱両壱年賦，懸ル人ハ親計懸金壱両　ト永八十壱文四分〔右のごとく抜事有間敷候得共，八分一厘四毛利無相違之事 ニ候〕

親とほかに1人が残った場合である。その残った人から親は「初会」に1両を得ているから，親は1年後に1両に8分1厘4毛の利子をつけて返す，というので極めて分かりやすい。

そして末尾に「割り書き」で利率に注意を促しているのだが，ここと，取ったあとの懸け金のほかは，どうも利率の「はたらき」が見えない。なお調べてみたい。

この後に〈弐両懸〉の場合が続くが，構造は同じなので省略する。

4　頼母子五番目 ニテ取テ抜ル事

原文を区切って引く。

一　金拾両頼母子去年迄五年懸申候得共，此度取番　ニ而取テ抜ル事，先ツ是迄帰りを引テ四両弐分懸候，扨親取より先取五人より壱人壱両弐分宛，合七両弐分被出候，此内此度抜人何程取，残金ハ跡五人エ割分[3] ケ相渡，

脇5番の者が今まで5年懸けてきて，今度取る番である。表4の◎にあたる。

彼はこれまで取らなかったから，金額にして4両2分懸けてきた。表4の縦にある点線

………………… の欄の金額合計がそれに当たる。

そして，「親」から始めて，先に取った人は今回合計7両2分出した。同じく表4の太線 ―――― の上の欄の合計である。

さて，今度抜ける「5番」は幾ら取るか，そして残金は〈跡五人〉へ割り分けるのだがどうするか，というのである。

ここで言う〈跡五人〉とは表の6番から10番までを指す。表の------------ の上にあたる所である。先を読むとたしかにそうなっているが，これは疑問とせざるを得ない。とにかく次を読む。

先是迄懸ケ候四両弐分へ，八分一厘四毛之利足ヲ懸ケ候へ者壱両壱分永十七文三分，元利合是迄五両三分永十七文三分，是則此度抜人可取分也，

抜ける人の元利合計の計算である。

$1 \cdot 0.0814^5 + 0.95 \cdot 0.0814^4 + 0.9 \cdot 0.0814^3 + 0.85 \cdot 0.0814^2 + 0.9 \cdot 0.0814^1$

$= 1.2753428 \fallingdotseq$ 1両1分永25文3分

これに元金の4両2分を加えて　5両3分と永25文3分

永の部分に若干差がある。が，これだけ貰えれば抜ける人に損はない。

右七面弐分之内　ニテ取申候者，相残壱両弐分永弐百三十弐文（このあと七分が脱落している。数行あとには正しく復活している），是ハ末　ニ取五人之方へ割分，相渡分左　ニ名々割附候

一　六番目 ニ取人　　永四百三文壱分（次の引用個所では「九分」となって現れる）

一　七番目　　永三百七十三文六分

一　八番目　　永三百四十五文

一　九番目　　永三百拾九文

一　十番目　　永弐百九十五文

右五人分〆壱両弐分永弐百三十弐文七分（ここに七分が復活している）

〈右七両弐分之内〉とは，先に述べた太線 ―――― の上の数字の合計である。著者はここの5人の懸け金に負担先を求めているので，この7両2分から抜ける人の取り分を引いて残りが　1両2分永232文7分，これを〈跡五人〉に割りつけている。

この金額の和は　壱両弐分永弐百三十五文七分　で少し狂っているが，それはさておき

$373.6 \times 1.0814 = 404.01$

$345 \times 1.0814^2 = 403.45$

$319 \times 1.0814^3 = 403.41$

$295 \times 1.0814^4 = 403.43$

となっている。別の言い方をすれば，295文に 1.0814 を逐次掛けていけば，他の金額も求められる。この趣旨・目的を知るべく最後を引く。

右ハ皆五番目之座 ニテ渡ス算用也，併六番に取人ハしれ可申候得共残四人ハ取年しれ間敷候，左候ハヽ右之金連衆之内 ニテ八分一厘四毛之利足 ニテ預り置，七八九番之方へ来年より永四百三文九分宛渡可被成候，併皆壱年前 ニ渡勘定 ニ候，其取年 ニ当て渡候ハヽ永四百三十六文宛，左候ハヽ右之金連衆之内 ニテ預置，渡可被成候利足下直 ニ候間，誰人預り置候而も損 ニてハなし

残った金を〈跡五人〉に分けるのに，この金額はそのとき即座に渡すとしての金額である，という。とすれば6番に取る人の金額は

$$(1+1/1.0814+1/1.0814^2+1/1.0814^3+1/1.0814^4)\cdot x = 1\text{両}2\text{分永}232.7$$

を解いて得られる。10番に取る人の額を求めるならばもっと簡単である。

7番以下の者は今得た金がそれぞれ1年後，2年後，……には，今6番の得た金額になる，というわけである。

この趣旨は，ここでの「頼母子」というものがひとりひとりが1年毎に同額の金を得るという建前なのに，それを今の時点で一斉に渡すからこうなる，ということであろう。

しかし考えてみれば，今は〈五番目之座〉である。つぎに誰が取るか，その後はどうなるか，は何れも分からない。〈六番に取人ハしれ可申候得共〉とあるのは，各々の会のときに次会に取る者を決める，という設計でないかぎりおかしいのである。

とにかく前述の趣旨からして7番以下は1年後，2年後，……に今6番が得た金額を得るべきで，そのためには〈連衆之内〉で今分配金を預かって年利8分1厘4毛で運用しておき，各々の時期に各々に渡せばよい，と言う。

さらに考えてみれば，これは〈五番目之座〉の時点で建てた対策で，6番目の者だって本当は翌年に受け取るはずである。そして，その時には403文余は436文余になっている。だからやはり〈連衆之内〉で預かって運用しておき，適時渡せばよい，という。

そしてその事は困難ではない。〈利足下直 ニ候間〉つまり，年利8分1厘4毛は安いのだから誰がやっても可能で容易で決して損はない，といっているのである。

5 まとめと批評

いま見てきた〈頼母子五番目 ニテ取テ抜ル事〉は標題が正確でない。〈取テ抜ル〉でなく「取る番が来たときに，取らずに損もせずに撤退する」である。しかし，著者の考えや気配りが窺えて興味深かった。

途中抜ける者に利子を考えにいれて損をさせず，そのために生じた余剰金を分配するのにまた利子を用いて，ここで著者が想定しているであろう「頼母子」に沿って，つまり，

そこでも述べたが，「取るべき時に同額を取る」となるよう巧妙に処理している。

ただ，これらが「公平」であるか否か，さきに「疑問とせざるを得ない」と言った所への筆者の意見を述べてみる。

処理について———の個所だけでなく------------のところからも既定の懸け金を出させ，それらの合計の金額で処理し，残金は即座に残り10人で等分すべきではないか，というのである。こうすると「不時の渡し金」となって「頼母子」でなくなる，と考えたのかもしれないが，それなら利息をつけて適時返すようにしたらよい。

どんなものが妥当であるか，は「頼母子」（または「無尽」）の「公平」をはっきり定義し，利子を用いて計算して見なければ分らないと思う。が，それは困難であろう。「頼母子」に用いる利率が世上のものより低い場合は，同額を取っても先に取ったほうが有利ということもあるからである。

その前の〈頼母子連衆之内抜たる事〉は，初め11人で始めて，1人から9人まで「抜け」たのには驚いた。しかし，1会だけ懸けた後だから，趣旨は「元金だけを返して残りの人数で規模を縮小して続行する」であった。

またその前の〈親脇より小頼母子 ニ成タル事〉は，「三十両頼母子が2会目以後五両頼母子になる」というのであるが，見るところそうはならず，結果として「親」の急場を救った，いわゆる「頼まれ無尽」となってしまった。

最初の〈頼母子懸金何割利息 ニ当ル事〉は，当時の世の中では重宝されたと思う。というのは，管見によれば江戸中期には幕府当局者は金利を「1割5分以下」に制限しようとして金貸し業者に働き掛け，業者は種々画策抵抗したようだったからである[4)]。つまり

一 金拾両親取して，十年之内壱年に弐両宛懸ルハ，年壱割五分令八毛 ニ当ル

は，運用上のよき指針であったのではあるまいか。〈頼母子五番目 ニテ取テ抜ル事〉で年利8分1厘4毛を〈利足下直 ニ候間〉と言うのは，1割5分よりはるかに安いので頷けるのである。

さて，本稿に現れた「頼母子」は何れも「余剰金」の額が大きい。表3で表された場合は結局「余剰金の運用」がテーマなので除くが，他の場合はそれが欠点である。欠点である理由は，「誰にも属しない多額の金の存在は不公平の発生するもと」だからである。本稿の「頼母子」で，「余剰金」の多くなる理由は「懸け金の額が区切りがよく，逓減の度合いが少ない」である。勿論，これはその限りでは長所でもあり「補正」も可能であるが，他の「頼母子」または「無尽」では普通「落とす前の懸け金を更に減らす」という手段をとる。そうすると「懸け金が次第に減って，終わる少し前には懸けなくてよい人が数人現れる」ことがある。そういう設計を「掛け金逓減満会前終了型」と呼ぶことがある。その処置は「落とすときに等額を取ると，後に取る程不利になる」という現象を緩和すること

にもなる。

ところで，「頼母子講」または「無尽講」である。「会」を開くのである。「講宿」が必要である。当然，茶菓や夜食ということになる。計算が複雑で深夜から払暁に及ぶことがある，と読んだことがある。これらの借り賃，代金，謝礼などの諸費用はどうするか。

別途，例えば頭割り徴収か，「講親」負担か，「落とした＝取った者」の負担か。または後で述べるが，「取った者」負担の変形である「落札金」の充当か。

そこに，この「余剰金」をあてる，という方向の「補正」はあるのだが，普通は「懸け金」の十分な逓減をして，諸費用は別途考慮する，であろう。

一方，「余剰金」が「負」になるのは「困る」ことである。そうなることを防ぐのに，「落とした後の懸け金の計算の利率」が「不足近似値」であるのは好都合であろう。初めのほうで8分1厘4毛の利率を「当時としては実用的で良い値だったかも知れない」と述べたのは，そんな気分からだったのである。

6　おわりに

「頼母子」または「無尽」は庶民の金融という色彩を持っている。〈親脇より小頼母子ニ成タル事〉では「親」が結果的に他の10名に救われた感がある。普通の「頼母子」では相互に救われなければ意味がない。「取る」または「落とす」順序はメンバーの重大な関心事である。普通は「会」のたびに「くじびき」等で決めた，と想像される。場合によっては，さきに述べた「入札」もあったようである。「はやく取らせてくれたお礼」という意味もあろうが弊害もある。筆者の前稿を読んで戴いたなかに「公平でなくても，つまり射倖的であってもよいのではないか。郷里では今も「頼母子」をやっている友人達がいる」と知らせてくれた方があった。親しい同士が一定の期間で集まって飲み食いし，おしゃべりするのが主目的であってよい，ということであろうか。

この延長上に「伊勢講」「富士講」などが位置するのであろう。

さて，「取り抜け無尽」または「取り退き無尽」というのを聞いたことがある。「頼母子」または「無尽」に加入して，「取っ」たらあとは懸けずにそのまま抜けてしまうのである。自ら組織して，しかも最初に「取っ」ておいて抜けてしまうというのもあったとのことで，困窮した悪大名の金策の一種ででもあろうか。

だから，「取り抜け無尽」の数理はどんなものだろうか，というのが本稿の資料を読み始めた動機であった。しかし，読み終えてみると安全・堅実・注意周到なものであった。気抜けがした（？）と言ったら失礼だろうか。

先ほども述べたが，“後になるにつれて「取り金」が増えていく”ようにすれば「公平さ」は増すと思われる。そういう設計の原資料を入手しているので，期を得て調べてみたい。

『群馬県史』掲載の原資料のコピーを御恵投くだされ，かつ何かと御指導戴いている群馬県和算研究会長大竹茂雄氏，同じく日頃御指導下さる同会名誉会長道脇義正氏始め，会員の方々に厚くお礼申し上げる。

（平成12年4月13日受理）

注

1) 文献II.
2) 先に挙げた目次と，本文の見出しとでは文言が少し異なっている。また，双方とも連衆を連衆に作っている。後の方でもそうである。
3) 原文では「言べん」に「分」の文字が使ってあり，傍らに（分カ，以下同ジ）とある。
4) 例えば三田村鳶魚；「江戸時代の法定利率」（『江戸生活のうらおもて』中公文庫のうち鳶魚江戸文庫30に所収，1999年2月18日中央公論新社発行）

文　献

I 『群馬県史』資料編14近世6中毛地域2（昭和61年10月15日，群馬県史編纂委員会編集，群馬県発行）
II 田中充；「「無尽」の数理について——『天元算法利伝記』の無尽の場合——」（『数学史研究』通巻157号（1998年4月～6月）平成10年6月25日，日本数学史学会発行，株式会社研成社発売）

図　書

『バビロニアの数学』

室井和男著　東京大学出版会　A5版　208頁
2000年3月初版刊　3800円十税

著者の室井和男氏は数々のすぐれた論文を通して世界に名の知られたバビロニア数学史の第一線の研究者である。氏は，古代メソポタミアのシュメール語とアッカド語を学んだうえで，ノイゲバウアー，サックス，テュロー＝ダンジャン，ブルーインス，リュッタン等のバビロニア数学に関する先行研究を検証しつつ，楔形文字数学粘土板を自ら一つ一つ根気強く研究することにより，80年代半ばから，あるいは未解読テクストを解読しあるいは先人の誤った解釈を正すことにより，数学史研究に貢献してきた。その成果を発表した氏の論文の多くは，アメリカ数学会の書評誌Mathematical Reviewsでも注目されるところとなっている。

ノイゲバウアーが一般の読者向けにExact Sciences in Antiquity（邦訳『古代の精密科学』恒星社厚生閣）を書いたように，室井氏がバビロニア数学の専門家ではない読者向けにバビロニア数学の解説書を書いてくれることを我々は以前から期待していた。そして今それが実現したことを嬉しく思う。

論文と同様に，本書でも氏の文章は簡潔明瞭，論理明解である。内容は網羅的ではないが，バビロニア数学の特徴を伝えるべく十分吟味選択されている。本書は一般の読者を想定しているが，数学史の研究者にとっても極めて刺激的な書である。付録も有益である。

このような高水準のバビロニア数学史が一般書として読める日本の読者は幸せである。

（林　隆夫）

目　次

図　書

『地図の記憶――伊能忠敬・越中測量記』

竹内慎一郎著　1999年8月25日　桂書房発行
定価〔2,000円＋税〕

奥付に〈地方小出抜流通センター扱い〉とある。だから新聞広告や，書店の棚で普通は見出し難い。筆者も，ある偶然で本書の存在を知った。

内容は「伊能忠敬の越中国沿岸測量記」と「史料編」とに大別される。何れも中心は享和三年の忠敬第四次測量の際の，現富山県での出来事である。

測量隊の行動を時の順序で述べるに止まらず，天測を含めた一日のスケジュール，忠敬の測量の典型的な方法を初めの部分で，中頃で伊能忠敬の全国測量の動機をロシアの北辺出現などの時勢とともに述べている。また半ばすぎのところで、忠敬入婿以後の家業奮闘と，傍ら数学，天文，測量の学習振りに触れている。ここにこんな脚注があったのは面白かった。＜伊能忠敬研究会編『忠敬と伊能図』の渡辺一郎氏によれば、入り婿以前も伊能家は黒字で、家運挽回云々というのは忠敬を引き立てるための粉飾であるとする。＞

また,「郷土の算家（全国的でもあることは論を挨たない)」石黒信由と，その忠敬との出会いも力を籠めて描かれている。

加賀藩での西村太沖に関係したトラブル，進んで越後路に入ってからの有名な（？）糸魚用事件にも十分な筆を費やしている。

その後は,「第五次」から最後の測量までを簡潔に述べている。

史料編は「伊能忠敬海測日記」(享和3年5・7・8月）の重要部分，その他文書，年表など。

口絵は8頁すべてカラー，本文はどこを開いてもほとんど必ず挿絵写真・図表がある。

別に伊能図の中図1枚が添えてある。前述したが脚注の細密なのも特徴としてよい。

著者が、かつて1976年から1984年まで52回にわたって『富山県土地家屋調査士会報』に連載されたものを，保柳睦美氏初め各氏の援助で今回一本にまとめられた由である。

どこも有益であるが，筆者としてはp.48の「昔の時刻と今の時刻」で不定時法に関して一応まとまった知識が得られて幸いであった。また，青森県に「算用子」という姓があるのを知っていたが加賀藩に「御算用場」というのがあることを本書で知った。どんな働きをする所なのだろうか。　　　(B5変形，口絵などのほか本文と史料編とが205頁)

田中　充

再度の報告とお願い

発行が近づいてまいりました！

和算研究所が,『塵劫記』の英訳本とその現代語本を編纂

日本の数学教育で，最初の教科書ともいえる『塵劫記』は，内容はもちろんその作られた時代と共に長い間国民から親しまれていた事実からも，世界に誇れるものです。今年の7月31日から8月6日にかけて千葉県の幕張で開かれる数学教育の国際会議ICME 9で『塵劫記』を世界に紹介することになりました。

『塵劫記』を英訳する試みは著者である吉田光由の生誕400年にあたる1998年を目指して1996年から動きだしました。日本数学史学会の総会でも度々お願いを致しておりましたが，申し出が少なく「和算研究所」として「塵劫記委員会」を昨年発足し，日本語の整理担当，英訳担当のメンバーを決め，以後毎月1回以上会合を持って進めてまいりました。編集作業はまもなく完了し，7月20日頃には発刊される予定です。

また，大矢真一校注の岩波文庫の『塵劫記』でも和算研究者以外では理解し難いとの意見も多く，英訳と同時に現代語本も7月20日頃に刊行することとなりました。

原本としては，吉田光由自身が刊行した最後の版寛永18年霜月版（遺題本）とそれまでの『塵劫記』を代表するものとして寛永18年安田本としました。この2書を混ぜてしまうとわかり難くなることもあって，まず安田本を最初から最後まで扱い，続いて安田本にない内容を遺題本から順に扱うことにしました。荒目次は以下のとおりです。英訳ということもあって出版社をつけないことになりました。和算研究所発行です。日本数学史学会の会員の皆様には是非お求め頂きたいとお願いいたします。

Contents

目　次

編集後記

「数学史研究」163号をお届けします。これで平成11年度に発行すべき4冊の内3冊まで発行することが出来ました。8ヶ月ものブランクを埋めるには一歩足りませんでしたが，会員皆様のご協力で何とか形を保つことが出来て感謝いたしております。

ところが立て続けに会誌の発行をしたために次号の原稿が足りません。前号でもお願いしましたように，和算に限らず数学史全般についての幅広い内容の投稿をお待ちしています。重ねて会員皆様のご支援を強くお願い申し上げます。

次号からは編集担当者が変わります。心機一転，メンバーを替えて新しい感覚の会誌「数学史研究」発行を期待しつつペンを置きます。

（文責：柴原英雄）

「数学史研究」原稿送付先

〒188-0041　東京都府中市北山町2-39-8　佐藤健一

Tel　042-572-0285

日本数学史学会　年 会 費　10,000円

郵便振替　00120-6-20022

新規お申し込みの方は，日本数学史学会事務局または研成社へお問い合わせください。

数学史研究

通　巻　163号（1999年10月～12月）

編集発行　日本数学史学会

〒192-0001　東京都八王子市戸吹町1100

明治大学付属中野八王子高校内　佐藤健一

TEL　0426-91-0321

FAX　0426-91-0988

発　売　㈱研成社

〒103-0014　東京都中央区日本橋蛎殻町1-6-4

電話 03-3669-1828(代)／FAX 03-3669-1850

ISSN 0386-9555

SŪGAKUSHI KENKYŪ

JOURNAL OF HISTORY OF MATHEMATICS, JAPAN

No. 163

October-December, 1999

CONTENTS

ARTICLES

Edited and Published by

The History of Mathematics Society of Japan

数学史研究　（通巻163号）平成11年12月25日

定価2500円（本体2381円）