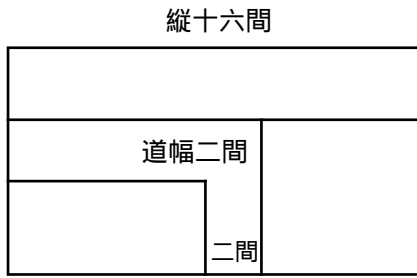
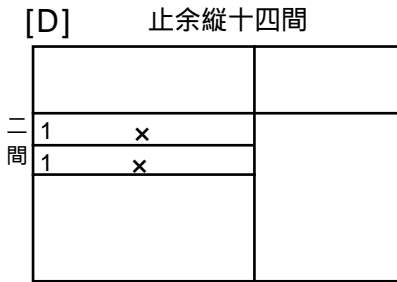
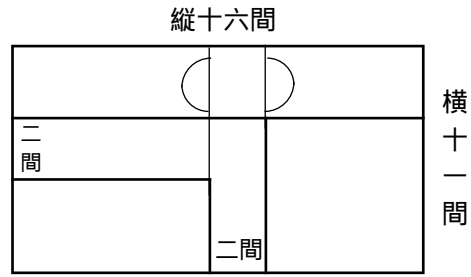


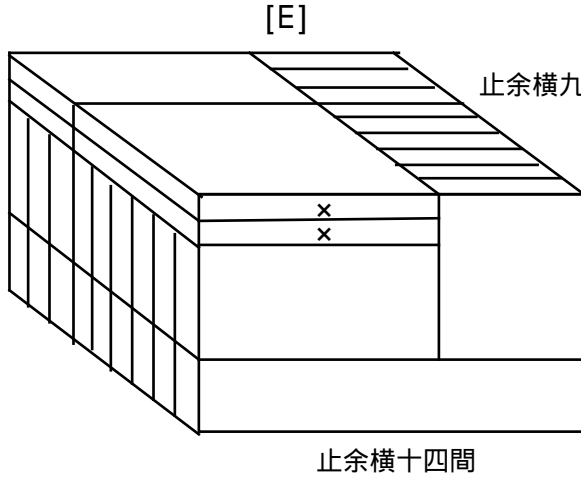
算法雑数智分集の「道明問題」



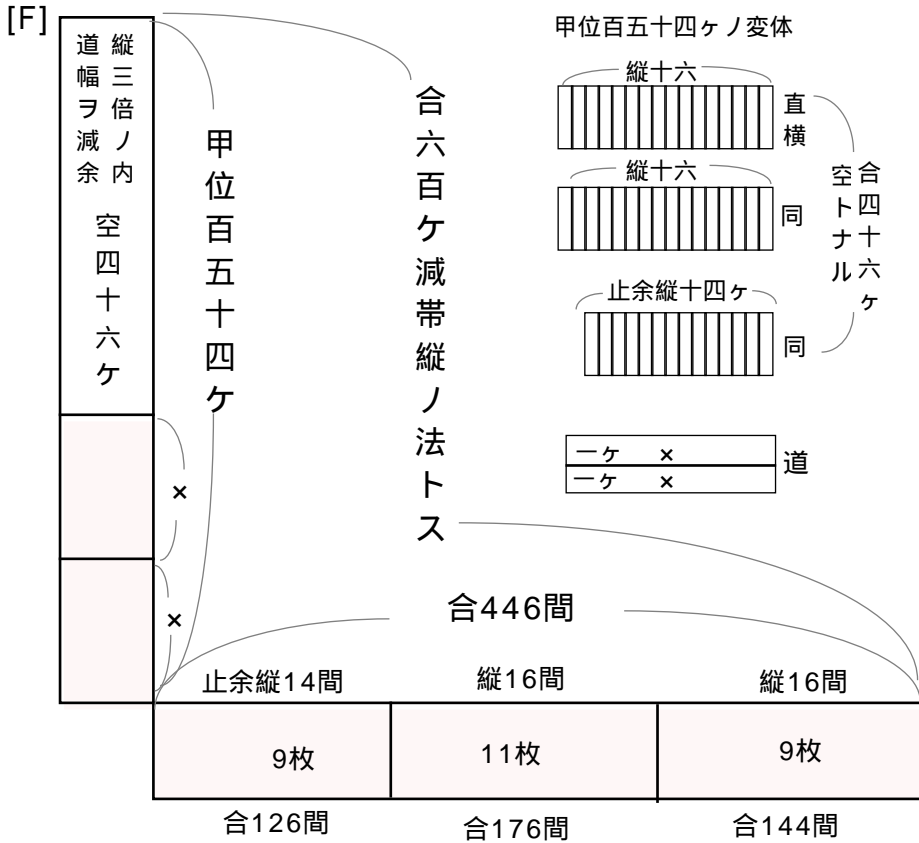
分如
二函
切曲
之道
之各
間ヲ
明余
数ヲ
三等



甲位
百五
十四
歩
ヨコ
十一
間



甲位
二止
余九
間ヲ
乘千
三百
八十六
歩
実左
二写
十一
間



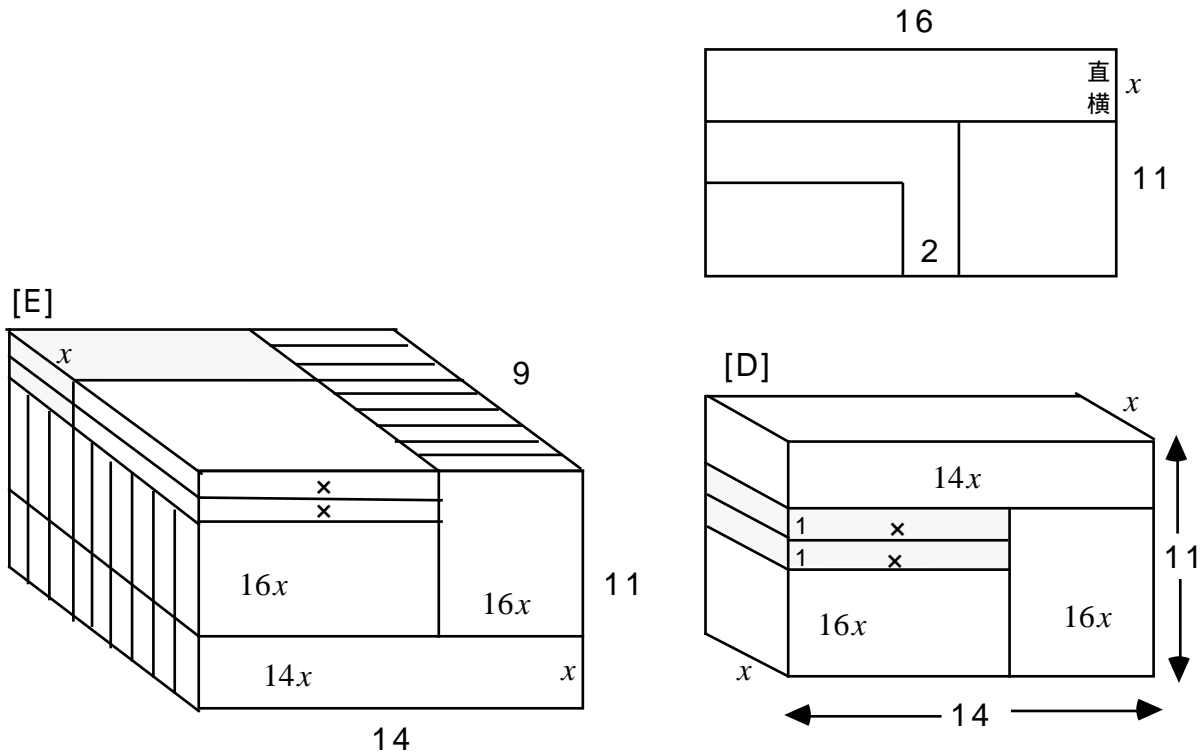
是ヲ
求ル
八縦
三倍
ノ内
道幅
ヲ減
止余
四十六
間二
止余
横九
間ヲ
乘シ
四百
十四
間
ト成
二縦
二道
幅ヲ
乘三
十二
間ヲ
加入
シ
共二
四百
四十六
間ト
知之
也是
二甲
位ヲ
加工
共二
法間
六百
ケト
知テ
用ル
也

実1386歩

方程式 $x(600 - 46x) = 1386$ を表す

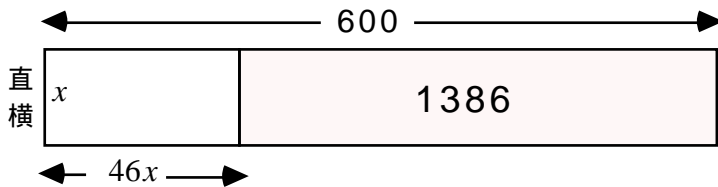
解説

直横を x とする．[E]のような直方体を作るとその体積は 11枚， 9枚， 9枚に甲位に置いた[D]を加えて (縦3倍から道幅2をひたもの)を引いたもの．



$$9 \times 11 \times 14 = x(11 \times 16 + 9 \times 16 + 9 \times 14 + 11 \times 14 - 16x - 16x - 14x)$$

$$1386 = x(600 - 46x) \quad \text{これが[F]すなわち下図の減帯縦開平をあらわす．}$$



本問は和算では有名問題であり，礒村は「算法闕疑抄」(1659)巻之四で本問に関するある解法について「右の員数逢候といへどもまぐれあたりにて正法にあらず」と述べ，正しい解法を「雑数智分集」に記録したものと思われる．そして増補版では三角形や台形に道をあける問題を解いている．

星宮神社算額(1683)の解法

算額では日本最古とされる栃木県星宮神社の問題にもある．数値は異なるが同じ問題である．術文は次のようになっている．

$$\text{縦} \times 3 - \text{道} = \text{甲}$$

$$(\text{縦} \times 2 - \text{道})(\text{横} \times 2 - \text{道}) = \text{乙}$$

$$(\text{横} - \text{道}) \times \text{横} \times (\text{縦} - \text{道}) \times \text{甲} \times 4 = \text{丙}$$

$$x = \frac{\text{乙} - \sqrt{\text{乙}^2 - \text{丙}}}{2\text{甲}}$$

これは $\frac{\text{丙}}{4\text{甲}} = (\text{横} - \text{道}) \times \text{横} \times (\text{縦} - \text{道})$ を実とする方程式 $x(\text{乙} - \text{甲}x) = \text{実}$

を解いている．この方程式を立てる甲，乙，丙のアイデアは礒村と同じである3．しかるに，この解法について松崎[1]では，縦 = a ，横 = b ，などとして

$$ax = (b - x)y = (b - x - d)(a - y - d)$$

から y を消去し

$$(3a - d)x^2 - (2a - d)(2b - d)x + b(a - d)(b - d) = 0$$

を導いたとあるが，当時このような代数式の形式的消去法はまだ確立しておらず，礒村のように図形に頼って算術で立式したのである．形式的消去法が確立するのは関孝和の傍書法以後のことである．

古今算法記(1670)の解法

「算法根源記」(1669)の遺題に同じ問題があり「古今算法記」では天元術で解いているが，これもアイデアは礒村のものと同じである．

$$(b - x)(b - x - d) = \text{甲}$$

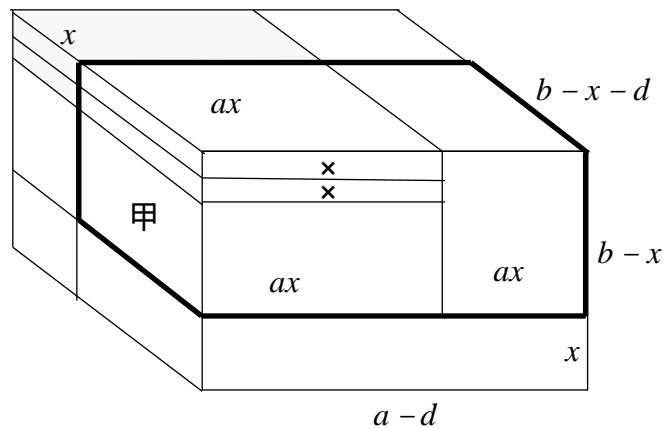
$$ax = \text{乙}$$

$$\{(b - x) + (b - x - d)\} \text{乙} = \text{丙}$$

これより開方式

$$(a - d) \text{甲} = \text{丙}$$

を得る．



まとめ

術文が現代解と同じ結果であっても演段(解法)まで同じではない．特に傍書法以前の初期和算においては注意が必要である．代数式がなく形式的な式変形ができないので，どうしても図形的に意味のある式を作らなければならなかったのである．和算家はどのような図形から式を作ったのかほとんど記録していないが，礒村は「雑数智分集」のすべての問題でその図解を示している．その意味から和算の思考過程を知る貴重な資料といえる．

「道明問題」出現資料

- 01) 格致算書(1657)
- 02) 算法闕疑抄(1661)
- 03) 算法根源記(1669)/遺題
- 04) 古今算法記(1670)/天元術
- 05) 算法勿憚改(1673)
- 06) 算法至源記(1673)
- 07) 算法發蒙集(1673)
- 08) 数学乗除往来(1674)/正しくない
- 09) 星宮神社算額(1683)
- 10) 算法雑数智分集(?)

[1] 松崎利雄 佐野星宮神社算額について 『数学史研究』42号 1968

[2] 松崎利雄 栃木の算額 筑波書林 2000

[3] 小寺 裕 和算初期における三次方程式の考え方 日本数学史学会発表資料 2001