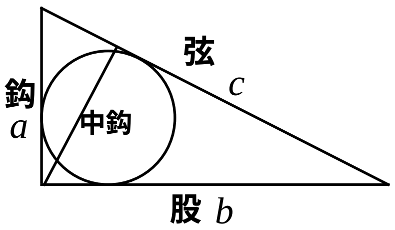
改正天元指南を読む(7)　　　　　和算ゼミ　97.11.09

巻之九の図解について

十．外除積(円を除いた面積)3歩，中鈎2寸4分のとき鈎股弦と円径を求めよ．



円径を x とする．

$$\frac{\pi}{4}x^2+3=S$$

$$\pi x^2+12=4S$$

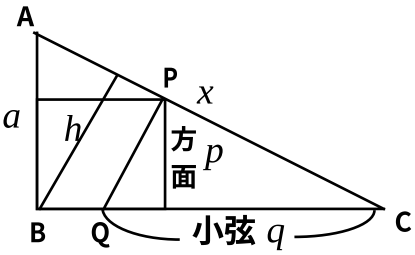
ところで $4S-x^2=x(a+b+c)-x^2=2cx$ →図解

だから $\pi x^2+12-x^2=2cx$　これに2.4を掛けて

$$2.4\left(\pi x^2+12-x^2\right)=2.4c\times 2x=2Sx=\left(\pi x^2+12\right)x$$

$$28.8-12x+4.8x^2-3x^3=0 \qquad \therefore\ x=2$$

十二．外除積(正方形を除いた面積)6歩，弦=中鈎+3寸6分4厘 のとき鈎股弦と中鈎，方面を求めよ．



弦を x とする．

$$h=x-3.64$$

$$hx=(x-3.64)x=2S$$

ところで　$S=p^2+6$　だから

$$(x-3.64)x-12=2p^2$$

$$\{(x-3.64)x-12\}x=2p^2x \quad \cdots \text{(1)}$$

ここで △ABC∽△QPC に着目すると　$p:q=h:x$　　$\therefore$　$px=qh$

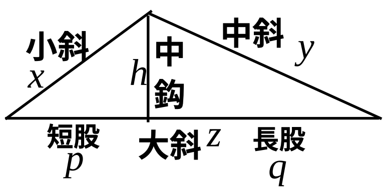
方面×小弦=2×外除積　→図解

だから　$p^2x=pqh=12(x-3.64)$　ゆえに(1)より

$$\{(x-3.64)x-12\}x=24(x-3.64)$$

$$87.36-36x-3.64x^2+x^3=0 \quad \therefore \quad x=7$$

十四．三角形の面積21歩，大斜=中斜+2，中斜=小斜+3.5のとき，大中小斜を求めよ．

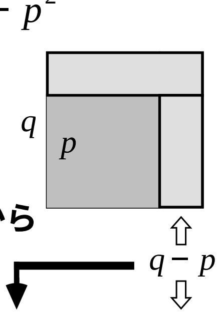


小斜を x とする．

中斜 $y=x+3.5$　大斜 $z=y+2=x+5.5$

$$y^2-x^2=\left(h^2+q^2\right)-\left(p^2+h^2\right)=q^2-p^2$$

$$=(q+p)(q-p)=z(q-p)$$ →図解



$$z^2-\left(y^2-x^2\right)=z^2-(q-p)z=z(z-q+p)=2pz$$ →図解

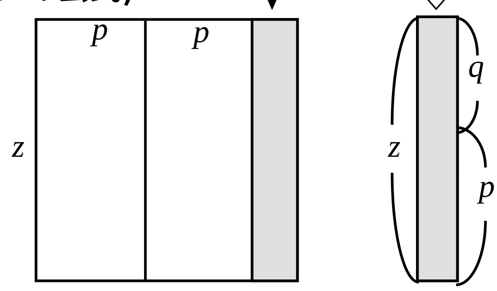
ところで　$4x^2z^2-4p^2z^2=4z^2\left(x^2-p^2\right)=4z^2h^2=16S^2$ だから

$$4x^2z^2-\left(z^2-y^2+x^2\right)^2=16S^2$$ →図解　(ヘロンの公式)

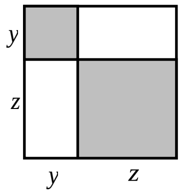
ここに $y=x+3.5$,　$z=x+5.5$ を代入して

$$-7380-144x+69x^2+36x^3+3x^4=0$$

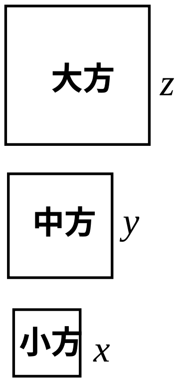
$$\therefore \quad x=5$$



十五. $z^2 = y^2 + 7,\quad y^2 = x^2 + 5,\quad x + y + z = 9$**を解け.**



$$\left\{(y+z)^2 - y^2 - z^2\right\}^2 = 4y^2z^2$$ **→図解へ代入**



$$\left\{(9-x)^2 - (x^2+7)^2 - (x^2+12)^2\right\}^2 = 4(x^2+5)(x^2+12)$$

$$3856 - 2304x + 128x^2 + 36x^3 - 3x^4 = 0$$

$$\therefore \quad x = 2$$

十六.　十五の立体version

$$\left\{(x+y)^3 - x^3 - y^3\right\}^3 = 27x^3y^3(x+y)^3$$ **の説明**

十七.　円の面積の説明

十八.　四角錐の体積の求め方

十九.　四角錐台の体積の求め方

$$V = \frac{h}{3}\left(a^2 + ab + b^2\right)$$ **の説明**